

**Zeitschrift:** Pestalozzi-Kalender  
**Band:** 51 (1958)  
**Heft:** [1]: Schülerinnen  
  
**Rubrik:** Aus der Geometrie

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

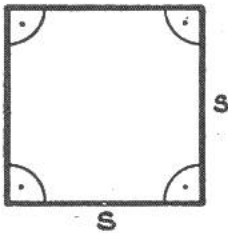
### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 08.11.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Aus der Geometrie.



s = Seite.  
U = Umfang.  
F = Fläche.

## Das Quadrat.

rechtwinklig, gleichseitig.

$$U = 4 \cdot s$$

$$s = \frac{U}{4} = U : 4$$

$$F = s \cdot s \quad *)$$

$$s = \sqrt{F}$$



l = Länge.  
b = Breite.

## Das Rechteck.

rechtwinklig, ungleichseitig.

$$U = (l + b) \cdot 2$$

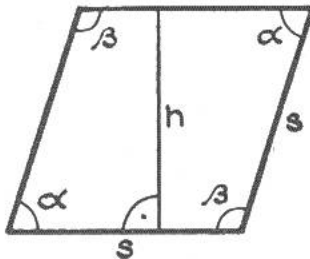
$$l = \frac{U}{2} - b$$

$$b = \frac{U}{2} - l$$

$$F = l \cdot b$$

$$l = \frac{F}{b} = F : b$$

$$b = \frac{F}{l} = F : l$$



s = Seite.  
h = Höhe.

## Der Rhombus, die Raute.

schiefwinklig, gleichseitig.

$$U = 4 \cdot s$$

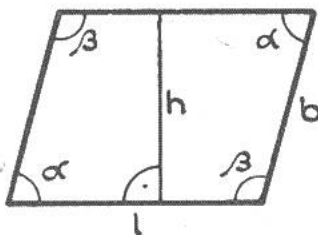
$$s = \frac{U}{4} = U : 4$$

$$\Delta \alpha + \Delta \beta = 180^\circ$$

$$F = s \cdot h$$

$$s = \frac{F}{h} = F : h$$

$$h = \frac{F}{s} = F : s$$



l = Länge.  
b = Breite.  
h = Höhe.

## Das Rhomboid, Parallelogramm.

schiefwinklig, ungleichseitig.

$$U = (l + b) \cdot 2$$

$$l = \frac{U}{2} - b$$

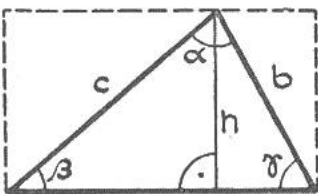
$$b = \frac{U}{2} - l$$

$$\Delta \alpha + \Delta \beta = 180^\circ$$

$$F = l \cdot h$$

$$l = \frac{F}{h} = F : h$$

$$h = \frac{F}{l} = F : l$$



a = g  
g = Grundlinie.  
h = Höhe.

## Das Dreieck.

$$F = \frac{g \cdot h}{2} \quad g = \frac{2 \cdot F}{h} \quad h = \frac{2 \cdot F}{g}$$

$$\Delta \alpha + \Delta \beta + \Delta \gamma = 180^\circ$$

$$\Delta \alpha = 180^\circ - (\Delta \beta + \Delta \gamma)$$

$$\Delta \beta = 180^\circ - (\Delta \alpha + \Delta \gamma)$$

$$\Delta \gamma = 180^\circ - (\Delta \alpha + \Delta \beta)$$

$$U = a + b + c$$

$$a = U - (b + c)$$

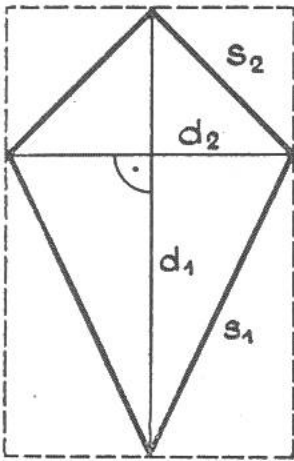
$$b = U - (a + c)$$

$$c = U - (a + b)$$

Spezialfälle: Das gleichseitige, die gleichschenkligen und die rechtwinkligen Dreiecke.

\*) Algebraische Schreibweise:  $F = s^2$ , gelesen s hoch 2; ebenso für andere Flächenformeln verwendbar.

## Das Drachenviereck.



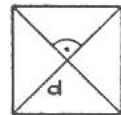
$d_1$  = lange Diagonale.  
 $d_2$  = kurze Diagonale.  
 $s_1$  = lange Seite.  
 $s_2$  = kurze Seite.

$$U = (s_1 + s_2) \cdot 2 \quad F = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

$$s_1 = \frac{U}{2} - s_2 \quad d_1 = \frac{2 \cdot F}{d_2}$$

$$s_2 = \frac{U}{2} - s_1 \quad d_2 = \frac{2 \cdot F}{d_1}$$

Spezialfälle:  
 Quadrat:

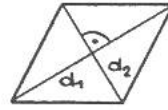


$$F = \frac{d \cdot d}{2}$$

$$d = \sqrt{2 \cdot F}$$

$d$  = Diagonale.  $d_1$  = lange Diagonale.  
 $d_2$  = kurze Diagonale.

Rhombus:



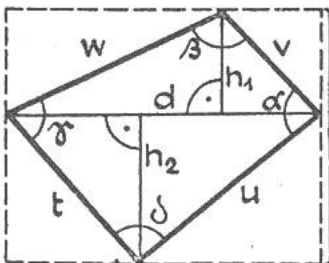
$$F = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

$$d_1 = \frac{2 \cdot F}{d_2}$$

$$d_2 = \frac{2 \cdot F}{d_1}$$

## Das Trapezoid.

Das unregelmässige Viereck.



$d$  = Diagonale  
 $h_1$  = Höhe 1  
 $h_2$  = Höhe 2

$$F = \frac{(h_1 + h_2) \cdot d}{2} \quad d = \frac{2 \cdot F}{(h_1 + h_2)}$$

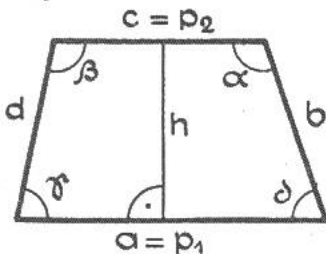
$$h_1 = \frac{2 \cdot F}{d} - h_2 \quad h_2 = \frac{2 \cdot F}{d} - h_1$$

$$\Delta \alpha + \Delta \beta + \Delta \gamma + \Delta \delta = 360^\circ \quad U = t + u + v + w$$

$$\Delta \alpha = 360^\circ - (\Delta \beta + \Delta \gamma + \Delta \delta) \quad t = U - (u + v + w)$$

u.s.w. u.s.w.

## Das Trapez.



$p_1$  = grosse Parallele.  
 $p_2$  = kleine Parallele.  
 $h$  = Höhe.

$$F = \frac{(p_1 + p_2) \cdot h}{2} \quad h = \frac{2 \cdot F}{(p_1 + p_2)}$$

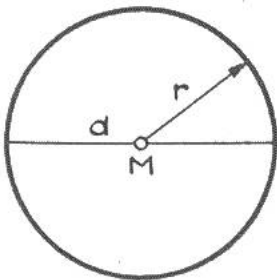
$$p_1 = \frac{2 \cdot F}{h} - p_2 \quad p_2 = \frac{2 \cdot F}{h} - p_1$$

$$\Delta \alpha + \Delta \beta + \Delta \gamma + \Delta \delta = 360^\circ \quad U = a + b + c + d$$

$$\Delta \alpha = 360^\circ - (\Delta \beta + \Delta \gamma + \Delta \delta) \quad a = U - (b + c + d)$$

u.s.w. u.s.w.

## Der Kreis.



$d$  = Durchmesser.  
 $r$  = Radius.  
 $M$  = Mittelpunkt.

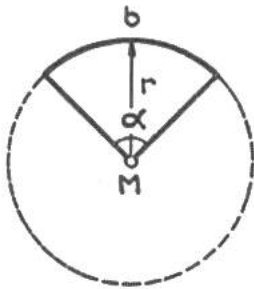
$$U = d \cdot \pi \quad U = 2 \cdot r \cdot \pi$$

$$d = \frac{U}{\pi} \quad r = \frac{U}{2 \cdot \pi}$$

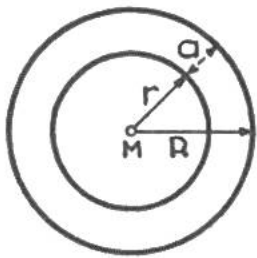
$$F = r \cdot r \cdot \pi = \frac{d \cdot d \cdot \pi}{4} = \frac{U \cdot U}{4 \cdot \pi}$$

$$r = \sqrt{\frac{F}{\pi}} \quad d = 2 \cdot \sqrt{\frac{F}{\pi}} \quad U = 2 \cdot \sqrt{F \cdot \pi}$$

Spezialfälle: Halbkreis, Viertelkreis.



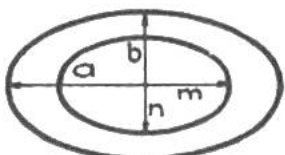
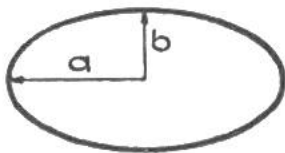
$r$  = Radius.  
 $b$  = Kreisbogen.  
 $\alpha$  = Zentriwinkel.  
 $M$  = Mittelpunkt.



$R$  = äusserer Radius.  
 $r$  = innerer Radius.  
 $a$  = radiale Breite  
 des Kreisrings.  
 $M$  = Mittelpunkt.



$R$  = äusserer Radius.  
 $r$  = innerer Radius.  
 $a$  = radiale Breite des  
 Kreisringstücks.  
 $\alpha$  = Zentriwinkel.  
 $M$  = Mittelpunkt.



## Der Kreissektor.

$$b = \frac{U \cdot \alpha}{360} = \frac{d \cdot \pi \cdot \alpha}{360} = \frac{r \cdot \pi \cdot \alpha}{180}$$

$$\alpha = \frac{b \cdot 360}{U} = \frac{b \cdot 360}{d \cdot \pi} = \frac{b \cdot 180}{r \cdot \pi}$$

$$F = \frac{b \cdot r}{2} \quad b = \frac{2 \cdot F}{r} \quad r = \frac{2 \cdot F}{b}$$

$$F = \frac{r \cdot r \cdot \pi \cdot \alpha}{360} = \frac{d \cdot d \cdot \pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360} = \frac{U \cdot U \cdot \alpha}{4 \cdot \pi \cdot 360}$$

$$\alpha = \frac{F \cdot 360}{r \cdot r \cdot \pi} = \frac{F \cdot 360 \cdot 4}{d \cdot d \cdot \pi} = \frac{F \cdot 360 \cdot 4 \cdot \pi}{U \cdot U}$$

$$r = 6 \cdot \sqrt{\frac{F \cdot 10}{\alpha \cdot \pi}} \quad d = 12 \cdot \sqrt{\frac{F \cdot 10}{\alpha \cdot \pi}} \quad U = 12 \cdot \sqrt{\frac{F \cdot 10 \cdot \pi}{\alpha}}$$

## Der Kreisring.

$$F = (R + r) \cdot (R - r) \cdot \pi$$

$$= (R + r) \cdot a \cdot \pi$$

$$= (2 \cdot r + a) \cdot a \cdot \pi = (d + a) \cdot a \cdot \pi$$

$$= (2 \cdot R - a) \cdot a \cdot \pi = (D - a) \cdot a \cdot \pi$$

## Das Kreisringstück.

$$F = (R + r) \cdot (R - r) \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

$$= (R + r) \cdot a \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

$$= (2 \cdot r + a) \cdot a \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360} = (d + a) \cdot a \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

$$= (2 \cdot R - a) \cdot a \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360} = (D - a) \cdot a \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

## Die Ellipse.

$$F = a \cdot b \cdot \pi$$

$$a = \frac{F}{b \cdot \pi} \quad b = \frac{F}{a \cdot \pi}$$

$a$  = halbe grosse Achse.

$b$  = halbe kleine Achse.

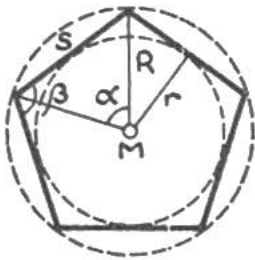
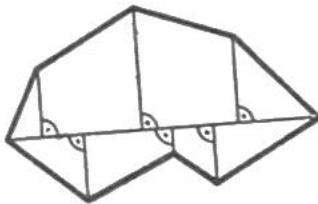
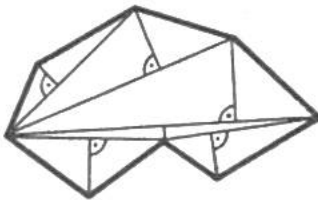
## Der elliptische Ring.

$$F = (a \cdot b - m \cdot n) \cdot \pi$$

$a, b$  = halbe Achsen der äusseren Ellipse.

$m, n$  = halbe Achsen der inneren Ellipse.

## Das unregelmässige Vieleck.



R = Radius d. Umkreis.  
r = Radius d. Inkreis.  
n = Seitenzahl.  
s = Vieleckseite.  
 $\alpha$  = Zentriwinkel.  
 $\beta$  = Vieleckwinkel.

Umfang = Summe aller Seiten.

Fläche = man zerlegt die Vieleckfläche:

- mit Diagonalen in Dreiecke und eventuell Trapezoide, berechnet diese Teile und addiert die Teilresultate.
- mit einer passenden Diagonale und auf dieser rechtwinklig errichtete Höhen zu den Eckpunkten in Dreiecke und Trapeze, berechnet diese Teile einzeln und addiert die Teilresultate.

## Das regelmässige Vieleck.

$$U = n \cdot s \quad n = \frac{U}{s} \quad s = \frac{U}{n}$$

$$F = \frac{n \cdot s \cdot r}{2} \quad n = \frac{2 \cdot F}{s \cdot r}$$

$$r = \frac{2 \cdot F}{n \cdot s} \quad s = \frac{2 \cdot F}{n \cdot r}$$

$$\Delta \alpha = \frac{360^\circ}{n} \quad \Delta \beta = 180^\circ - \Delta \alpha$$

## Der Würfel.

$$K = 12 \cdot k \quad k = \frac{K}{12} = K : 12$$

$$M = k \cdot k \cdot 4 \quad k = \sqrt{\frac{M}{4}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{M}$$

$$O = k \cdot k \cdot 6 \quad k = \sqrt{\frac{O}{6}}$$

$$J = k \cdot k \cdot k \quad k = \sqrt[3]{J}$$

## Der Quader.

$$K = (l + b + h) \cdot 4$$

$$l = \frac{K}{4} - (b + h) \quad \text{ebenso } b \text{ und } h.$$

$$M = (l + b) \cdot 2 \cdot h$$

$$l = \frac{M}{2 \cdot h} - b, \text{ ebenso } b; \quad h = \frac{M}{2 \cdot (l + b)}$$

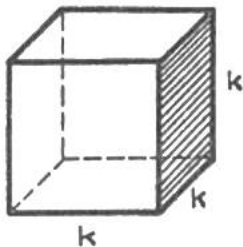
$$O = (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h) \cdot 2$$

$$l = \left( \frac{O}{2} - b \cdot h \right) : (b + h) \quad \text{ebenso } b \text{ und } h.$$

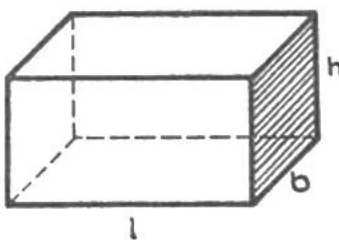
$$J = l \cdot b \cdot h$$

$$l = \frac{J}{b \cdot h} \quad b = \frac{J}{l \cdot h} \quad h = \frac{J}{l \cdot b}$$

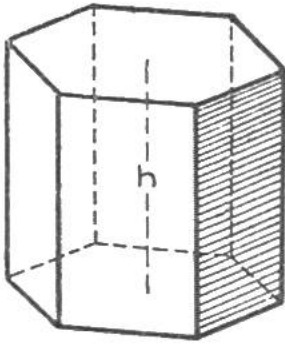
\*) Algebraische Schreibweise:  $J = k^3$ , gelesen k hoch 3; ebenso für andere Inhaltsformeln verwendbar.



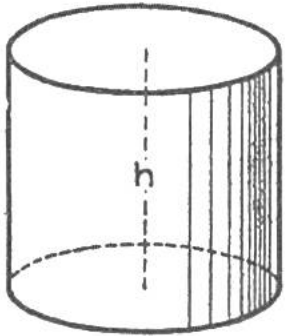
k = Kante.  
K = Gesamt-Kantenlänge.  
M = Mantel.  
O = Oberfläche.  
J = Inhalt.



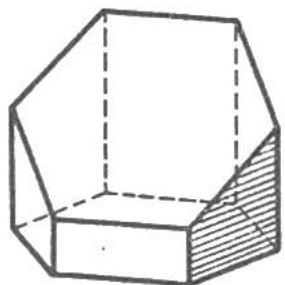
l = Länge.  
b = Breite.  
h = Höhe.



$K$  = Gesamt  
kantenlänge.  
 $h$  = Höhe.  
 $n$  = Zahl der  
Höhenkanten.  
 $U$  = Umfang der  
Grundfläche.  
 $G$  = Grundfläche.



$r$  = Radius.  
 $d$  = Durchmesser.  
 $h$  = Höhe.  
 $U$  = Umfang.  
 $G$  = Grundfläche.  
 $M$  = Mantel.  
 $O$  = Oberfläche.  
 $J$  = Inhalt.



$h$  = Höhen.  
 $n$  = Zahl der Höhen.  
 $G_1$  = Grundfläche.  
 $G_2$  = Deckfläche.

## Das Prisma.

$$K = 2 \cdot U + n \cdot h$$

$$U = \frac{K - n \cdot h}{2} \quad n = \frac{K - 2 \cdot U}{h} \quad h = \frac{K - 2 \cdot U}{n}$$

$$M = U \cdot h$$

$$U = \frac{M}{h} \quad h = \frac{M}{U}$$

$$O = M + 2 \cdot G$$

$$M = O - 2 \cdot G \quad G = \frac{O - M}{2}$$

$$J = G \cdot h$$

$$G = \frac{J}{h} \quad h = \frac{J}{G}$$

## Der Zylinder, die Walze.

$$M = U \cdot h = d \cdot \pi \cdot h = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h$$

$$h = \frac{M}{U} = \frac{M}{d \cdot \pi} = \frac{M}{2 \cdot r \cdot \pi}$$

$$U = \frac{M}{h} \quad d = \frac{M}{h \cdot \pi} \quad r = \frac{M}{2 \cdot h \cdot \pi}$$

$$O = M + 2 \cdot G$$

$$= \left(h + \frac{U}{2 \cdot \pi}\right) \cdot U = \left(h + \frac{d}{2}\right) \cdot d \cdot \pi = (h + r) \cdot 2 \cdot r \cdot \pi$$

$$J = G \cdot h$$

$$= r \cdot r \cdot \pi \cdot h = \frac{d \cdot d \cdot \pi \cdot h}{4} = \frac{U \cdot U \cdot h}{4 \cdot \pi}$$

$$h = \frac{J}{r \cdot r \cdot \pi} = \frac{4 \cdot J}{d \cdot d \cdot \pi} = \frac{4 \cdot J \cdot \pi}{U \cdot U}$$

$$r = \sqrt{\frac{J}{h \cdot \pi}} \quad d = 2 \cdot \sqrt{\frac{J}{h \cdot \pi}} \quad U = 2 \cdot \sqrt{\frac{J \cdot \pi}{h}}$$

## Das schiefabgeschnittene Prisma.

$$M = \frac{U \cdot (h_1 + h_2 + \dots + h_n)}{n}$$

$$h_1 = \frac{n \cdot M}{U} - (h_2 + h_3 + \dots + h_n) \quad \text{ebenso } h_2, h_3, \dots, h_n$$

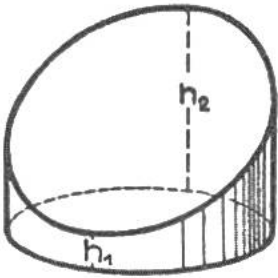
$$U = \frac{n \cdot M}{(h_1 + h_2 + \dots + h_n)}$$

$$O = M + G_1 + G_2$$

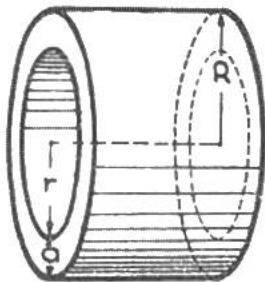
$$J = \frac{G_1 \cdot (h_1 + h_2 + \dots + h_n)}{n}$$

$$G_1 = \frac{n \cdot J}{(h_1 + h_2 + \dots + h_n)}$$

$$h_1 = \frac{n \cdot J}{G_1} - (h_2 + h_3 + \dots + h_n) \quad \text{ebenso } h_2, h_3, \dots, h_n$$

Der schiefabgeschnittene Zylinder.

$h_1$  = kleinste Höhe.  
 $h_2$  = grösste Höhe.  
 $G_1$  = Grundfläche.  
 $G_2$  = Deckfläche.



$R$  = äusserer Radius.  
 $r$  = innerer Radius.  
 $a$  = Wandstärke.

$$M = \frac{U \cdot (h_1 + h_2)}{2} = \frac{d \cdot \pi \cdot (h_1 + h_2)}{2} = r \cdot \pi \cdot (h_1 + h_2)$$

$$h_1 = \frac{2 \cdot M}{U} - h_2 = \frac{2 \cdot M}{d \cdot \pi} - h_2 = \frac{M}{r \cdot \pi} - h_2 \text{ ebs. } h_2$$

$$U = \frac{2 \cdot M}{(h_1 + h_2)} \quad d = \frac{2 \cdot M}{(h_1 + h_2) \cdot \pi} \quad r = \frac{M}{(h_1 + h_2) \cdot \pi}$$

$$O = M + G_1 + G_2$$

$$J = \frac{G_1 \cdot (h_1 + h_2)}{2} = \frac{r \cdot r \cdot \pi \cdot (h_1 + h_2)}{2} = \frac{d \cdot d \cdot \pi \cdot (h_1 + h_2)}{8} = \frac{U \cdot U \cdot (h_1 + h_2)}{8 \cdot \pi}$$

$$h_1 = \frac{2 \cdot J}{r \cdot r \cdot \pi} - h_2 = \frac{8 \cdot J}{d \cdot d \cdot \pi} - h_2 = \frac{8 \cdot J \cdot \pi}{U \cdot U} - h_2 \text{ ebs. } h_2$$

$$r = \sqrt{\frac{2 \cdot J}{(h_1 + h_2) \cdot \pi}} \quad d = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot J}{(h_1 + h_2) \cdot \pi}} \quad U = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot J \cdot \pi}{(h_1 + h_2)}}$$

Der Hohlzylinder.

$$J = (R + r) \cdot (R - r) \cdot \pi \cdot h = (R + r) \cdot a \cdot \pi \cdot h$$

$$= (2 \cdot r + a) \cdot a \cdot \pi \cdot h = (d + a) \cdot a \cdot \pi \cdot h$$

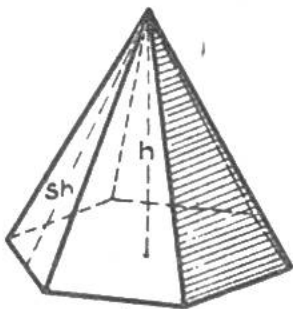
$$= (2 \cdot R - a) \cdot a \cdot \pi \cdot h = (D - a) \cdot a \cdot \pi \cdot h$$

Die Pyramide.

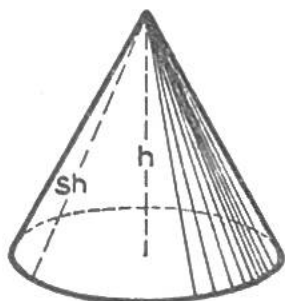
$$M = \frac{U \cdot sh}{2} \quad U = \frac{2 \cdot M}{sh} \quad sh = \frac{2 \cdot M}{U}$$

$$O = M + G$$

$$J = \frac{G \cdot h}{3} \quad G = \frac{3 \cdot J}{h} \quad h = \frac{3 \cdot J}{G}$$



$sh$  = Seitenhöhe.  
 $h$  = Höhe.



$sh$  = Seitenhöhe.  
 $h$  = Höhe.  
 $r$  = Radius.

Der Kegel.

$$M = \frac{U \cdot sh}{2} = \frac{d \cdot \pi \cdot sh}{2} = r \cdot \pi \cdot sh$$

$$sh = \frac{2 \cdot M}{U} = \frac{2 \cdot M}{d \cdot \pi} = \frac{M}{r \cdot \pi}$$

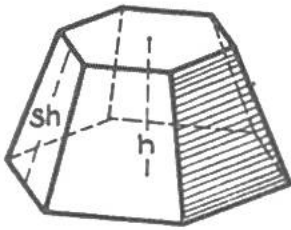
$$U = \frac{2 \cdot M}{sh} \quad d = \frac{2 \cdot M}{sh \cdot \pi} \quad r = \frac{M}{sh \cdot \pi}$$

$$O = M + G = (sh + r) \cdot r \cdot \pi$$

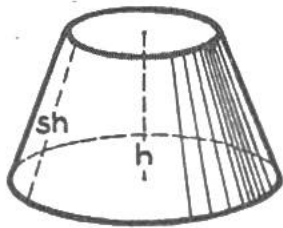
$$J = \frac{G \cdot h}{3} = \frac{r \cdot r \cdot \pi \cdot h}{3} = \frac{d \cdot d \cdot \pi \cdot h}{12} = \frac{U \cdot U \cdot h}{12 \cdot \pi}$$

$$h = \frac{3 \cdot J}{r \cdot r \cdot \pi} = \frac{12 \cdot J}{d \cdot d \cdot \pi} = \frac{12 \cdot J \cdot \pi}{U \cdot U}$$

$$r = \sqrt{\frac{3 \cdot J}{h \cdot \pi}} \quad d = 2 \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot J}{h \cdot \pi}} \quad U = 2 \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot J \cdot \pi}{h}}$$



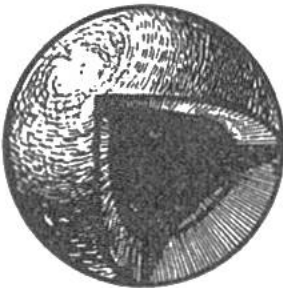
sh = Seitenhöhe.  
h = Höhe.  
U = Umfang der Grundfläche.  
u = Umfang der Deckfläche.  
G = Grundfläche.  
g = Deckfläche.



sh = Seitenhöhe.  
h = Höhe.  
R = Radius der Grundfläche.  
r = Radius der Deckfläche.



r = Radius.



R = äusserer Radius.  
r = innerer Radius.

## Die abgestumpfte Pyramide.

$$M = \frac{(U+u) \cdot sh}{2}$$

$$U = \frac{2 \cdot M}{sh} - u \text{ ebenso } u; \quad sh = \frac{2 \cdot M}{(U+u)}$$

$$O = M + G + g$$

$$J = \frac{(G + \sqrt{G \cdot g} + g) \cdot h}{3}$$

## Der abgestumpfte Kegel.

$$M = (R+r) \cdot \pi \cdot sh = \frac{(D+d) \cdot \pi \cdot sh}{2} = \frac{(U+u) \cdot sh}{2}$$

$$sh = \frac{M}{(R+r) \cdot \pi} = \frac{2 \cdot M}{(D+d) \cdot \pi} = \frac{2 \cdot M}{(U+u)}$$

$$R = \frac{M}{\pi \cdot sh} - r \quad D = \frac{M \cdot 2}{\pi \cdot sh} - d \quad U = \frac{M \cdot 2}{sh} - u$$

ebenso r, d und u.

$$O = M + G + g$$

$$= (R \cdot R + [R+r] \cdot sh + r \cdot r) \cdot \pi$$

$$J = \frac{(R \cdot R + R \cdot r + r \cdot r) \cdot \pi \cdot h}{3} = \frac{(D \cdot D + D \cdot d + d \cdot d) \cdot \pi \cdot h}{12}$$

$$= \frac{(U \cdot U + U \cdot u + u \cdot u) \cdot h}{12 \cdot \pi}$$

$$h = \frac{3 \cdot J}{(R \cdot R + R \cdot r + r \cdot r) \cdot \pi} = \frac{12 \cdot J}{(D \cdot D + D \cdot d + d \cdot d) \cdot \pi}$$

$$= \frac{12 \cdot J \cdot \pi}{(U \cdot U + U \cdot u + u \cdot u)}$$

## Die Kugel.

$$O = 4 \cdot r \cdot r \cdot \pi = d \cdot d \cdot \pi = \frac{U \cdot U}{\pi}$$

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{O}{\pi}} \quad d = \sqrt{\frac{O}{\pi}} \quad U = \sqrt{O \cdot \pi}$$

$$J = \frac{4 \cdot r \cdot r \cdot r \cdot \pi}{3} = \frac{d \cdot d \cdot d \cdot \pi}{6} = \frac{U \cdot U \cdot U}{6 \cdot \pi \cdot \pi}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot J}{4 \cdot \pi}} \quad d = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot J}{\pi}} \quad U = \sqrt[3]{6 \cdot J \cdot \pi \cdot \pi}$$

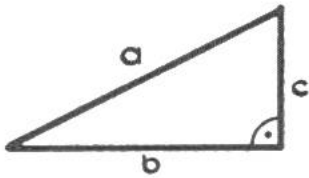
## Die Hohlkugel.

$$J = \frac{4 \cdot (R \cdot R \cdot R - r \cdot r \cdot r) \cdot \pi}{3}$$

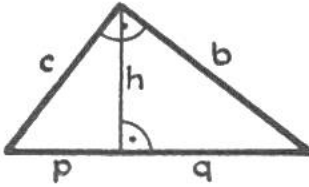
$$= \frac{(D \cdot D \cdot D - d \cdot d \cdot d) \cdot \pi}{6}$$

$$= \frac{(U \cdot U \cdot U - u \cdot u \cdot u)}{6 \cdot \pi \cdot \pi}$$

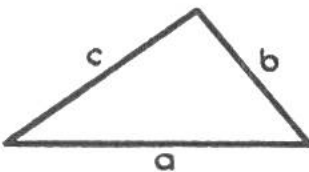




$a$  = Hypotenuse  
 $b$  und  $c$  = Katheten



$p$  und  $q$  = Abschnitte  
der Hypotenuse  
 $p + q = a$



$a, b$  und  $c$  = Seiten  
des ungleichseitigen  
Dreiecks.

## Der Lehrsatz des Pythagoras.

Im rechtwinkligen Dreieck ist das Hypotenusenquadrat gleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 & a &= \sqrt{b^2 + c^2} \\ b^2 &= a^2 - c^2 & b &= \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{(a+c) \cdot (a-c)} \\ c^2 &= a^2 - b^2 & c &= \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{(a+b) \cdot (a-b)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b^2 &= a \cdot q & b &= \sqrt{a \cdot q} & q &= \frac{b^2}{a} & a &= \frac{b^2}{q} \\ c^2 &= a \cdot p & c &= \sqrt{a \cdot p} & p &= \frac{c^2}{a} & a &= \frac{c^2}{p} \\ h^2 &= p \cdot q & h &= \sqrt{p \cdot q} & p &= \frac{h^2}{q} & q &= \frac{h^2}{p} \end{aligned}$$

## Die Formel des Heron.

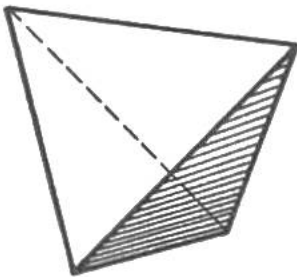
$$F = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}$$

$$s = \frac{U}{2} = \frac{a+b+c}{2}$$

## Reguläre Polyeder.

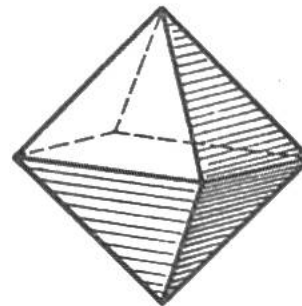
### Tetraeder.

4 gleichseitige Dreieckflächen.



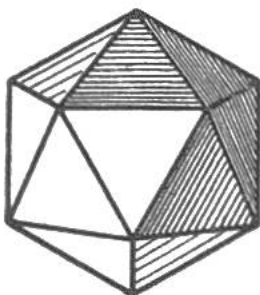
### Oktaeder.

8 gleichseitige Dreieckflächen.



### Ikosaeder.

20 gleichseitige Dreieckflächen.



### Dodekaeder.

12 regelmässige Fünfeckflächen.

