

**Zeitschrift:** Pestalozzi-Kalender  
**Band:** 57 (1964)  
**Heft:** [1]: Schülerinnen  
  
**Rubrik:** Geometrie

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

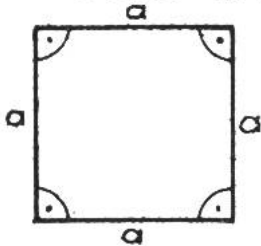
**Download PDF:** 06.10.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Geometrie

In den folgenden Formeln für die wichtigsten Größen der ebenen Figuren und der Körper bedeuten:  
 U = Umfang    F = Flächeninhalt    O = Oberfläche  
 K = Gesamtkantenlänge    M = Mantelfläche  
 G = Grundfläche    V = Rauminhalt, Volumen  
 $\alpha, \beta, \gamma, \dots$  = Winkel; a, b, c... = Seiten; r, R,  $\rho$  = Radien; h, h<sub>r</sub> = Höhe  
 $\square$  = rechter Winkel    Für  $\pi$  genügt meist der Wert 3,14

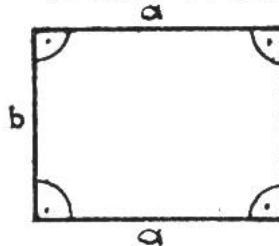
## Das Quadrat



$$U = 4 \cdot a$$

$$F = a \cdot a = a^2$$

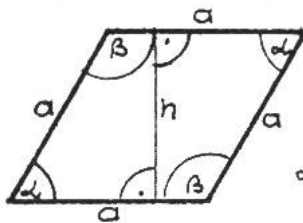
## Das Rechteck



$$U = 2 \cdot (a + b)$$

$$F = a \cdot b$$

## Der Rhombus, Raute

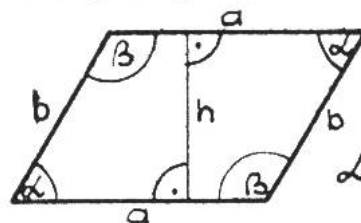


$$U = 4 \cdot a$$

$$F = a \cdot h$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

## Das Parallelogramm

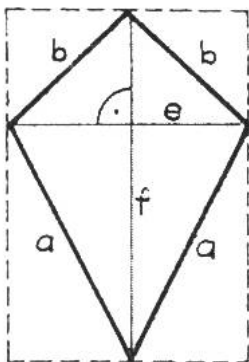


$$U = 2 \cdot (a + b)$$

$$F = a \cdot h$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

## Das Drachenviereck

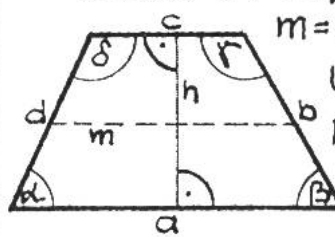


$$U = 2(a + b)$$

$$F = \frac{e \cdot f}{2}$$

e, f = Diagonalen

## Das Trapez



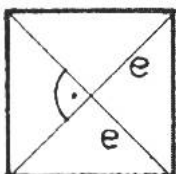
m = Mittelparallele

$$U = a + b + c + d$$

$$F = m \cdot h = \frac{a + c}{2} \cdot h$$

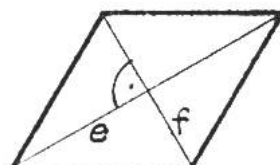
$$\alpha + \delta = \beta + \gamma = 180^\circ$$

## Spezialfälle



Quadrat

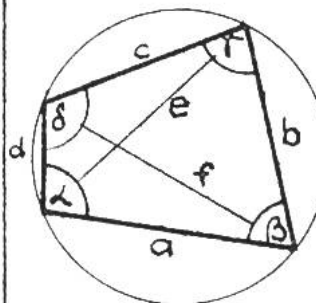
$$F = \frac{e^2}{2}$$



Rhombus

$$F = \frac{e \cdot f}{2}$$

## Das Sehnenviereck



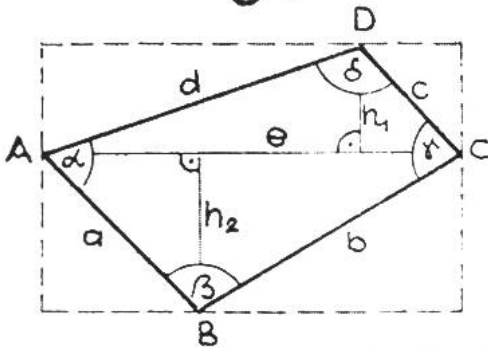
$$U = 2 \cdot s = a + b + c + d$$

$$e \cdot f = a \cdot c + b \cdot d$$

$$\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180^\circ$$

$$F = \sqrt{(s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c) \cdot (s-d)}$$

# Das allgemeine (unregelmässige) Viereck

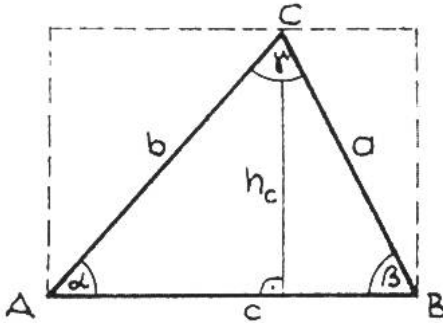


$$F = \frac{e \cdot (h_1 + h_2)}{2} \quad U = a + b + c + d$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

Zur eindeutigen Festlegung eines Vierecks sind im allgem. 5 Grössen, darunter 2 Seiten, erforderlich.

# Das Dreieck



$$U = a + b + c = 2 \cdot s$$

$$F = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}$$
 Heronische Formel

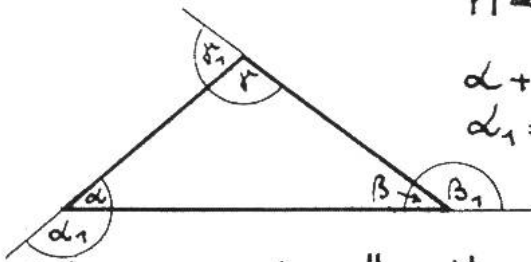
$$F = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{g \cdot h}{2}$$

g = Grundlinie = a od. b od. c.

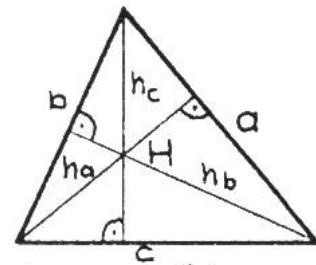
h = Höhe = ha oder hb oder hc

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \text{ Innenwinkelsatz}$$

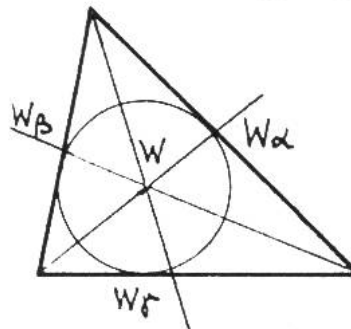
$$\alpha_1 = \beta + \gamma; \quad \beta_1 = \alpha + \gamma; \quad \gamma_1 = \alpha + \beta$$
 Aussenwinkelsätze



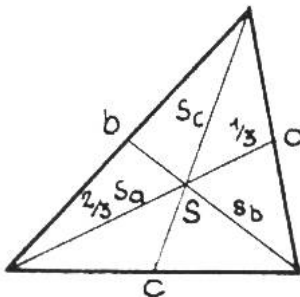
# Vier merkwürdige Punkte im Dreieck



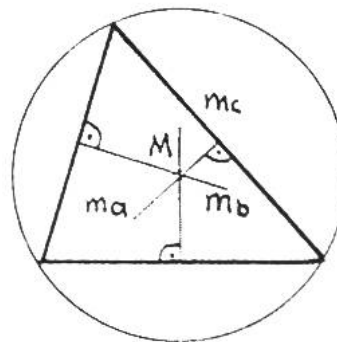
Die drei Höhen schneiden sich in einem Punkt, dem Höhenschnittpkt H.



Die 3 Winkelhalbierenden wa, wb, wc schneiden sich im Mittelpunkt des Inkreises: W.



Die drei Seitenhalbierenden (Schwerlinien, Mittellinien) sa, sb, sc schneiden sich im Schwerpkt S. Er teilt jede Linie im Verhältnis 1:2



Die 3 Mittelsenkrechten ma, mb, mc schneiden sich im Mittelpunkt M des Umkreises.

# Acht wichtige Sätze für das Dreieck

2 Dreiecke sind

kongruent, wenn sie übereinstimmen:

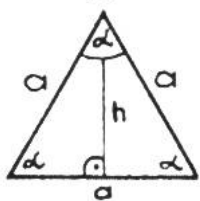
1. in den 3 Seiten (sss)
2. in 2 Seiten und dem Zwischen  $\angle$  (sws)
3. in 2 Seiten u. d. Gegen  $\angle$  der größeren Seite (ssw)
4. in 1 Seite u. 2 gleichliegenden  $\angle$  (wsw; sww)

ähnlich, wenn sie übereinstimmen:

1. im Verhältnis der 3 Seiten
2. im Verhältnis zweier Seiten u. dem Zwischen  $\angle$
3. im Verhältnis zweier Seiten und d. Gegen  $\angle$  d. gr. Seite
4. in 2 Winkeln

## Spezielle Dreiecke

Das gleichseitige Dreieck

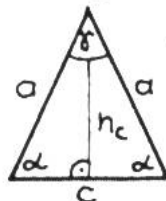


$$\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ$$

$$a = b = c; h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$$

$$F = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{h^2}{\sqrt{3}}$$

Das gleichschenklige Dreieck

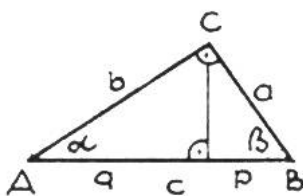


$$\alpha = \beta; a = b; F = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

$$h_c = m_c = s_c = w_r$$

$$= \frac{\sqrt{(2a-c)(2a+c)}}{2}$$

## Das rechtwinklige Dreieck



$a, b =$  Katheten;  $c =$  Hypotenuse;  $\gamma = 90^\circ$ ;  $\alpha + \beta = 90^\circ$

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ Lehrsatz des Pythagoras}$$

$$h^2 = p \cdot q \text{ Höhensatz des Euklid}$$

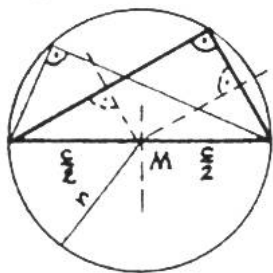
$$a^2 = p \cdot c; b^2 = q \cdot c \text{ Kathetensätze d. Euklid}$$

Mittelpkt d. Umkreises = Mitte d. Hypotenuse

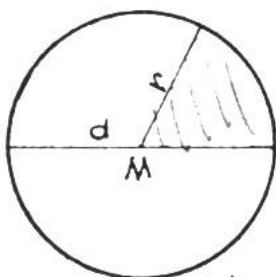
$c =$  Durchmesser } Satz des Thales

$$\gamma = 90^\circ$$

$$F = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{c \cdot h}{2} \quad r = \frac{c}{2}$$



## Der Kreis



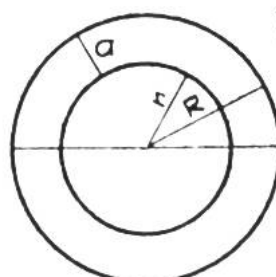
$$U = d \cdot \pi = 2 \cdot r \cdot \pi$$

$$F = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = r^2 \cdot \pi$$

$$\approx \frac{U^2}{4 \cdot \pi}$$

Spezialfälle  
Viertelkreis; Halbkreis

## Der Kreisring



$$F = R^2 \cdot \pi - r^2 \cdot \pi$$

$$= (R+r) \cdot (R-r) \cdot \pi$$

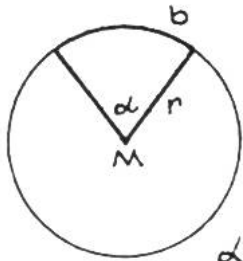
$$= (R+r) \cdot a \cdot \pi$$

$$= (2r+a) \cdot a \cdot \pi$$

$$= (2R-a) \cdot a \cdot \pi$$

$a = R - r =$  radiale Ringbreite

## Der Kreissektor



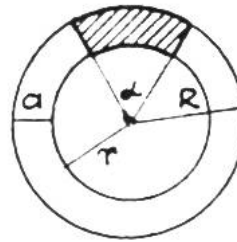
$$b = \frac{\pi \cdot d}{360} \cdot \alpha = \frac{\pi \cdot d}{180} \cdot r$$

$$= \frac{U}{360} \cdot \alpha$$

$$\alpha = \frac{b \cdot 360}{U} = \frac{b \cdot 360}{d \cdot \pi} = \frac{b \cdot 180}{r \cdot \pi}$$

$$F = \frac{b \cdot r}{2} = \frac{r^2 \cdot \pi}{360} \cdot \alpha = \frac{U^2 \cdot \alpha}{4 \cdot \pi \cdot 360}$$

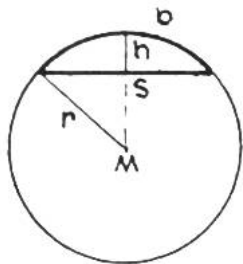
## Das Kreisringstück



$$F = (R+r) \cdot (R-r) \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

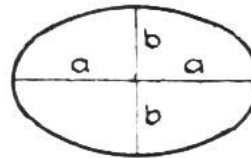
$$= (R+r) \cdot a \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

## Das Kreissegment



$$F = \frac{r \cdot (b-s) + s \cdot h}{2}$$

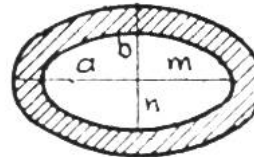
## Die Ellipse



$$F = a \cdot b \cdot \pi$$

a = halbe große Achse  
b = halbe kleine Achse

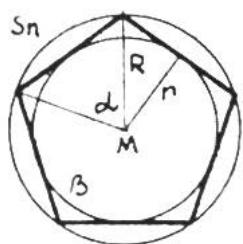
## Der elliptische Ring



$$F = (a \cdot b - m \cdot n) \cdot \pi$$

a, b = Halbachsen d. äuss. Ellipse  
m, n = Halbachsen d. inn. Ellipse

## Das regelmässige Vieleck (n-Eck)



R = Radius des Umkreises  
r = Radius des Inkreises  
n = Seitenzahl = Eckenzahl  
Sn = Vielecksseite  
 $\alpha$  = Zentriwinkel  
 $\beta$  = Vieleckwinkel

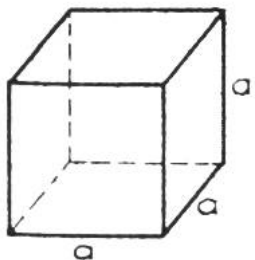
$$U = n \cdot S_n$$

$$\alpha = \frac{360}{n}; \beta = 180^\circ - \alpha$$

$$S_n = 2 \cdot \sqrt{R^2 - r^2} = \frac{2 \cdot F}{n \cdot r}$$

$$F = \frac{n \cdot S_n \cdot r}{2}$$

## Der Würfel

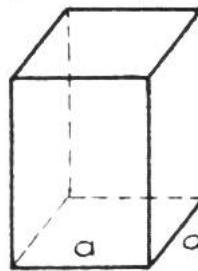


$$K = 12 \cdot a$$

$$M = 4 \cdot a^2; O = 6 \cdot a^2$$

$$V = a^3$$

## Die quadrat. Säule



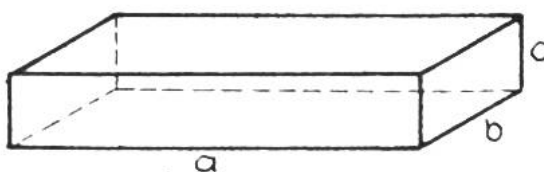
$$K = 8 \cdot a + 4 \cdot h$$

$$M = 4 \cdot a \cdot h$$

$$O = 2 \cdot a \cdot (a + 2 \cdot h)$$

$$V = a^2 \cdot h$$

## Der Quader



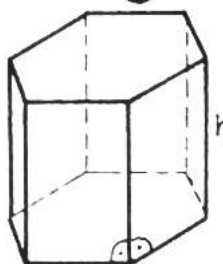
$$K = 4 \cdot (a + b + c)$$

$$O = 2(ab + ac + bc)$$

$$M = 2 \cdot c \cdot (a + b)$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

## Das gerade Prisma



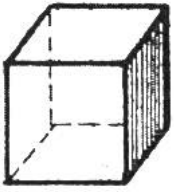
$$M = U \cdot h$$

$$O = U \cdot h + 2 \cdot G$$

$$V = G \cdot h$$

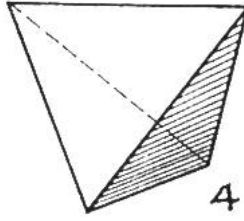
## Die 5 regulären Polyeder

### Der Würfel Hexaeder



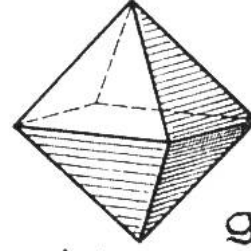
6 gleich-  
seitige  
Vierecke  
(Quadrate)

### Das Tetraeder



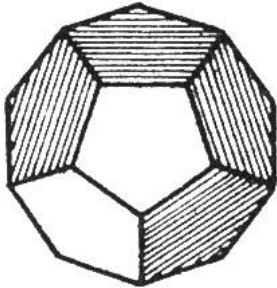
4 gleich-  
seitige Dreiecke

### Das Oktaeder



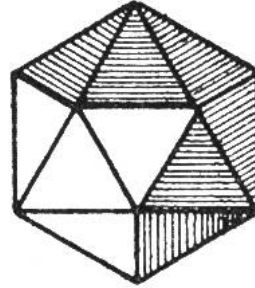
gleich-  
seitige Dreiecke

### Das Dodekaeder



12 gleichseitige Dreiecke

### Das Ikosaeder



20 gleichseitige Dreiecke

## HÖCHSTE PASS-STRASSEN DER SCHWEIZ

Umbrailpass . . . . .	2501 m	St. Gotthardstrasse . . . . .	2108 m
Gr. St. Bernhard-Pass . . . . .	2469 m	Bernhardinstrasse . . . . .	2065 m
Furkastrasse . . . . .	2431 m	Oberalpstrasse . . . . .	2044 m
Flüelastrasse . . . . .	2383 m	Simplon . . . . .	2005 m
Berninastrasse . . . . .	2323 m	Klausenpass . . . . .	1948 m
Albulastrasse . . . . .	2312 m	Lukmanierpass . . . . .	1916 m
Julierstrasse . . . . .	2284 m	Maloja . . . . .	1815 m
Sustenstrasse . . . . .	2224 m	Col du Pillon . . . . .	1546 m
Grimselstrasse . . . . .	2165 m	La Forclaz . . . . .	1527 m
Ofenpass . . . . .	2149 m	Jaunpass . . . . .	1509 m
Splügenstrasse . . . . .	2113 m	Col des Mosses . . . . .	1445 m

## DIE LÄNGSTEN EISENBAHNTUNNELS

Simplon-Tunnel 2 . . . . .	19823 m	Arlberg-Tunnel . . . . .	10240 m
Neuer Apennin-T. . . . .	18510 m	Ricken-Tunnel . . . . .	8603 m
Gotthard-Tunnel . . . . .	15003 m	Grenchenberg-Tunnel	8578 m
Lötschberg-Tunnel . . . . .	14612 m	Neuer Hauenstein-T.	8134 m
New-Cascade-T. USA	12874 m	Pyrenäen-Tunnel . . . . .	7600 m
Mont Cenis-Tunnel . . . . .	12849 m	Jungfraubahn-Tunnel	7113 m