

# Geometrie

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Pestalozzi-Kalender**

Band (Jahr): **52 (1959)**

Heft [2]: **Schüler**

PDF erstellt am: **16.07.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

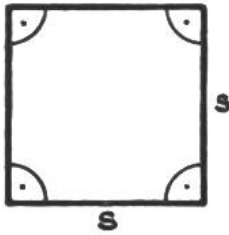
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Aus der Geometrie.



s = Seite.  
U = Umfang.  
F = Fläche.

## Das Quadrat.

rechtwinklig, gleichseitig.

$$U = 4 \cdot s \quad F = s \cdot s \quad *)$$

$$s = \frac{U}{4} = U : 4 \quad s = \sqrt{F}$$

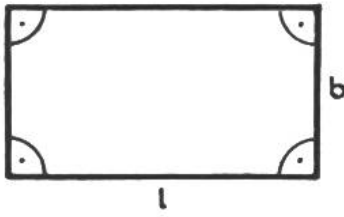
## Das Rechteck.

rechtwinklig, ungleichseitig.

$$U = (l + b) \cdot 2 \quad F = l \cdot b$$

$$l = \frac{U}{2} - b \quad l = \frac{F}{b} = F : b$$

$$b = \frac{U}{2} - l \quad b = \frac{F}{l} = F : l$$



l = Länge.  
b = Breite.

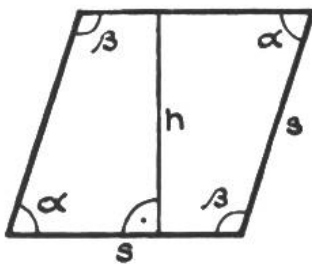
## Der Rhombus, die Raute.

schiefwinklig, gleichseitig.

$$U = 4 \cdot s \quad F = s \cdot h$$

$$s = \frac{U}{4} = U : 4 \quad s = \frac{F}{h} = F : h$$

$$\Delta \alpha + \Delta \beta = 180^\circ \quad h = \frac{F}{s} = F : s$$



s = Seite.  
h = Höhe.

## Das Rhomboid, Parallelogramm.

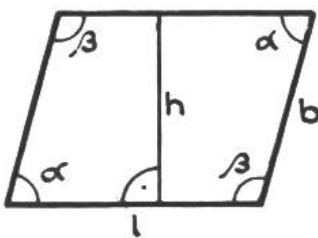
schiefwinklig, ungleichseitig.

$$U = (l + b) \cdot 2 \quad F = l \cdot h$$

$$l = \frac{U}{2} - b \quad l = \frac{F}{h} = F : h$$

$$b = \frac{U}{2} - l \quad h = \frac{F}{l} = F : l$$

$$\Delta \alpha + \Delta \beta = 180^\circ$$



l = Länge.  
b = Breite.  
h = Höhe.

## Das Dreieck.

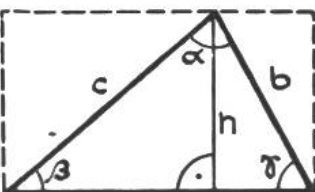
$$F = \frac{g \cdot h}{2} \quad g = \frac{2 \cdot F}{h} \quad h = \frac{2 \cdot F}{g}$$

$$\Delta \alpha + \Delta \beta + \Delta \gamma = 180^\circ \quad U = a + b + c$$

$$\Delta \alpha = 180^\circ - (\Delta \beta + \Delta \gamma) \quad a = U - (b + c)$$

$$\Delta \beta = 180^\circ - (\Delta \alpha + \Delta \gamma) \quad b = U - (a + c)$$

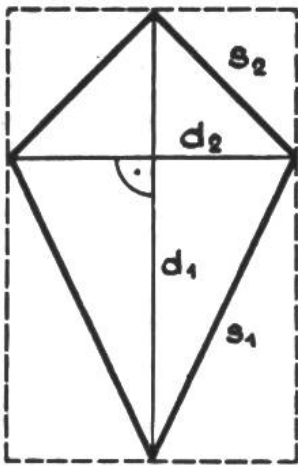
$$\Delta \gamma = 180^\circ - (\Delta \alpha + \Delta \beta) \quad c = U - (a + b)$$



a = g  
g = Grundlinie.  
h = Höhe.

Spezialfälle: Das gleichseitige, die gleichschenkligen und die rechtwinkligen Dreiecke.

\*) Algebraische Schreibweise:  $F = s^2$ , gelöst  $s$  hoch 2; ebenso für andere Flächenformeln verwendbar.



$d_1$  = lange Diagonale.  
 $d_2$  = kurze Diagonale.  
 $s_1$  = lange Seite.  
 $s_2$  = kurze Seite.

## Das Drachenviereck.

$$U = (s_1 + s_2) \cdot 2$$

$$F = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

$$s_1 = \frac{U}{2} - s_2$$

$$d_1 = \frac{2 \cdot F}{d_2}$$

$$s_2 = \frac{U}{2} - s_1$$

$$d_2 = \frac{2 \cdot F}{d_1}$$

Spezialfälle:  
 Quadrat:

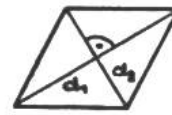


$$F = \frac{d \cdot d}{2}$$

$$d = \sqrt{2 \cdot F}$$

$d$  = Diagonale.  
 $d_1$  = lange Diagonale.  
 $d_2$  = kurze Diagonale.

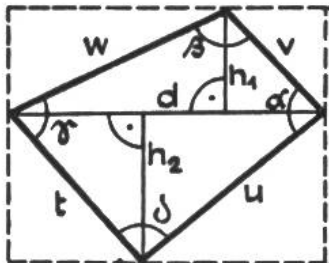
Rhombus:



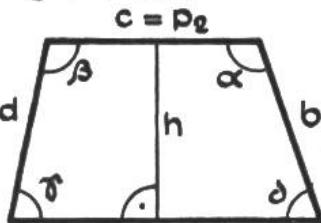
$$F = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

$$d_1 = \frac{2 \cdot F}{d_2}$$

$$d_2 = \frac{2 \cdot F}{d_1}$$



$d$  = Diagonale  
 $h_1$  = Höhe 1  
 $h_2$  = Höhe 2



$a = p_1$   
 $p_1$  = grosse Parallele.  
 $p_2$  = kleine Parallele.  
 $h$  = Höhe.

## Das Trapezoid.

Das unregelmässige Viereck.

$$F = \frac{(h_1 + h_2) \cdot d}{2}$$

$$d = \frac{2 \cdot F}{(h_1 + h_2)}$$

$$h_1 = \frac{2 \cdot F}{d} - h_2$$

$$h_2 = \frac{2 \cdot F}{d} - h_1$$

$$\Delta \alpha + \Delta \beta + \Delta \gamma + \Delta \delta = 360^\circ \quad U = t + u + v + w$$

$$\Delta \alpha = 360^\circ - (\Delta \beta + \Delta \gamma + \Delta \delta) \quad t = U - (u + v + w)$$

u.s.w. u.s.w.

## Das Trapez.

$$F = \frac{(p_1 + p_2) \cdot h}{2}$$

$$h = \frac{2 \cdot F}{(p_1 + p_2)}$$

$$p_1 = \frac{2 \cdot F}{h} - p_2$$

$$p_2 = \frac{2 \cdot F}{h} - p_1$$

$$\Delta \alpha + \Delta \beta + \Delta \gamma + \Delta \delta = 360^\circ \quad U = a + b + c + d$$

$$\Delta \alpha = 360^\circ - (\Delta \beta + \Delta \gamma + \Delta \delta) \quad a = U - (b + c + d)$$

u.s.w. u.s.w.

## Der Kreis.

$$U = d \cdot \pi$$

$$U = 2 \cdot r \cdot \pi$$

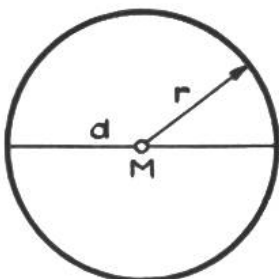
$$d = \frac{U}{\pi}$$

$$r = \frac{U}{2 \cdot \pi}$$

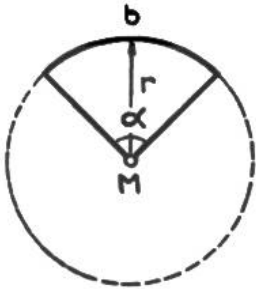
$$F = r \cdot r \cdot \pi = \frac{d \cdot d \cdot \pi}{4} = \frac{U \cdot U}{4 \cdot \pi}$$

$$r = \sqrt{\frac{F}{\pi}} \quad d = 2 \cdot \sqrt{\frac{F}{\pi}} \quad U = 2 \cdot \sqrt{F \cdot \pi}$$

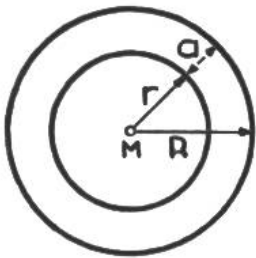
Spezialfälle: Halbkreis, Viertelkreis.



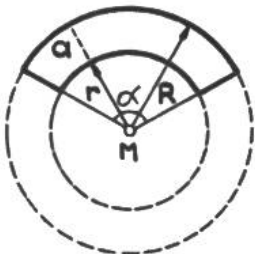
$d$  = Durchmesser.  
 $r$  = Radius.  
 $M$  = Mittelpunkt.



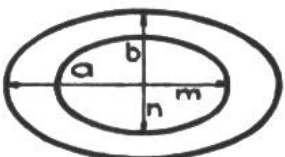
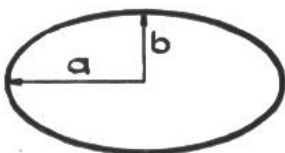
$r$  = Radius.  
 $b$  = Kreisbogen.  
 $\alpha$  = Zentriwinkel.  
 $M$  = Mittelpunkt.



$R$  = äusserer Radius.  
 $r$  = innerer Radius.  
 $a$  = radiale Breite  
 des Kreisrings.  
 $M$  = Mittelpunkt.



$R$  = äusserer Radius.  
 $r$  = innerer Radius.  
 $a$  = radiale Breite des  
 Kreisringstücks.  
 $\alpha$  = Zentriwinkel.  
 $M$  = Mittelpunkt.



## Der Kreissektor.

$$b = \frac{U \cdot \alpha}{360} = \frac{d \cdot \pi \cdot \alpha}{360} = \frac{r \cdot \pi \cdot \alpha}{180}$$

$$\alpha = \frac{b \cdot 360}{U} = \frac{b \cdot 360}{d \cdot \pi} = \frac{b \cdot 180}{r \cdot \pi}$$

$$F = \frac{b \cdot r}{2} \quad b = \frac{2 \cdot F}{r} \quad r = \frac{2 \cdot F}{b}$$

$$F = \frac{r \cdot r \cdot \pi \cdot \alpha}{360} = \frac{d \cdot d \cdot \pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360} = \frac{U \cdot U \cdot \alpha}{4 \cdot \pi \cdot 360}$$

$$\alpha = \frac{F \cdot 360}{r \cdot r \cdot \pi} = \frac{F \cdot 360 \cdot 4}{d \cdot d \cdot \pi} = \frac{F \cdot 360 \cdot 4 \cdot \pi}{U \cdot U}$$

$$r = 6 \cdot \sqrt{\frac{F \cdot 10}{\alpha \cdot \pi}} \quad d = 12 \cdot \sqrt{\frac{F \cdot 10}{\alpha \cdot \pi}} \quad U = 12 \cdot \sqrt{\frac{F \cdot 10 \cdot \pi}{\alpha}}$$

## Der Kreisring.

$$F = (R+r) \cdot (R-r) \cdot \pi$$

$$= (R+r) \cdot a \cdot \pi$$

$$= (2 \cdot r + a) \cdot a \cdot \pi = (d + a) \cdot a \cdot \pi$$

$$= (2 \cdot R - a) \cdot a \cdot \pi = (D - a) \cdot a \cdot \pi$$

## Das Kreisringstück.

$$F = (R+r) \cdot (R-r) \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

$$= (R+r) \cdot a \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

$$= (2 \cdot r + a) \cdot a \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360} = (d + a) \cdot a \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

$$= (2 \cdot R - a) \cdot a \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360} = (D - a) \cdot a \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

## Die Ellipse.

$$F = a \cdot b \cdot \pi$$

$$a = \frac{F}{b \cdot \pi} \quad b = \frac{F}{a \cdot \pi}$$

$a$  = halbe grosse Achse.

$b$  = halbe kleine Achse.

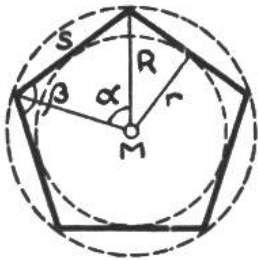
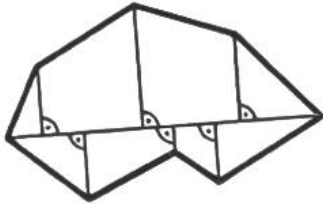
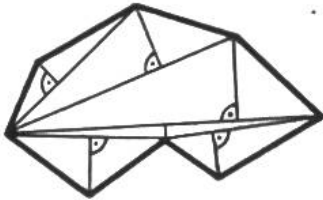
## Der elliptische Ring.

$$F = (a \cdot b - m \cdot n) \cdot \pi$$

$a, b$  = halbe Achsen der äussern Ellipse.

$m, n$  = halbe Achsen der innern Ellipse.

## Das unregelmässige Vieleck.



R = Radius d. Umkreis.  
r = Radius d. Inkreis.  
n = Seitenzahl.  
s = Vieleckseite.  
 $\alpha$  = Zentriwinkel.  
 $\beta$  = Vieleckwinkel.

Umfang = Summe aller Seiten.

Fläche = man zerlegt die Vieleckfläche:

- mit Diagonalen in Dreiecke und eventuell Trapezoide, berechnet diese Teile und addiert die Teilresultate.
- mit einer passenden Diagonale und auf dieser rechtwinklig errichtete Höhen zu den Eckpunkten in Dreiecke und Trapeze, berechnet diese Teile einzeln und addiert die Teilresultate.

## Das regelmässige Vieleck.

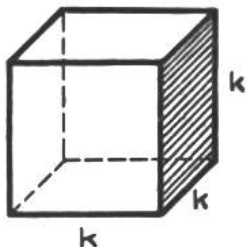
$$U = n \cdot s \quad n = \frac{U}{s} \quad s = \frac{U}{n}$$

$$F = \frac{n \cdot s \cdot r}{2} \quad n = \frac{2 \cdot F}{s \cdot r}$$

$$r = \frac{2 \cdot F}{n \cdot s} \quad s = \frac{2 \cdot F}{n \cdot r}$$

$$\Delta \alpha = \frac{360^\circ}{n} \quad \Delta \beta = 180^\circ - \Delta \alpha$$

## Der Würfel.



k

k = Kante.  
K = Gesamt-  
kantenlänge.  
M = Mantel.  
O = Oberfläche.  
J = Inhalt.

$$K = 12 \cdot k$$

$$k = \frac{K}{12} = K : 12$$

$$M = k \cdot k \cdot 4$$

$$k = \sqrt{\frac{M}{4}} = \frac{1}{2} \sqrt{M}$$

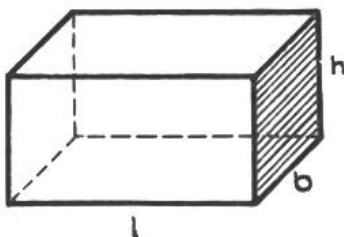
$$O = k \cdot k \cdot 6$$

$$k = \sqrt{\frac{O}{6}}$$

$$J = k \cdot k \cdot k \quad *)$$

$$k = \sqrt[3]{J}$$

## Der Quader.



l

l = Länge.  
b = Breite.  
h = Höhe.

$$K = (l + b + h) \cdot 4$$

$$l = \frac{K}{4} - (b + h) \quad \text{ebenso } b \text{ und } h.$$

$$M = (l + b) \cdot 2 \cdot h$$

$$l = \frac{M}{2 \cdot h} - b, \quad \text{ebenso } b; \quad h = \frac{M}{2 \cdot (l + b)}$$

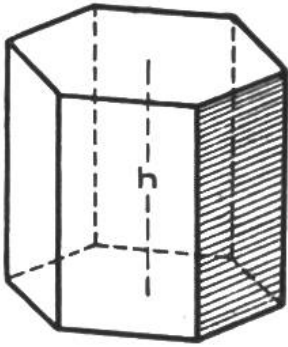
$$O = (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h) \cdot 2$$

$$l = \left( \frac{O}{2} - b \cdot h \right) : (b + h) \quad \text{ebenso } b \text{ und } h.$$

$$J = l \cdot b \cdot h$$

$$l = \frac{J}{b \cdot h} \quad b = \frac{J}{l \cdot h} \quad h = \frac{J}{l \cdot b}$$

\*) Algebraische Schreibweise:  $J = k^3$ , gelesen k hoch 3; ebenso für andere Inhaltsformeln verwendbar.

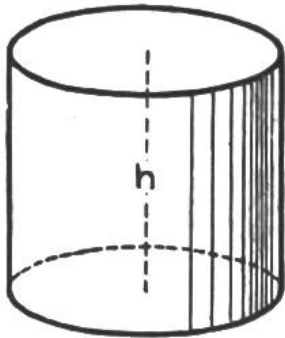


$K$  = Gesamtkantenlänge.  
 $h$  = Höhe.  
 $n$  = Zahl der Höhenkanten.  
 $U$  = Umfang der Grundfläche.  
 $G$  = Grundfläche.

## Das Prisma.

$$\begin{aligned}
 K &= 2 \cdot U + n \cdot h \\
 U &= \frac{K - n \cdot h}{2} & n &= \frac{K - 2 \cdot U}{h} & h &= \frac{K - 2 \cdot U}{n} \\
 M &= U \cdot h \\
 U &= \frac{M}{h} & h &= \frac{M}{U} \\
 O &= M + 2 \cdot G \\
 M &= O - 2 \cdot G & G &= \frac{O - M}{2} \\
 J &= G \cdot h \\
 G &= \frac{J}{h} & h &= \frac{J}{G}
 \end{aligned}$$

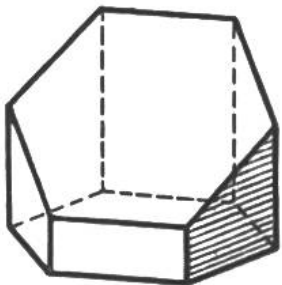
## Der Zylinder, die Walze.



$r$  = Radius.  
 $d$  = Durchmesser.  
 $h$  = Höhe.  
 $U$  = Umfang.  
 $G$  = Grundfläche.  
 $M$  = Mantel.  
 $O$  = Oberfläche.  
 $J$  = Inhalt.

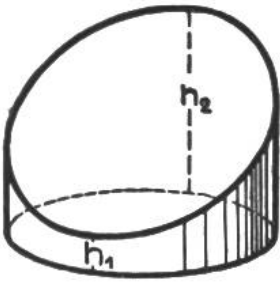
$$\begin{aligned}
 M &= U \cdot h = d \cdot \pi \cdot h = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h \\
 h &= \frac{M}{U} = \frac{M}{d \cdot \pi} = \frac{M}{2 \cdot r \cdot \pi} \\
 U &= \frac{M}{h} & d &= \frac{M}{h \cdot \pi} & r &= \frac{M}{2 \cdot h \cdot \pi} \\
 O &= M + 2 \cdot G \\
 &= \left(h + \frac{U}{2 \cdot \pi}\right) \cdot U = \left(h + \frac{d}{2}\right) \cdot d \cdot \pi = (h + r) \cdot 2 \cdot r \cdot \pi \\
 J &= G \cdot h \\
 &= r \cdot r \cdot \pi \cdot h = \frac{d \cdot d \cdot \pi \cdot h}{4} = \frac{U \cdot U \cdot h}{4 \cdot \pi} \\
 h &= \frac{J}{r \cdot r \cdot \pi} = \frac{4 \cdot J}{d \cdot d \cdot \pi} = \frac{4 \cdot J \cdot \pi}{U \cdot U} \\
 r &= \sqrt{\frac{J}{h \cdot \pi}} & d &= 2 \cdot \sqrt{\frac{J}{h \cdot \pi}} & U &= 2 \cdot \sqrt{\frac{J \cdot \pi}{h}}
 \end{aligned}$$

## Das schiefabgeschnittene Prisma.

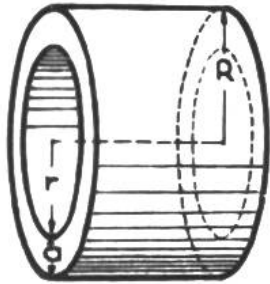


$h$  = Höhen.  
 $n$  = Zahl der Höhen.  
 $G_1$  = Grundfläche.  
 $G_2$  = Deckfläche.

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{U \cdot (h_1 + h_2 + \dots + h_n)}{n} \\
 h_1 &= \frac{n \cdot M}{U} - (h_2 + h_3 + \dots + h_n) \text{ ebenso } h_2, h_3, \dots, h_n \\
 U &= \frac{n \cdot M}{(h_1 + h_2 + \dots + h_n)} \\
 O &= M + G_1 + G_2 \\
 J &= \frac{G_1 \cdot (h_1 + h_2 + \dots + h_n)}{n} \\
 G_1 &= \frac{n \cdot J}{(h_1 + h_2 + \dots + h_n)} \\
 h_1 &= \frac{n \cdot J}{G_1} - (h_2 + h_3 + \dots + h_n) \text{ ebenso } h_2, h_3, \dots, h_n
 \end{aligned}$$

Der schiefabgeschnittene Zylinder.

$h_1$  = kleinste Höhe.  
 $h_2$  = grösste Höhe.  
 $G_1$  = Grundfläche.  
 $G_2$  = Deckfläche.



$R$  = äusserer Radius.  
 $r$  = innerer Radius.  
 $a$  = Wandstärke.

$$M = \frac{U \cdot (h_1 + h_2)}{2} = \frac{d \cdot \pi \cdot (h_1 + h_2)}{2} = r \cdot \pi \cdot (h_1 + h_2)$$

$$h_1 = \frac{2 \cdot M}{U} - h_2 = \frac{2 \cdot M}{d \cdot \pi} - h_2 = \frac{M}{r \cdot \pi} - h_2 \text{ ebs. } h_2$$

$$U = \frac{2 \cdot M}{(h_1 + h_2)} \quad d = \frac{2 \cdot M}{(h_1 + h_2) \cdot \pi} \quad r = \frac{M}{(h_1 + h_2) \cdot \pi}$$

$$O = M + G_1 + G_2$$

$$J = \frac{G_1 \cdot (h_1 + h_2)}{2} = \frac{r \cdot r \cdot \pi \cdot (h_1 + h_2)}{2} = \frac{d \cdot d \cdot \pi \cdot (h_1 + h_2)}{8} = \frac{U \cdot U \cdot (h_1 + h_2)}{8 \cdot \pi}$$

$$h_1 = \frac{2 \cdot J}{r \cdot r \cdot \pi} - h_2 = \frac{8 \cdot J}{d \cdot d \cdot \pi} - h_2 = \frac{8 \cdot J \cdot \pi}{U \cdot U} - h_2 \text{ ebs. } h_2$$

$$r = \sqrt{\frac{2 \cdot J}{(h_1 + h_2) \cdot \pi}} \quad d = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot J}{(h_1 + h_2) \cdot \pi}} \quad U = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot J \cdot \pi}{(h_1 + h_2)}}$$

Der Hohlzylinder.

$$J = (R + r) \cdot (R - r) \cdot \pi \cdot h = (R + r) \cdot a \cdot \pi \cdot h$$

$$= (2 \cdot r + a) \cdot a \cdot \pi \cdot h = (d + a) \cdot a \cdot \pi \cdot h$$

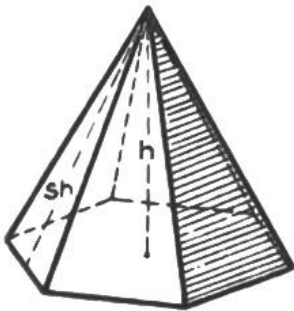
$$= (2 \cdot R - a) \cdot a \cdot \pi \cdot h = (D - a) \cdot a \cdot \pi \cdot h$$

Die Pyramide.

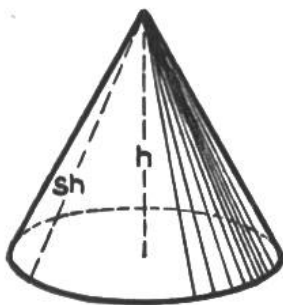
$$M = \frac{U \cdot sh}{2} \quad U = \frac{2 \cdot M}{sh} \quad sh = \frac{2 \cdot M}{U}$$

$$O = M + G$$

$$J = \frac{G \cdot h}{3} \quad G = \frac{3 \cdot J}{h} \quad h = \frac{3 \cdot J}{G}$$



$sh$  = Seitenhöhe.  
 $h$  = Höhe.



$sh$  = Seitenhöhe.  
 $h$  = Höhe.  
 $r$  = Radius.

Der Kegel.

$$M = \frac{U \cdot sh}{2} = \frac{d \cdot \pi \cdot sh}{2} = r \cdot \pi \cdot sh$$

$$sh = \frac{2 \cdot M}{U} = \frac{2 \cdot M}{d \cdot \pi} = \frac{M}{r \cdot \pi}$$

$$U = \frac{2 \cdot M}{sh} \quad d = \frac{2 \cdot M}{sh \cdot \pi} \quad r = \frac{M}{sh \cdot \pi}$$

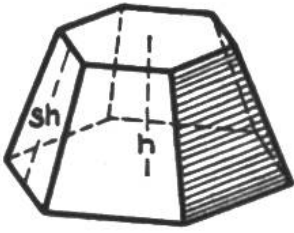
$$O = M + G = (sh + r) \cdot r \cdot \pi$$

$$J = \frac{G \cdot h}{3} = \frac{r \cdot r \cdot \pi \cdot h}{3} = \frac{d \cdot d \cdot \pi \cdot h}{12} = \frac{U \cdot U \cdot h}{12 \cdot \pi}$$

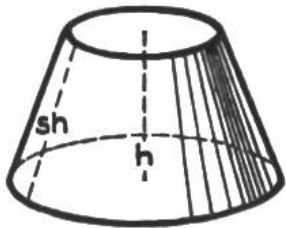
$$h = \frac{3 \cdot J}{r \cdot r \cdot \pi} = \frac{12 \cdot J}{d \cdot d \cdot \pi} = \frac{12 \cdot J \cdot \pi}{U \cdot U}$$

$$r = \sqrt{\frac{3 \cdot J}{h \cdot \pi}} \quad d = 2 \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot J}{h \cdot \pi}} \quad U = 2 \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot J \cdot \pi}{h}}$$

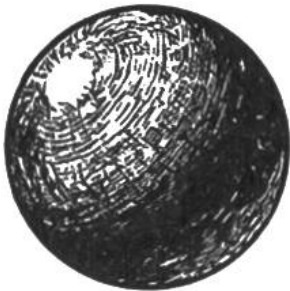




sh = Seitenhöhe.  
 h = Höhe.  
 U = Umfang der  
 Grundfläche.  
 u = Umfang der  
 Deckfläche.  
 G = Grundfläche.  
 g = Deckfläche.



sh = Seitenhöhe.  
 h = Höhe.  
 R = Radius der  
 Grundfläche.  
 r = Radius der  
 Deckfläche.



r = Radius.



R = äusserer Radius.  
 r = innerer Radius.

## Die abgestumpfte Pyramide.

$$M = \frac{(U+u) \cdot sh}{2}$$

$$U = \frac{2 \cdot M}{sh} - u \text{ ebenso } u; \quad sh = \frac{2 \cdot M}{(U+u)}$$

$$O = M + G + g$$

$$J = \frac{(G + \sqrt{G \cdot g} + g) \cdot h}{3}$$

## Der abgestumpfte Kegel.

$$M = (R+r) \cdot \pi \cdot sh = \frac{(D+d) \cdot \pi \cdot sh}{2} = \frac{(U+u) \cdot sh}{2}$$

$$sh = \frac{M}{(R+r) \cdot \pi} = \frac{2 \cdot M}{(D+d) \cdot \pi} = \frac{2 \cdot M}{(U+u)}$$

$$R = \frac{M}{\pi \cdot sh} - r \quad D = \frac{M \cdot 2}{\pi \cdot sh} - d \quad U = \frac{M \cdot 2}{sh} - u$$

ebenso r, d und u.

$$O = M + G + g$$

$$= (R \cdot R + [R+r] \cdot sh + r \cdot r) \cdot \pi$$

$$J = \frac{(R \cdot R + R \cdot r + r \cdot r) \cdot \pi \cdot h}{3} = \frac{(D \cdot D + D \cdot d + d \cdot d) \cdot \pi \cdot h}{12}$$

$$= \frac{(U \cdot U + U \cdot u + u \cdot u) \cdot h}{12 \cdot \pi}$$

$$h = \frac{3 \cdot J}{(R \cdot R + R \cdot r + r \cdot r) \cdot \pi} = \frac{12 \cdot J}{(D \cdot D + D \cdot d + d \cdot d) \cdot \pi}$$

$$= \frac{12 \cdot J \cdot \pi}{(U \cdot U + U \cdot u + u \cdot u)}$$

## Die Kugel.

$$O = 4 \cdot r \cdot r \cdot \pi = d \cdot d \cdot \pi = \frac{U \cdot U}{\pi}$$

$$r = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{O}{\pi}} \quad d = \sqrt{\frac{O}{\pi}} \quad U = \sqrt{O \cdot \pi}$$

$$J = \frac{4 \cdot r \cdot r \cdot r \cdot \pi}{3} = \frac{d \cdot d \cdot d \cdot \pi}{6} = \frac{U \cdot U \cdot U}{6 \cdot \pi \cdot \pi}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot J}{4 \cdot \pi}} \quad d = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot J}{\pi}} \quad U = \sqrt[3]{6 \cdot J \cdot \pi \cdot \pi}$$

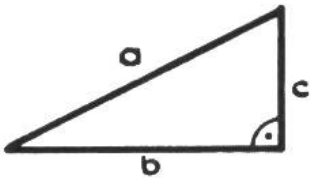
## Die Hohlkugel.

$$J = \frac{4 \cdot (R \cdot R \cdot R - r \cdot r \cdot r) \cdot \pi}{3}$$

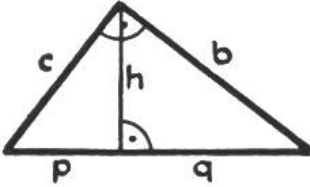
$$= \frac{(D \cdot D \cdot D - d \cdot d \cdot d) \cdot \pi}{6}$$

$$= \frac{(U \cdot U \cdot U - u \cdot u \cdot u)}{6 \cdot \pi \cdot \pi}$$

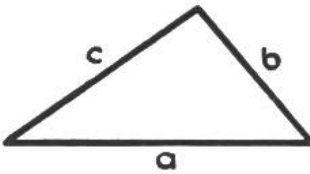




$a$  = Hypotenuse  
 $b$  und  $c$  = Katheten



$p$  und  $q$  = Abschnitte  
der Hypotenuse  
 $p + q = a$



$a, b$  und  $c$  = Seiten  
des ungleichseitigen  
Dreiecks.

## Der Lehrsatz des Pythagoras.

Im rechtwinkligen Dreieck ist das Hypotenusenquadrat gleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 & a &= \sqrt{b^2 + c^2} \\ b^2 &= a^2 - c^2 & b &= \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{(a+c) \cdot (a-c)} \\ c^2 &= a^2 - b^2 & c &= \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{(a+b) \cdot (a-b)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b^2 &= a \cdot q & b &= \sqrt{a \cdot q} & q &= \frac{b^2}{a} & a &= \frac{b^2}{q} \\ c^2 &= a \cdot p & c &= \sqrt{a \cdot p} & p &= \frac{c^2}{a} & a &= \frac{c^2}{p} \\ h^2 &= p \cdot q & h &= \sqrt{p \cdot q} & p &= \frac{h^2}{q} & q &= \frac{h^2}{p} \end{aligned}$$

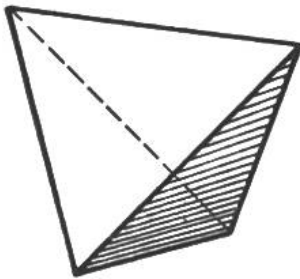
## Die Formel des Heron.

$$\begin{aligned} F &= \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)} \\ s &= \frac{U}{2} = \frac{a+b+c}{2} \end{aligned}$$

## Reguläre Polyeder.

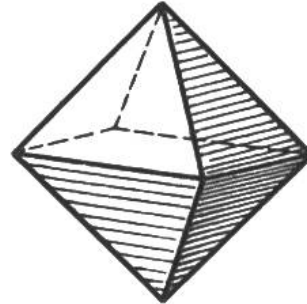
### Tetraeder.

4 gleichseitige Dreieckflächen.



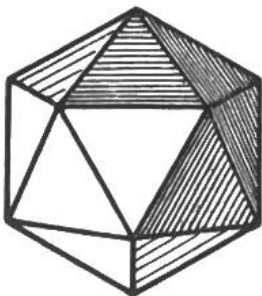
### Oktaeder.

8 gleichseitige Dreieckflächen.



### Ikosaeder.

20 gleichseitige Dreieckflächen.



### Dodekaeder.

12 regelmässige Fünfeckflächen.

