

Zeitschrift: Pestalozzianum : Mitteilungen des Instituts zur Förderung des Schul- und Bildungswesens und der Pestalozziforschung
Herausgeber: Pestalozzianum
Band: 2 (1905)
Heft: 4

Heft

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 23.12.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Pestalozzianum

Mitteilungen der Schweiz. Permanenten Schulausstellung
und des Pestalozzistübchens in Zürich.

Beilage zur Schweizerischen Lehrerzeitung.

Nr. 4.

Neue Folge. II. Jahrg.

April 1905.

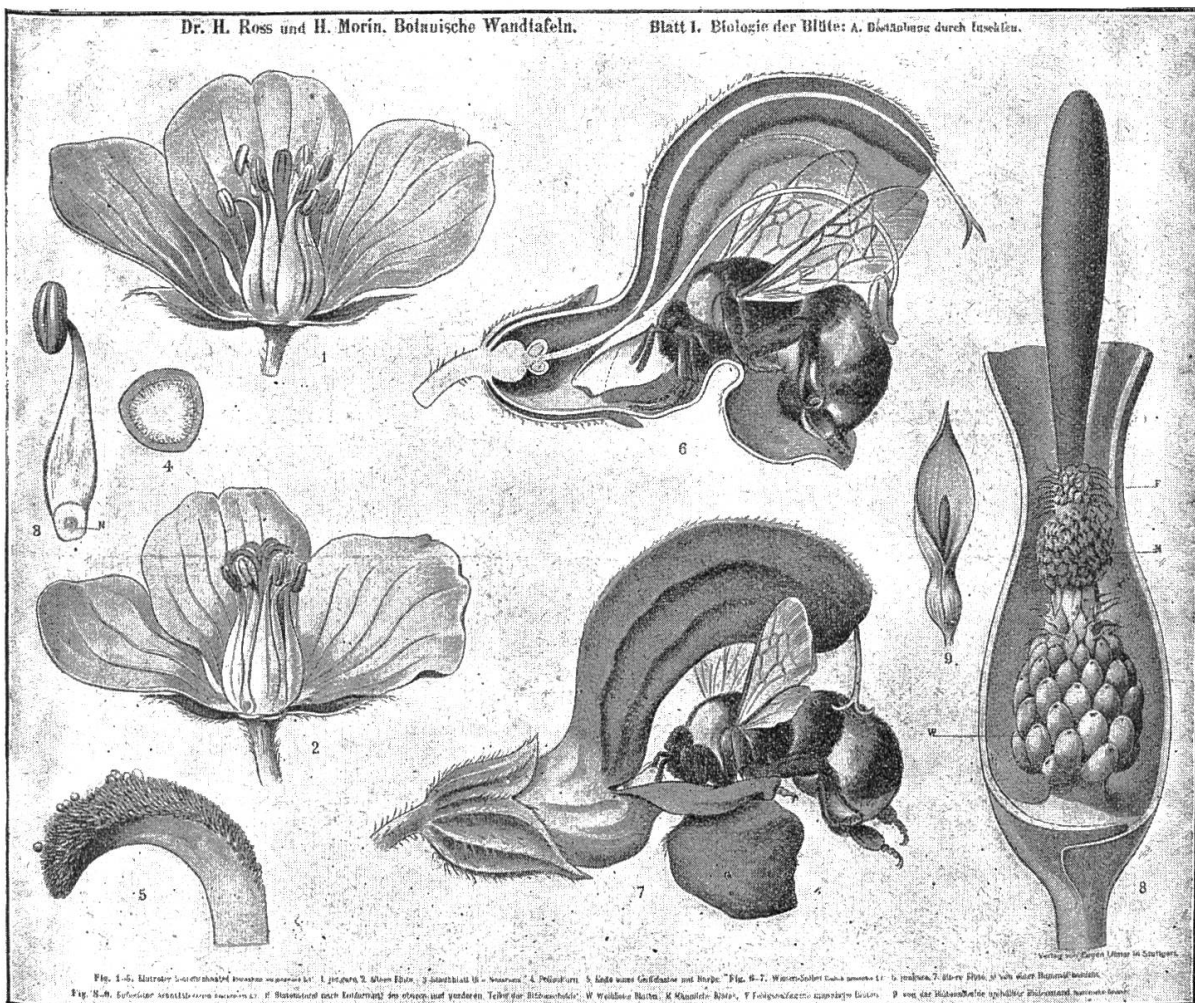
Inhalt: Botanische Wandtafeln. — Der Funktionsbegriff im mathematischen Unterricht der Mittelschule. — Vom Pestalozzianum.

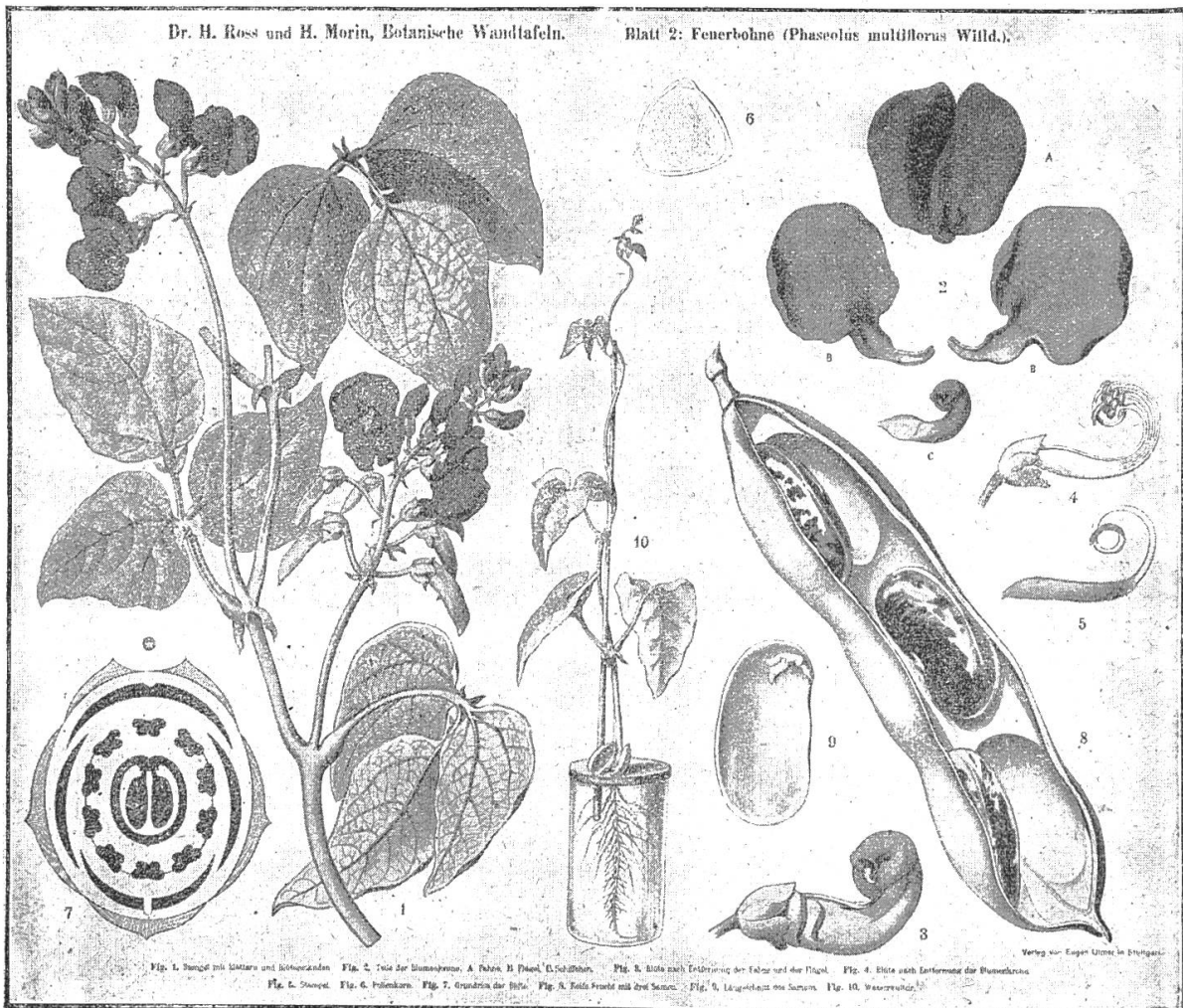
Botanische Wandtafeln.

Im Verlage von *E. Ulmer* in *Stuttgart* sind erschienen:

Botanische Wandtafeln. Eine Sammlung kolorirter, zu Unterrichtszwecken bestimmter Tafeln. Herausgegeben von Dr. *H. Ross*, kgl. Kustos am botanischen Museum in München, und *H. Morin*, kgl. Gymnasiallehrer in München.

Die Wandtafeln stellen sich die Aufgabe, den Unterricht in der Pflanzenkunde durch Anschauung zu unterstützen, indem sie namentlich auch der





biologischen Richtung dieses Unterrichtes in hervorragender Weise Rechnung tragen. Scharfe Zeichnung und hübsche Kolorierung zeichnen die Darstellungen aus, und die Grösse der Tafeln, 80 : 100 cm, ermöglicht auch entfernter sitzenden Schülern, alle Details klar und deutlich wahrzunehmen. Zu jeder Tafel gehört ein für die Hand des Lehrers bestimmter Text, welcher, ausser einer ausführlichen Besprechung der dargestellten Gegenstände, noch einige mit ihnen im Zusammenhange stehende Beispiele bringt. Bis jetzt sind erschienen:

Blatt I: Biologie der Blüte: A. Bestäubung durch Insekten.

„ II: Feuerbohne. (*Phaseolus multiflorus*.)

„ III: Kirsche und Apfel. (Steinobst und Kernobst.)

Im Laufe des Sommers sollen erscheinen:

Blatt IV: Kartoffel.

„ V: Haselnuss.

„ VI: Oberhaut mit Spaltöffnungen.

„ VII: Biologie der Blüte. B. Bestäubung durch den Wind.

Der Preis eines Blattes beträgt Fr. 3. 75; auf Leinen Fr. 5. 35; Text zu jeder Tafel 70 Rp.

Die bis jetzt erschienenen Tafeln liegen im *Pestalozzianum*, Abteilung: *Bilderwerke*, für die Besucher zur Einsicht auf.

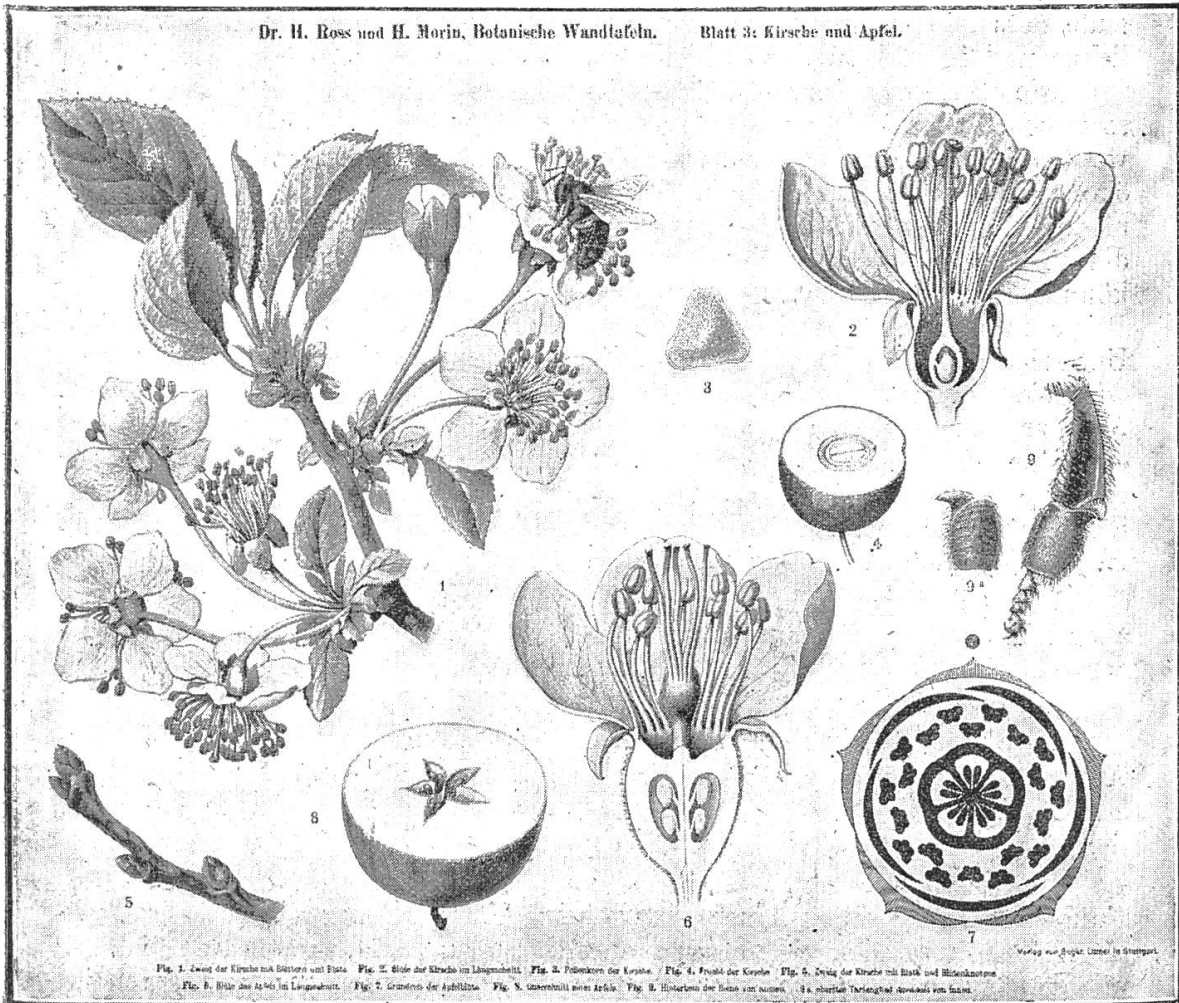


Fig. 1. Zweig der Kirsche mit Blättern und Blüten. Fig. 2. Längsschnitt der Kirsche im Blütenstadium. Fig. 3. Pollenschlauch der Krone. Fig. 4. Querschnitt der Kirsche. Fig. 5. Zweig der Kirsche mit Blatt und Blütenknospe. Fig. 6. Längsschnitt der Apfelblüte. Fig. 7. Querschnitt der Apfelblüte. Fig. 8. Staubbeutel eines Artikels. Fig. 9. Blüte der Kirsche mit Staub und Blütenknospe. Fig. 10. Querschnitt eines Artikels. Fig. 11. Blüte der Kirsche mit Staub und Blütenknospe. Fig. 12. Querschnitt eines Artikels.

Der Funktionsbegriff im mathematischen Unterricht der Mittelschule.

Vortrag, gehalten in der Vereinigung von Mathematiklehrern an schweizerischen Mittelschulen am 17. Dez. 1904 von Dr. H. Fehr, Prof. an der Universität und am Gymnasium Genf.

Herr Präsident und verehrteste Anwesende!

Als mich vor einigen Wochen der Präsident unserer Vereinigung mit der Frage beehrte, hier über den letzten Mathematiker-Kongress zu referieren, schien es mir zweckmässig, die Gelegenheit zu benutzen, um eine Diskussion über einen wichtigen Punkt des mathematischen Unterrichts vorzuschlagen. Meine ersten Worte richtete ich daher an den Vorstand, um ihm zu danken, dass er meinen Vorschlag angenommen hat.

Meine Herren! Die Hauptaufgabe unserer Vereinigung ist, „den mathematischen Unterricht an den Mittelschulen nach seiner wissenschaftlichen und methodischen Seite zu fördern und auszubauen“, aber darunter ist nicht nur eine Verbesserung der Unterrichtsmethoden zu verstehen, sondern auch eine grössere Anpassung des Unterrichtsstoffes an die heutigen Bedürfnisse des Lebens. In dieser Richtung können hier eine Reihe von wichtigen Fragen zur Diskussion kommen, und es könnte regelmässig an der Jahresversammlung eine derselben behandelt werden. So z. B., ausser dem heutigen Thema: „der arithmetische Unterricht in den verschie-

denen Stufen“; „die Verschmelzung der Planimetrie und der Stereometrie“; andererseits könnte die Vorbereitung der Mathematiklehrer in wissenschaftlicher und in pädagogischer Hinsicht besprochen werden, etc.

Die Schulprogramme und die Lehrpläne haben immer etwas Provisorisches. Von Zeit zu Zeit sollen sie aufs neue gründlich untersucht werden in Bezug auf die Verhältnisse der modernen Wissenschaft und des ökonomischen Lebens. Für die Geometrie, wie für die Algebra, von der niederen Arithmetik bis zu den Elementen der höheren Algebra, enthalten die Programme wertlose Probleme und Kapitel, welche weggelassen werden können, um neuen wichtigen Begriffen Platz zu machen.

Heute handelt es sich nun um den *Funktionsbegriff* im mathematischen Unterricht der Mittelschulen. Die Frage ist nicht neu. Wie Sie wissen, wird sie gegenwärtig in den deutschen Kreisen wieder viel besprochen. An der Spitze der Bewegung steht Herr Prof. *Klein* (Göttingen). Ich empfehle Ihnen die Lektüre seiner letzten Schriften: „Über eine zeitgemässe Umgestaltung des mathematischen Unterrichts an den höheren Schulen“, mit einem Abdruck verschiedener einschlägiger Aufsätze von *E. Götting* und *F. Klein*.“

Ich selbst werde hier nicht wesentlich neue Argumente vorbringen, aber ich halte es für notwendig, dass auch diese wichtige Frage für die schweizerischen Mittelschulen untersucht werde.

Ich stelle hier zwei Fragen:

1. Sollen der Funktionsbegriff und seine einfachsten grundlegenden Anwendungen in allen Abteilungen der Mittelschulen dargestellt werden?
2. Wie soll er eingeführt werden und in welchem Umfange soll er in die verschiedenen Abteilungen aufgenommen werden?

In den technischen Abteilungen (Industrieschulen usw.) ist der Funktionsbegriff schon längst in weitem Umfange berücksichtigt. Auch an vielen Gymnasien, Seminarien und Handelsschulen werden die Schüler mit den ersten Begriffen über graphische Darstellungen vertraut gemacht. Und es wird wohl keine technische Mittelschule geben, wo der Funktionsbegriff nicht dargestellt und benützt wird. Es soll daher hauptsächlich von den nicht technischen Abteilungen die Rede sein.

Ich gehe nun über zur *ersten Frage*: *Sollen der Funktionsbegriff und seine einfachsten grundlegenden Anwendungen in den mathematischen Unterricht hereingezogen werden?* Oder, was dasselbe ist: Gehört dieser Begriff zu der allgemeinen Bildung, welche die Gymnasien zu vermitteln haben? Fördert er die Ökonomie des Denkens?

Die Antwort ist ohne Zweifel Ja. Denn, betrachtet man die immer zunehmenden Fortschritte in allen Wissenschaften, so konstatirt man sehr leicht, dass die Mathematik immer mehr in die verschiedenen Zweige eindringt und denselben neue Hilfsmittel liefert. In den meisten Fällen spielt gerade der Funktionsbegriff die Hauptrolle. Es ist zum Beispiel unmöglich, einen rationellen Physikunterricht zu geben ohne die Grundbegriffe der Analysis. Überall findet man den Begriff der derivirten Funktion, so z. B. für die Geschwindigkeit, die Beschleunigung, die Bahntangente, die Potentialgefälle usw. Diagramme, graphische Darstellungen, das Aufstellen von empirischen Formeln, findet man heutzutage nicht nur in allen Zweigen der Ingenieurwissenschaften und auch in den Naturwissenschaften, sondern auch in Fragen soziologischer Natur. Ich nenne hier nur die Schriften von *Pareto* und *Walras*, unter andern den *Cours d'Economie politique* von *Pareto*, les *Elements d'Economie politique* von *Walras*.

Für Chemiker und Botaniker, für Mediziner, Biologen und Juristen sind heute einige Vorkenntnisse der funktionentheoretischen Auffassung unentbehrlich, denn ohne diese Kenntnisse bleiben ihnen gerade die bemerkenswertesten Eigenschaften ganz unzugänglich.

In Betracht auf seine allgemeine Bedeutung und seine grundlegenden Anwendungen in den verschiedenen Gebieten der Wissenschaft gehört daher der Funktionsbegriff in den Lehrplan der Mittelschulen. Dies ist meine Antwort auf die erste Frage.

Ich habe nun die *zweite Frage* zu untersuchen: *Wie und inwieweit soll der Funktionsbegriff im Schulunterricht berücksichtigt werden?*

Als Vorbereitung zu einer ersten Einführung soll der Schüler schon früh mit dem *Koordinatenbegriff* vertraut gemacht werden. Es handelt sich selbstverständlich zuerst um rechtwinklige Koordinaten und ihre Anwendung auf die graphische Darstellung des Zusammenhangs von Veränderlichen: Zeit und Niveau des Sees, Zeit und Luftdruck, Zeit und Temperatur, Veranschaulichung statistischer Verhältnisse. Schon von dieser ersten Vorbereitung an soll jeder Schüler Übungen auf Koordinatenpapier und auch auf Millimeterpapier graphisch ausführen. Diese Vorbereitung bildet zugleich eine erste Einführung in die analytische Geometrie. Sie könnte etwa, wie es bereits an verschiedenen Schulen der Brauch ist, schon nach den Gleichungen ersten und zweiten Grades stattfinden.

Bisher hat der Schüler nur mit *bekannt* und *unbekannt* Zahlen zu tun gehabt. Jetzt bekommt er auch den Begriff der *Veränderlichen* und wird daher leicht den Begriff einer Funktion einer Variablen auffassen. Hierauf kommt die graphische Darstellung einfacher Funktionen. Man beginne etwa mit folgenden Funktionen:

1) $y = ax + b$, $y = ax^2$, $y = ax^2 + bx + c$,
zuerst in Zahlenbeispielen.

Die Schüler sollen aufmerksam gemacht werden, dass in

$$ax + b = 0, \quad ax^2 + bx + c = 0$$

x eine *Unbekannte*, dagegen in 1) eine *Veränderliche* ist.

Die Darstellung soll begleitet werden mit der Diskussion

$$ax + b \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0, \quad ax^2 + bx + c \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0.$$

Als weiteres Beispiel kommt noch die Funktion

2) $y = \frac{1}{x}$.

Dies wäre eine erste Etappe. Die erworbenen Kenntnisse werden jetzt bei jeder Gelegenheit benutzt; so z. B. finden sie Verwendung in der Potenzlehre, bei der Exponentialfunktion und der logarithmischen Funktion

3) $y = ax$, $y = \log x$,

und, in der Trigonometrie, auf die Funktionen

4) $y = \sin x$, $y = \tan x$.

Gelegentlich können auch, je nach den Anstalten, die Funktionen

5) $y = \frac{a}{x+p}$, $y = \frac{ax}{x+p}$, $y = \frac{ax+b}{a'x+b'}$;

6) $y = \frac{a}{x^2+px+q}$, $y = \frac{ax+b}{x^2+px+q}$, $y = \frac{ax^2+bx+c}{x^2+px+c}$;

7) $y = ax^3$, $y = ax^3 + bx$ (für positive oder negative ganzzahlige Werte der Koeffizienten), mit Hilfe ihrer graphischen Darstellung

untersucht werden. Eine weitere Gruppe von Übungen liefern folgende Kurven, welche auf Millimeterpapier zu zeichnen sind:

a) in rechtwinkligen Koordinaten,

$$8) \quad \left. \begin{array}{l} y = x^m, \\ y = x^{-m}, \end{array} \right\} \text{ für } m = 1, 2, 3, 5, 10; \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10};$$

$$9) \quad y = a^{bx}, \quad \text{für } b = 0, 1, 2, 3, 4; \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4};$$

und auch für $b = 0, -1, -2, -3, -4; -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{4};$

10) $y = a \sin x, y = \sin bx, y = \sin(x+c), y = a \sin(bx+c);$
in den Übungen 9) untersuche man ganz besonders die Rolle der Konstanten a, b .

b) In Polarkoordinaten,

$$11) \quad \rho = a\omega, \quad \rho = \frac{a}{\omega}, \quad \rho = a^{b\omega}, \quad \text{für } a > 0;$$

$$12) \quad \rho = a + b \cos \mu \quad \text{für } a \gtrless b;$$

$$13) \quad \rho = a + b \cos \mu \omega \quad \text{für } a \gtrless b; \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Dies sind aber nur Beispiele, und wir wollen hier nicht näher auf einzelne Schulprogramme eingehen.

* * *

Mit dieser ersten Einführung ist aber das Ziel noch nicht erreicht. Im folgenden Schuljahr muss sie ergänzt werden durch eine Ausgestaltung des Funktionsbegriffs nach geometrischer und analytischer Seite. Zu einer genügenden Beherrschung des Funktionsbegriffs gehört die Diskussion des Verlaufs der einfachen Funktionen, was nur möglich ist durch den *Begriff der Derivirten*. Dieser Begriff ist dann an möglichst vielen Beispielen aus den verschiedensten Gebieten der Wissenschaft anzuwenden, denn es handelt sich nicht nur um mathematische Übungen, sondern darum, die Bedeutung der Derivirten ins Licht zu stellen. Ganz besonders sollen die geometrische und die kinematische Interpretation hervorgehoben werden.

Als Notation ist am besten, wie es auch *Poincaré*¹⁾ empfiehlt (*L'Enseignement mathématique*, 1904, p. 277), wenn man mit der Bezeichnung $f'(x)$ von Lagrange beginnt, und erst zuletzt den Begriff der Differentiation gibt.

Dann kommt endlich die Aufgabe der Umkehrung der Differentiation, welcher man das Problem der Inhaltsbestimmung vorausschickt. Auch hier sind wieder einfache typische Beispiele aus den verschiedensten Wissenschaften darzustellen.

* * *

Meine Herren! Sie sehen, dass ich den Funktionsbegriff in einem sehr erweiterten Sinne auffasse. Als Ziel betrachte ich die Einführung des Tangentenproblems und des Problems der Quadratur, d. h. eine erste Einführung der Grundgedanken der Infinitesimalrechnung. Der Begriff des Grenzwertes und Grundbegriffe der Analysis kommen eigentlich schon jetzt im Schulunterricht, im mathematischen wie im physikalischen, zur Anwendung; sie sollen aber in ihrer allgemeinen Bedeutung dargestellt

¹⁾ *Les définitions générales en Mathématiques*, par H. Poincaré, *L'Ens. math.*, 1904, p. 257—283.

werden, so dass sie den verschiedenen wissenschaftlichen Disziplinen zur Verfügung stehen.

Dies soll das Lehrziel des algebraischen Unterrichts an den Mittelschulen sein, und dies ist die Massregel, welche in Deutschland unter andern von den Herren Professoren Klein und Götting in ihren oben genannten Schriften befürwortet wird.

Nebenbei bietet diese Massregel auch den grossen Vorteil, die zwischen dem Schul- und dem Universitätsunterricht existirende Kluft zu vermindern.

Die vorgeschlagene Umgestaltung des mathematischen Lehrplans muss aber mit grösster Vorsicht ausgeführt werden. Einerseits, was den Umfang anbetrifft, muss man sich auf die Grundbegriffe beschränken, anderseits ist eine reine abstrakte Darstellung zu vermeiden.

* * *

In Frankreich sind die Lehrpläne vor zwei Jahren in diesem Sinne abgeändert worden. Es scheint mir zweckmässig, hier, nicht als Vorschrift, aber als Beispiel einen kurzen *Überblick über die französischen Programme und einige zugehörige Lehrbücher* zu geben. Es ist vielleicht nicht unnötig, einige Angaben über den in Frankreich neu eingeführten Unterrichtsbetrieb voranzuschicken. Die Organisation des Mittelschulunterrichts ist aus folgender Zusammenstellung ersichtlich:

Etudes primaires (Primarunterricht), 4 Jahrgänge.

Etudes secondaires (Mittelschulunterricht), 7 Jahrgänge; dieselben verteilen sich auf zwei Zycles, mit 4 resp. 3 Jahrgängen.

Premier Cycle, *durée quatre ans, Classes VI, V, IV, III.*

In diesem ersten Zyklus haben die Schüler Auswahl zwischen zwei Abteilungen; in der *Division A* ist das Latein obligatorisch und das Griechische fakultativ; in der *Division B* gibt es keinen Unterricht in den alten Sprachen, es wird dem Französischen und den Wissenschaften mehr Zeit gewidmet. Der erste Zyklus schliesst ab mit einem *Certificat d'études secondaires du premier degré*.

Second Cycle, *durée trois ans, Classes II, I, et Classe de Philosophie ou Classe de Mathématiques.*

Der zweite Zyklus hat vier Abteilungen, je nach den Hauptfächern.

Sektion A. „Le latin avec le grec“; (Latein und Griechisch).

Sektion B. „Le latin avec une étude plus développée des langues vivantes“; (Latein und neuere Sprachen).

Sektion C. „Le latin avec une étude plus complète des sciences“; (Latein und Wissenschaften).

Sektion D. „L'étude des langues vivantes unie à celle des sciences, sans cours de latin“; (Neuere Sprachen und Wissenschaften).

Die Sektion A entspricht etwa den klassischen Abteilungen unserer Gymnasien, die Sektionen B und C den Realgymnasien und die Sektion D den technischen Abteilungen oder den sogenannten Industrieschulen.

Am Ende der Klasse I sind die Schüler berechtigt, den ersten Teil der Prüfung des *Baccalauréat de l'enseignement secondaire* ihrer Abteilung zu absolvieren.

Für die letzte Klasse des zweiten Zyklus haben die Schüler die Auswahl zwischen der *Classe de Philosophie* und der *Classe de Mathématiques*, und am Ende derselben können sie den zweiten Teil des *Baccalauréat*

absolvieren. Zu bemerken ist, dass die *Baccalauréats* der verschiedenen Abteilungen *genau dieselben Berechtigungen* haben.

An den zweiten Zyklus schliesst sich noch die sogenannte *Classe de Mathématiques spéciales* als Vorbereitung auf die Ecole Polytechnique, die Ecole Centrale, etc.

Betrachtet man nun die *Lehrpläne des mathematischen Unterrichts*, so findet man zum erstenmal den Koordinatenbegriff und einige einfache Anwendungen in der *Klasse III (Division B)*: „Variation de l'expression $ax + b$, représentation graphique. Représentation graphique des variations de x^2 , $\frac{1}{x}$, etc.“ Für die *Classe de seconde C et D* liest man: „Variation du trinome du second degré; représentation graphique. Variation de l'expression $\frac{ax + b}{a_1x + b_1}$; représentation graphique.“

Der Begriff der Derivierten wird in dieser gleichen Klasse II eingeführt: „Notion de la dérivée; signification géométrique de la dérivée. Le sens de la variation est indiqué par le signe de la dérivée; application à des exemples numériques très simples.“

Für die Sektionen A und B werden diese Begriffe in der *Classe de Philosophie* gegeben; der Lehrplan dieser Klasse enthält u. a.: „Notion de fonction; représentation de fonctions très simples, . . . Equations de quelques courbes simples définies géométriquement, . . . Notion de la tangente et de la dérivée . . . Notions sur l'usage de la dérivée pour reconnaître le sens de la variation d'une fonction . . . Problème inverse de la recherche d'une dérivée. Aire d'un triangle, ou d'une parabole, obtenue par la recherche d'une fonction dont la dérivée, par rapport à x , est ax ou ax^2 . Notions sur la méthode infinitésimale; . . . Application à l'évaluation des volumes ou des surfaces de corps considérés en Géométrie élémentaire.“

Einen näheren Einblick in die französische Lehrart geben die vorliegenden Lehrbücher, welche ich Ihnen zur Einsicht überreiche, und deren Autoren nicht nur als tüchtige Lehrer, sondern auch als Forscher in den mathematischen Kreisen wohl bekannt sind:

Em. Borel. — *Algèbre, Premier cycle.* (Classe III A et Classes IV et III B) Librairie Armand Colin, Paris, 1903.

Algèbre, Second cycle. (Classes II et I C et D).

C. Bourlet. — *Précis d'Algèbre*, contenant 557 exercices et problèmes. (Classes II et I C et D) Librairie Hachette, Paris 1904.

Jules Tannery et Paul Tannery. — *Notions de Mathématiques suivies de Notions historiques.* (Classe de Philosophie) Librairie Delagrave, Paris, 1903.

A. Grévy. — *Traité d'Algèbre* à l'usage des élèves de Mathématiques (Classe de Mathématiques), Librairie Vuibert et Nony, Paris, 1905.

Diese Angaben und Zitate genügen, um Ihnen zu zeigen, in welchem Umfang der Funktionsbegriff in den französischen Lehrplänen vertreten ist. Ganz besonders zu bemerken ist das Programm der *Classe de Philosophie*, welche der obersten Stufe unserer klassischen Gymnasien entspricht.

* * *

Es ist nun unsere Pflicht, zu untersuchen, inwieweit für die schweizerischen Mittelschulen eine ähnliche Modernisierung des Lehrstoffs durchführbar ist, indem man, selbstverständlich, den speziellen Verhältnissen der verschiedenen Anstalten Rechnung trägt.

Meine verehrtesten Kollegen! Ich schlage Ihnen vor, den allgemeinen Wunsch auszusprechen, der in folgenden beiden Thesen enthalten ist —, in welchen ich zum Schluss meine Betrachtungen zusammenfasse:

These 1. — *In Betracht auf seine allgemeine Bedeutung gehören der Funktionsbegriff und seine grundlegenden Anwendungen in den Lehrplan der Mittelschulen.*

These 2. — *Was den Umfang und die Methode anbetrifft, so beschränke man sich einerseits auf die Grundbegriffe und ihre Veranschaulichung durch typische Anwendungen und vermeide anderseits eine rein abstrakte Darstellung.*

Diskussion:

Wild - St. Gallen

ist am Erscheinen verhindert, spricht sich aber in einer Zuschrift folgendermassen zur Frage aus:

Gestatten Sie mir, Ihnen zu allererst zu sagen, was ich aus der höhern Analysis in unserer 4. und 5. technischen Klasse behandle, und zwar ohne Rücksicht auf die Qualität der Klasse:

1. Die Differentialquotienten der einfachen Funktionen und die Grundformeln der Integralrechnung.
2. Die höhern Differentialquotienten der einfachsten Funktionen.
3. Der Taylorsche Lehrsatz für ganze algebraische Funktionen.
4. Anwendung der Derivirten und des Taylorschen Lehrsatzes auf die Bestimmung von Maxima und Minima.

Falls das Niveau der Klasse es gestattet, stehe ich nicht an, verschiedene weitergehende Anwendungen der behandelten Kapitel auf Algebra, Geometrie und Mechanik zu veranstalten, an welchen die Schüler jeweilen grosses Gefallen finden.

Wie ich die Derivirte einführe, ist bald gesagt. Nachdem die komplexen Zahlen und die Operationen mit denselben behandelt sind, lasse ich ein Kapitel über Grenzwerte folgen, dem ich alsdann die Behandlung der Derivirten als einer speziellen Sorte von Grenzwerten anschliesse. So wird es mir dann möglich, die in der Schule zu behandelnden Potenzreihen in der denkbar einfachsten und einheitlichen Weise abzuleiten, und die Behandlung von Maximum- und Minimum-Aufgaben vollzieht sich auf die natürlichste Art.

Bestimmend für diese Art der Einführung des Differentialquotienten sind für mich neben den bekannten in den verschiedenen math. Zeitschriften und Schulprogrammen enthaltenen bezüglichen Meinungsäusserungen pro und contra insbesondere noch zweierlei Erwägungen geworden, welchen nach meinem Dafürhalten vom pädagogisch-methodischen Standpunkte aus gleiches Gewicht beizumessen ist.

Die eine dieser Erwägungen ist oben schon gestreift worden. So lange in der Schule Maximum- und Minimum-Aufgaben gelöst und Potenzreihen behandelt werden sollen, so lange wird auch die Behandlung derselben unter Anwendung der Derivirten sich am elegantesten und einfachsten gestalten. Es handelt sich also bei der Einführung und Anwendung der Derivirten zu besagtem Zwecke durchaus nicht etwa um die Einführung eines neuen Unterrichtsstoffes, sondern lediglich um eine methodische Frage, bei deren Beantwortung für mich die Rücksicht auf Eleganz, Kürze und Einheitlichkeit in der mathematischen Behandlung der Probleme ausschlaggebend ist.

Durch die Einführung der Derivirten in den math. Unterricht der Mittelschule aber erreichen wir noch etwas ganz anderes. Wir führen die jungen Leute ein in das Verständnis der Elemente der Differential- und Integral-Rechnung und arbeiten der Hochschule vor, welcher bis anhin fast allein die Rolle zugeteilt war, das Verständnis der Infinitesimalrechnung anzubahnen. Gut Ding will Weile haben, sagt das Sprichwort, dessen Richtigkeit sich auch hier erwahrt. Die kurze Zeit von einigen wenigen Hochschul-Studiensemestern ist für die wenigsten ausreichend, die Operationen des Differenzirens und Integrirens in Fleisch und Blut übergehen zu lassen. Daraus erklärt sich wohl die oft bei ältern Technikern beobachtete Scheu vor der höhern Analysis. In gleichem Sinne bemerkt Perry in seiner höhern Analysis für Ingenieure: „Ich kenne solche Leute, die, wenn sie in einem technischen Buche ein $\frac{dp}{dt}$ oder ein Integralzeichen finden, schleunigst über dasselbe hinweglesen“.

Ein anderer bemerkt launig, dass beim blossen Anblick der eben genannten Symbole viele technisch gebildete Leute in vorgerückterem Alter Reissaus nehmen.

Je früher diese Operationen des Differenzirens und Integrirens geübt werden, um so besser.

Bei diesen Operationen kommt immer wieder das algebraische Rechnen zur Übung und Anwendung, was nicht gering anzuschlagen ist. Nur zu oft können die Elemente des Buchstabenrechnens bei dem oft relativ spät erfolgenden Eintritt der Schüler in die Mittelschule nicht mit der nötigen Gründlichkeit eingeübt und verarbeitet werden. Einen Beleg hiefür bildet der folgende Passus einer Eingabe einiger Herren Professoren des eidgen. Polytechnikums an den Schweiz. Schulrat: „Das algebraische Rechnen wird an den Mittelschulen nicht immer bis zu der wünschenswerten Sicherheit gebracht usw.“ und der ähnlich lautende Passus aus einem andern Gutachten vom Jahre 1885: „Die Lehrerschaft des Polytechnikums hat die Beobachtung gemacht, dass die von unsern Mittelschulen kommenden Studirenden die nötige Übung in schriftlicher Darstellung nicht besitzen. Sie sind ungelenk in der Sprache und unsicher ebensowohl im numerischen wie im algebraischen Rechnen. Auch ist klar, dass am Polytechnikum das Versäumte nicht mehr nachgeholt werden kann usw.“

Gibt es nun aber, frage ich, für das algebraische Rechnen eine gleich günstige andere Gelegenheit, als gerade das Differenziren und Integriren, wobei ausserdem noch wohl zu beachten ist, dass gleichzeitig mit dem algebraischen Rechnen auch noch die neuen Operationen eingeübt werden. Gerade hier liegt meines Erachtens ein Grund dafür vor, und zwar für mich einer der gewichtigsten, mit der Bildung der Differentialquotienten möglichst frühzeitig zu beginnen.

Die Erfahrungen, die ich bei dieser zeitigen Einführung der Derivirten gemacht habe, sind für mich wohl befriedigend, so dass ich auf Grund meiner längern Praxis in St. Gallen jüngere Kollegen nur zu ähnlichem Beginnen ermutigen möchte.

* * *

Scherrer-Küsnacht.

Es kann gewiss kein Zweifel darüber herrschen, dass der Funktionsbegriff in den obern Klassen der technischen Abteilungen unserer Kantonschulen behandelt werden muss; allein es scheint mir, dass dessen Behand-

lung auch am Gymnasium nicht ganz umgangen werden kann. Man denke nur an die Identität

$$x^2 + qx + r = (x - x_1)(x - x_2),$$

wo x_1 und x_2 die Wurzeln der quadratischen Gleichung

$$x^2 + qx + r = 0$$

bedeuten. Sodann kann man ja auch bei der Lösung von Max.- und Min.-Aufgaben des Funktionsbegriffs unmöglich entraten. In der Tat gibt es auch Gymnasien und sogar Seminarien, wo er besprochen wird. In welcher Weise jedoch diese Materie an den verschiedenen Anstalten behandelt wird, lässt sich aus den Schulprogrammen entweder nur unvollständig oder gar nicht erkennen. Da es aber von Wert wäre, hierüber sich gegenseitig zu orientieren, so erlaube ich mir, um die Diskussion einzuleiten, in Kürze das Programm zu skizzieren, nachdem ich seinerzeit an der thurgauischen Kantonsschule diesen Gegenstand unterrichtet habe.

Ausgehend von der Bestimmung der Lage eines veränderlichen Punktes einer Geraden durch ein Streckenverhältnis wurde die Notwendigkeit der Betrachtung veränderlicher Zahlen dargetan und das eindeutige Entsprechen zwischen Punkt und Zahl festgestellt, hernach die Betrachtung umgekehrt und der Punkt als graphische Darstellung der veränderlichen Zahl aufgefasst. Sodann wurde unter Hinzunahme einer zweiten Koordinatenaxe die Funktion $y = ax$ graphisch dargestellt und insbesondere auf die Proportionalität der Funktion zum Argument hingewiesen. Hieran richtete sich die Betrachtung der Funktion $y = ax + b$ und der Nachweis dafür, dass jede Funktion, die entweder graphisch durch eine Gerade dargestellt wird, oder bei der die Funktionaländerung zur Argumentänderung proportional ist, vom ersten Grade sein muss. Sodann wurden besprochen und graphisch dargestellt die Funktionen x^2 , ax^2 , $x^2 + b$, $(x + c)^2$ und $ax^2 + bx + c$ unter Hinweis auf die Stetigkeit, das Auftreten eines Minimums oder Maximums, mit Bildung der Derivirten und die Konstruktion der Tangente. Daran schloss sich die Diskussion einer Funktion dritten Grades, deren Nullstellen leicht erkannt werden konnten, und damit in Verbindung die Würdigung der ersten Derivirten in ihrer Bedeutung für die Bestimmung grösster und kleinster Funktionalwerte. Es folgte x^n und die allgemeine ganze Funktion einer Variablen. Hierauf gelangten die Funktionen

$$\frac{1}{x}, \frac{1}{x-a}, \frac{1}{(x-a)^2}, \frac{1}{(x-a)^n}$$

sowie die gebrochenen Funktionen im allgemeinen und deren Unstetigkeiten zur Besprechung. Von ganzen Funktionen von mehreren Variablen, homogenen und symmetrischen Funktionen wurden Beispiele gegeben und auf die Mehrdeutigkeit und das Unendlichwerden der algebraischen Funktionen aufmerksam gemacht. Als Beispiel einer transzendenten Funktion wurde a^x behandelt und dabei den irrationalen Argumentwerten besondere Beachtung geschenkt. Hier bot sich dann eine willkommene Gelegenheit zur Vorführung unstetiger Funktionen, wie z. B. der Funktion

$$y = b + \frac{(a-b)e}{c \frac{1}{x-d} + e}$$

welche, wenn $c > 1$ ist, mit wachsendem x beim Argumentwert d von a zu b überspringt. Den Abschluss des Kapitels bildete die Regula falsi mit Anwendungen.

Die in der Differentialrechnung übliche Bezeichnung des Differentialquotienten wurde absichtlich vermieden, um in keiner Weise dem spätern

Unterricht am Polytechnikum vorzugreifen. Es wurde ja allerdings auch schon vorgeschlagen, die Elemente der höhern Analysis in der Mittelschule zu behandeln. Es ist das aber eine Angelegenheit für sich, die jedoch verdiente, in unserem Kreise einmal besprochen zu werden.

* * *

Suter-Zürich:

Zur Einführung in die analytische Geometrie trete ich stets auf den Funktionsbegriff (wenigstens in bessern Klassen) ein und lasse einfachere Funktionen, wie $y = ax$, $y = ax + b$, $y^2 = px$, $x^2 + y^2 = a^2$, $y = \frac{a}{x}$ etc., graphisch darstellen. Was die Einführung in die Differential- und Integralrechnung betrifft, so empfiehlt es sich, hier den historischen Entwicklungsgang mehr zu berücksichtigen, und zu zeigen, wie aus dem Tangentenproblem und dem Quadraturenproblem eines Fernet, Barrow und Wallis jene beiden Disziplinen hervorgegangen sind; dieser Gedankengang ist viel verständlicher für den Anfänger, als die moderne rein arithmetische Einführungsweise in die Infinitesimalrechnung.

* * *

Bützberger-Zürich:

Der Funktionsbegriff drängt sich auch im geometrischen Unterricht schon frühzeitig auf. Die harmonische Teilung der Dreiecksseiten durch die Winkelhalbierenden, die Apollonischen Kreise, die Sätze von Menelaos und Ceva, ihre Umkehrungen und Anwendungen lassen sich am einfachsten und gründlichsten mittelst des *Teilverhältnisses* unter gehöriger Berücksichtigung des Sinnes der Strecken durch das Vorzeichen ihrer Masszahlen behandeln. Sind $P_1 P_2$ zwei feste Grundpunkte einer Geraden und ist P irgend ein *Teilpunkt* derselben, so setze man $P_1 P_2 = a$ und $P_2 P = x$; alsdann ist das Teilverhältnis von P bez. $P_1 P_2$:

$$y = \frac{P_1 P}{P_2 P} = \frac{a + x}{x} = \frac{a}{x} + 1$$

eine Funktion von x . Zu jedem Wert von x gehört ein Wert von y und umgekehrt, da $x = a : (y - 1)$.

Lässt man nun den Schüler eine Strecke $P_1 P_2$ ($= 10 \text{ cm}$) etwa in 10 gleiche Teile zerlegen, die man beidseitig über die Endpunkte hinaus beliebig oft wiederholt, und lässt man ihn dann nach Annahme einer passenden Einheit ($= 4 \text{ cm}$) in jedem Teilpunkt den zugehörigen Wert des Teilverhältnisses mittelst eines Transversalmassstabes möglichst genau als Ordinate auftragen, so verschafft ihm die so entstehende gleichseitige Hyperbel eine sehr klare Vorstellung von dem Verlauf des Teilverhältnisses und zwei Jahre später kann er diese Hyperbel analytisch-geometrisch genauer untersuchen.

Ich benutze diesen Anlass, um Ihre Aufmerksamkeit auf die verschiedenen Definitionen des Teilverhältnisses zu lenken. In der Statik, wo es sich um Massenpunkte handelt, ist die Definition $P_1 P : P P_2$ naturgemäss und seit *Möbius'* baryzentrischem Kalkül im Gebrauch. Diese *statische Definition* scheint nun aber durch die vorzüglichen Lehrbücher der analytischen Geometrie von *Ganter-Rudio*, *Mink-Fiedler* u. a. auch in der Geometrie vielerorts üblich geworden zu sein, was meines Erachtens nicht naturgemäss ist. In geometrischen Untersuchungen und Lehrbüchern sollte man,

wie dies schon *Möbius* getan hat, entweder die Definition $PP_1:PP_2$ oder, was dasselbe ist, $P_1P:P_2P$ ausschliesslich gebrauchen. Diese *geometrischen Definitionen* haben zunächst den Vorzug, dass beide Strecken in gleicher Weise von den Grundpunkten aus oder nach diesen hin gemessen werden, was auch dem analytischen Ausdruck wohl ansteht:

$$\lambda = \frac{P_1P}{P_2P} = \frac{x - x_1}{x - x_2}, \text{ woraus } x = \frac{x_1 - \lambda x_2}{1 - \lambda}.$$

Dass das negative Vorzeichen von λ in der letzten Formel kein Nachteil ist, zeigen die Rechnungen mit ihr, die oft möglichst viele positive Vorzeichen zur Folge haben (vgl. z. B. Ganter-Rudio, § 28).

Gegen die statische Definition des Teilverhältnisses in der Geometrie spricht aber insbesondere seine Fundamentalkonstruktion. Zieht man durch P_1 nach der einen Seite hin $P_1Q_1 = r_1$ und durch P_2 parallel und gleichgerichtet $P_2Q_2 = r_2$ und entgegengesetzt gerichtet $P_2Q_2' = -r_2$ schneiden die Geraden Q_1Q_2 und Q_1Q_2' aus P_1P_2 die Teilpunkte deren Teilverhältnisse resp. $\pm (r_1:r_2)$ sind, denn es ist

$$\triangle P_1Q_1P \sim \triangle P_2Q_2P \text{ und } \triangle P_1Q_1P' \sim \triangle P_2Q_2'P,$$

und zwar sind diese Dreiecke nicht *gegenwändig*, sondern *gleichwändig* ähnlich. Will man nun ihre Seiten ordnungshalber in gleichem Sinne messen, so *muss* man die geometrische Definition adoptiren; dann braucht man auch nicht zweien von einer Axe aus gehenden, gleichgerichteten Parallelen Masszahlen von entgegengesetztem Vorzeichen zu geben (vgl. Mink, pag. 2 Fig.).

Daher wohl hat schon *Möbius*, der es mit dem Sinn der geometrischen Grössen so vorbildlich genau nahm, in seinen geometrischen Abhandlungen die geometrische Definition des Teilverhältnisses benutzt, die auch *R. Baltzer* in seinen berühmten und weit verbreiteten Lehrbüchern ausschliesslich verwendet. Auch *Steiner* und *Jacobi* brauchten in ihren geometrischen Schriften und Vorlesungen nur die geometrische Definition, die auch den vortrefflichen, von *Jacobi* angeregten und beeinflussten Elementen der analytischen Geometrie von *Joachimsthal* zugrunde liegt. Aus den Elementen der projektivischen Geometrie von *Cremona* und aus dem Repertorio di matematiche superiori von *Pascal*, dieser italienischen Enzyklopädie, ersehe ich, dass auch in Italien die geometrische Definition $P_1P:P_2P$ allgemein üblich ist. Und auch die deutsche Enzyklopädie der Elementarmathematik wird dieselbe voraussichtlich adoptiren, da ihr Bearbeiter *Max Simon* in Strassburg in seinen interessanten Lehrgängen der analytischen Geometrie, die in den Sammlungen Göschen und Schubert erschienen sind, ausschliesslich die geometrische Definition gebraucht.

* * *

Brandenberger-Zürich

skizzirt das Programm, nach welchem er an der Industrieschule Zürich den Funktionsbegriff behandelt. In 4 $\frac{1}{2}$ Jahreskursen haben wir das gesamte Gebiet der Mittelschulmathematik zu behandeln und müssen schon der Zeit wegen auf eine Darstellung der Elemente der Differential- und Integralrechnung verzichten. Wenn übrigens der Schüler „rechnen“ kann, wenn er klare Vorstellungen von Funktionen, Grenzwerten usf. besitzt und wenn sein Interesse für die höhere Analysis geweckt ist, folgt er mit Leichtigkeit den Vorlesungen über Differential- und Integralrechnung am Polytechnikum. Wollen wir diesen Forderungen gerecht werden, so bleibt uns

keine Zeit zum Differenzieren und Integrieren. Am Gymnasium liegen die Verhältnisse anders. Seine Schüler treten im allgemeinen an die Universität über und haben hier keine Gelegenheit oder keine Zeit, Vorlesungen über diese Gegenstände zu hören. Es ist daher zu begrüßen, wenn die Elemente der Differential- und Integralrechnung in den Lehrplan des Gymnasiums aufgenommen werden, natürlich ohne die gründliche Behandlung jener Fundamentalbegriffe.

Ich benutze jede Gelegenheit zu graphischen Darstellungen (Teilverhältnis, Kettenbrüche, $y = \log x$ und $y = \log x$, trig. Linien, graphischer Fahrplan etc.). Schon bei der Behandlung von „proportional“ weise ich darauf hin, dass es konstante und veränderliche Grössen gibt. Das Kapitel „Von den Funktionen“ ist eine Einleitung in die Analysis und analytische Geometrie. Was im frühern Unterrichte über konstant und veränderlich, abhängig und unabhängig veränderlich, über Funktionen und graphische Darstellung gesagt wurde, wird wiederholt, die an Beispielen gewonnenen Vorstellungen werden zu klaren Begriffen verarbeitet. Definition und Einteilung der Funktionen, ihre graphische Darstellung (soweit es sich um Funktionen eines Argumentes handelt). Neue Begriffe: Nullstelle und Pol, Maximum und Minimum, stetige und unstetige, eindeutige und mehrdeutige, gerade und ungerade, symmetrische, abgeleitete Funktion. Die längst bekannten Abhängigkeiten „proportional“ und „umgekehrt proportional“ werden ins Reich der Funktionen aufgenommen, erstere als ganze rationale, letztere als gebrochene rationale Funktion. Aus dieser Einleitung wissen die Schüler, was man unter der Gleichung einer Kurve versteht, wie man entscheidet, ob ein Punkt auf einer Kurve liegt, wie man die Schnittpunkte zweier Kurven ermittelt, sie wissen, dass die Bestimmung der reellen Wurzeln der Gleichung $f(x) = 0$ und die Ermittlung der Schnittpunkte der Kurve $y = f(x)$ mit der Abszissenaxe identische Aufgaben sind. Sie lernen die analytische Geometrie kennen als eine Anwendung der Analysis und Algebra auf die Geometrie. — Nun folgen die Kapitel über Begriff und Berechnung von Grenzwerten, Entwicklung der Elementarfunktionen in Potenzreihen, Auflösung numerischer Gleichungen durch Näherung, Aufgaben über Maxima und Minima.

* * *

Flatt-Basel

begrüsst es, dass Dr. Bützberger für das Teilungsverhältnis dreier Punkte A, B, C, der Definition nach Möbius $\frac{A C}{B C}$ ebenfalls den Vorzug

gibt vor der in verschiedene Lehrbücher übergegangenen Definition $\frac{A C}{C B}$.

Er berührt sodann die Frage, ob auf der obern Mittelschule die Elemente der Differentialrechnung schon zu behandeln seien und teilt mit, dass an der obern Realschule Basel seit vielen Jahren die Schüler im letzten Semester mit gutem Erfolg mit den Grundproblemen der Differentialrechnung und mit den einfachsten Anwendungen auf Geometrie und Mechanik bekannt gemacht worden sind und dass, nachdem nun die Schule um ein Jahr verlängert worden ist, diese Anstalt mit Rücksicht auf die mathematische Vertiefung von Physik und Mechanik dieses Kapitel der Mathematik nicht preisgeben wird. Da die Diskussion über diesen Gegenstand bereits gezeigt hat, dass an den meisten höheren

Mittelschulen technischer Richtung in verkappter Weise unter Aufwand grösserer Schwierigkeiten tatsächlich doch differenzirt wird, hält er es für zweckmässiger, das „Kind beim Namen zu nennen“ und sich der Bezeichnungen der Differentialrechnung auch zu bedienen. Die grundlegenden Operationen können intensiv geübt werden und bieten in neuer anregender Form prächtige Gelegenheit zur Repetition und Anwendung früher behandelter algebraischer Sätze. Zudem haben die vielen Schüler, welche sich nach der Maturität nicht mathematischen oder technischen Studien zuwenden, ein Anrecht darauf, einen wenn auch nur beschränkten Einblick zu gewinnen in das Wesen der für die moderne Mathematik, Technik und Naturwissenschaft so wichtigen Differentialrechnung. Solche Stimmen, welche die Elemente der Differentialrechnung und, wie dies von einem Referenten am Mathematikerkongress in Heidelberg empfohlen wurde, sogar die darstellende Geometrie aus den obern Realschulen verbannen möchten, um den Studirenden „den Reiz der Neuheit“ nicht vorweg zu nehmen, dürften unsere Mittelschulen im wohlverstandenen Interesse der uns anvertrauten Jünglinge kein Gehör schenken.

* * *

Gubler-Zürich.

Ich erlaube mir nur zwei kurze Bemerkungen. Im Sommer 1877 vikarisirte ich ganz kurze Zeit für Professor Sidler an der Realabteilung der Kantonsschule in Bern. In diesen Stunden hatte ich unter anderm auch Aufgaben mit Hilfe der Differentialrechnung zu lösen. Ebenso weiss ich von meinem verstorbenen Freunde Schönholzer, dass er am Gymnasium in Bern von der Differentialrechnung ziemlich weitgehenden Gebrauch machte.

Was die Bezeichnungsweise bei der innern und äussern Teilung einer Strecke betrifft, so entspricht die Art, wie es *Ganter* und *Rudio* in ihrem Lehrbuch der analytischen Geometrie machen, der natürlichen Anschauung. Ist C innerer Teilpunkt der Strecke AB , so bringt der Schüler die Anschauung $AC + CB = AB$ schon mit und AC , CB sind gleichgerichtete Strecken. Schreibt man beim äussern Teilpunkt D entsprechend AD , DB , so kann man im Doppelverhältnis die Symmetrie beibehalten, aber in der harmonischen Proportion z. B. nicht; man muss dann entweder $-DB$ oder BD schreiben. Ebenso ist es, wenn die vier Strecken mit AC , BC , AD , BD bezeichnet werden.

* * *

Der Referent F e h r :

Sehr geehrte Herren! Es schien mir zweckmässig, die Ausdrücke „Elemente der Infinitesimalrechnung“ oder „Elemente der Differential- und Integralrechnung“ zu vermeiden, denn dieselben könnten in weiteren Kreisen unrichtig interpretirt werden. Es handelt sich ja nicht um die Aufnahme dieser Elemente in den Lehrplan der Mittelschulen, sondern nur um die Einführung einiger einfachen Grundaufgaben, die sich direkt an den Funktionsbegriff schliessen und die zu einer allgemeinen wissenschaftlichen Vorschule gehören.

Ich sehe mit Freude, dass meine verehrten Kollegen mit meinen Thesen einverstanden sind. Herr Prof. H. Suter wünscht, dass in den höheren Klassen der geschichtlichen Entwicklung der Wissenschaft mehr Rücksicht getragen werde. Ich bin ganz damit einverstanden. Dieser Wunsch ist kürzlich wieder ausgesprochen worden, nämlich vor drei Monaten in Genf von dem zweiten internationalen Philosophenkongress, auf Vorschlag des so rasch weggestorbenen Paul Tannery und des Referenten.

Ich möchte Ihnen daher vorschlagen in diesem Sinne meiner zweiten These einen Satz hinzuzufügen.

Dr. R. Flatt macht den Vorschlag, diesen Wunsch in einer dritten These auszusprechen, was auch von Prof. Fehr und Prof. Suter unterstützt wird. Die 3. These lautet:

Die historische Entwicklung der Mathematik sollte im mathematischen Unterricht der höheren Mittelschulen, insbesondere an den Gymnasien, mehr berücksichtigt werden.

Die drei Thesen wurden einstimmig angenommen.

Vom Pestalozzianum.

Das Pestalozzianum hat folgende Gegenstände zu den bezeichneten reduzierten Preisen abzugeben: Nachtschwalbe, gestopft, 4 Fr.; Blässhuhn, gestopft, 4 Fr.; grünfüssiges Wasserhuhn, gestopft Fr. 3.80; Farbenwürfel, 1 Fr.; Engleder, Bot. Wandtafeln: Moose-Bärlapp-Schachtelhalm, 1 Fr.; Froschlöffel-Aron, 1 Fr.; Segge-Teichbinse, 1 Fr.; *Gerold*, Wandtafeln f. d. naturgeschichtl. Unterr.: Tafel-Pilze, roh, Fr. 2.20; *Meinhold*, Wandbilder f. d. Unterr. in der Zoologie, roh: Lachs und seine Entwicklung, Fr. 1.10; Schmetterlinge, 2 Taf., à Fr. 1.10; Käfer, 2 Taf., à Fr. 1.10; Weinbergschnecke, Fr. 1.10; Eulen, Fr. 1.10; *Meinhold*, Werkzeugtafeln, 4 Bl., à 1 Fr.; *Künzli*, Handwerkerbilder: Hufschmied und Metzger, à 30 Rp.; *Hölzel*, Wandbilder f. d. Ansch.- u. Sprachunterricht, mit Einfassung u. Ösen: Sommer (Ernte), Fr. 5.30; *Keil & Riecke*, Deutscher Schul-Atlas (Ausgabe f. d. Schweiz), mehrere Ex. à Fr. 1.20; der gewerbliche Fortbildungsschüler, kart., 1 Fr.; Die Fortbildungsschülerin, 4 Hefte, kart., à 50 Rp.; *Perthes*, See-Atlas, 2 Fr.; Dürers Kleine Passion, 20 Rp.; Pestalozzibild von Schöner à 10 Rp.; *Hug*, Die Wahl eines Berufes, 10 Rp.; Aus Gerold Eberhards Leben, 1 Fr.; Kommentar z. d. schweiz. geogr. Bilderwerk, Heft 1—6 (Jungfraugruppe, Lauterbrunnental, Genfersee, Vierwaldstättersee, Bern, Rhonegletscher), à 20 Rp.; *Wiedemann*, Kommentar z. d. schweiz. Bilderwerke, Heft 6, 7, 8 und 10 (Wald, Frühling, Sommer, Winter), à 20 Rp.; *Poirier-Müllhaupt*, Historischer Atlas der Schweiz, 1 Fr.; *Schallehn*, Lehrbuch der einf. bürg. Buchführung, 1 Fr.; Stoffverteilungsplan dazu, 35 Rp.; *Odenthal*, Lehrbuch der kaufmännischen doppelten Buchhaltung, 4 Fr. (statt Fr. 7.35); *Wenger*, Der Zeichenunterricht in der Volksschule, 1. u. 2. Teil, à Fr. 1.50; Cottasche Schulausgaben deutscher Klassiker, mit Anmerk., in Leinwand geb.: Goethe, Iphigenie, 60 Rp.; Goethe, Hermann und Dorothea, 60 Rp.; Riehl, Die Familie, Fr. 1.20; Riehl, Die bürgerliche Gesellschaft, Fr. 1.20; *Hirter*, Wie spedirt man seine Waren am besten? 10 Rp.; Allgem. Handels-Korrespondenz, Fr. 1.35; Dr. *Sonderegger*, Tuberkulose und Heilstätten für Brustkranke i. d. Schweiz, 20 Rp.; *Kreis*, Das Sempacherlied mit den Lebensbildern des Komponisten und des Dichters, 20 Rp.; *Hunziker*, Aus der Reform der zürch. Landschulen 1770—1778, 20 Rp.; *Roth*, Neue Flachschnittmuster, Fr. 2.50; *Fink*, Pflanzet Bäume (Wandtafel), 1 Fr.

Schiller-Porträt von *K. Bauer*. Leipzig, G. B. Teubner. (50/60 cm.) 4 Fr., gerahmt Fr. 14.20, mit Glas 16 Fr. Auf die Schillerfeier machen wir nochmals auf dieses Bild aus der bekannten Serie der Künstler-Steinzeichnungen aufmerksam, das die Züge des grossen Dichters in kraftvoller Zeichnung wiedergibt. In der Nähe gesehen, scheint das Bild der Vergeistigung des Kopfes zu entbehren, in einiger Entfernung und richtiger Beleuchtung ist das Porträt aber recht wirkungsvoll.