

**Zeitschrift:** Pestalozzi-Kalender  
**Herausgeber:** Pro Juventute  
**Band:** 58 (1965)  
**Heft:** [2]: Schüler  
  
**Rubrik:** Geometrie

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

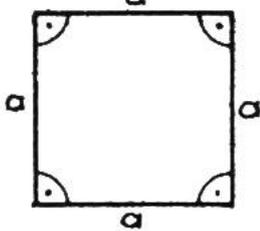
**Download PDF:** 26.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Geometrie

In den folgenden Formeln für die wichtigsten Größen der ebenen Figuren und der Körper bedeuten:  
 U = Umfang    F = Flächeninhalt    O = Oberfläche  
 K = Gesamtkantenlänge    M = Mantelfläche  
 G = Grundfläche    V = Rauminhalt, Volumen  
 $\alpha, \beta, \gamma, \dots$  = Winkel;  $a, b, c, \dots$  = Seiten;  $r, R, \rho$  = Radien;  $h, h_r$  = Höhe  
 $\perp$  = rechter Winkel    Für  $\pi$  genügt meist der Wert 3,14

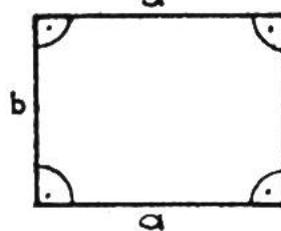
## Das Quadrat



$$U = 4 \cdot a$$

$$F = a \cdot a = a^2$$

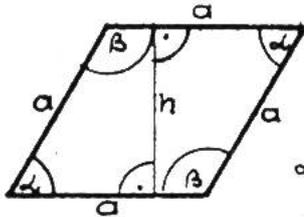
## Das Rechteck



$$U = 2 \cdot (a + b)$$

$$F = a \cdot b$$

## Der Rhombus, Raute

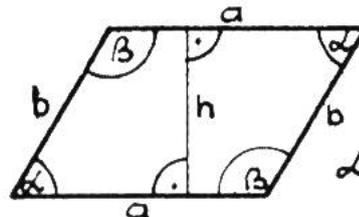


$$U = 4 \cdot a$$

$$F = a \cdot h$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

## Das Parallelogramm

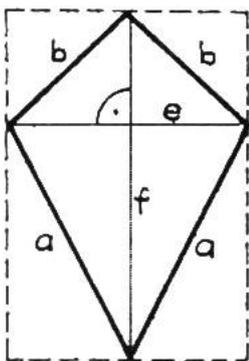


$$U = 2 \cdot (a + b)$$

$$F = a \cdot h$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

## Das Drachenviereck

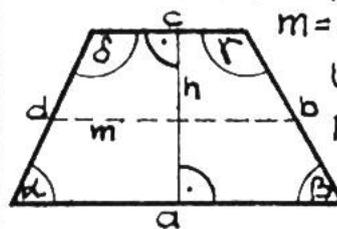


$$U = 2(a + b)$$

$$F = \frac{e \cdot f}{2}$$

$e, f$  = Diagonalen

## Das Trapez



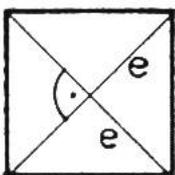
$m$  = Mittelparallele

$$U = a + b + c + d$$

$$F = m \cdot h = \frac{a + c}{2} \cdot h$$

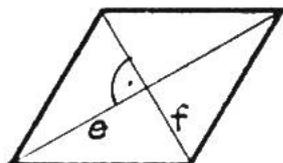
$$\alpha + \delta = \beta + \gamma = 180^\circ$$

## Spezialfälle



Quadrat

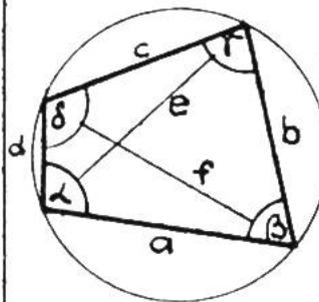
$$F = \frac{e^2}{2}$$



Rhombus

$$F = \frac{e \cdot f}{2}$$

## Das Sehnenviereck



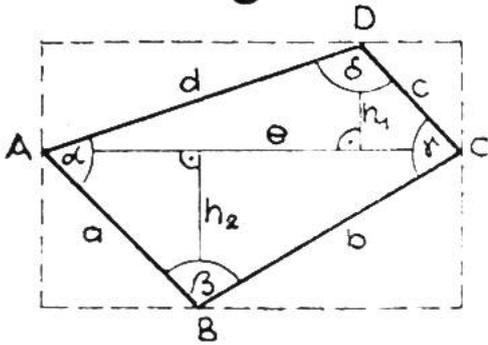
$$U = 2 \cdot s = a + b + c + d$$

$$e \cdot f = a \cdot c + b \cdot d$$

$$\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180^\circ$$

$$F = \sqrt{(s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c) \cdot (s-d)}$$

# Das allgemeine (unregelmässige) Viereck

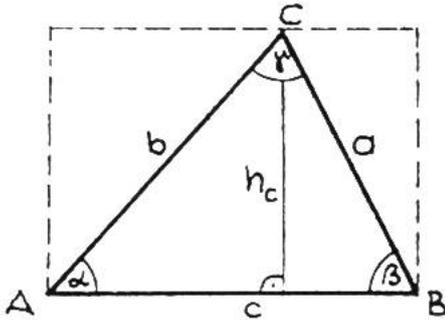


$$F = \frac{e \cdot (h_1 + h_2)}{2} \quad U = a + b + c + d$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

Zur eindeutigen Festlegung eines Vierecks sind im allgem. 5 Grössen, darunter 2 Seiten, erforderlich.

# Das Dreieck



$$U = a + b + c = 2 \cdot s$$

$$F = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)} \quad \text{Heronische Formel}$$

$$F = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{g \cdot h}{2}$$

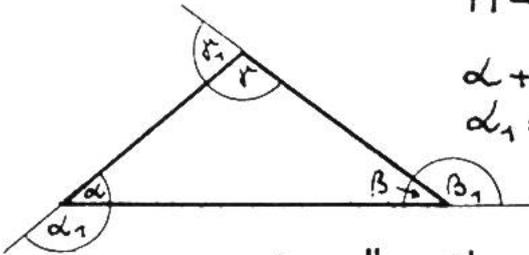
g = Grundlinie = a od. b od. c.

h = Höhe = ha oder hb oder hc

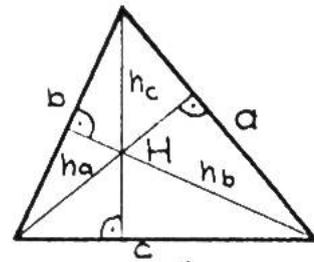
$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \quad \text{Innenwinkelsatz}$$

$$\alpha_1 = \beta + \gamma; \quad \beta_1 = \alpha + \gamma; \quad \gamma_1 = \alpha + \beta$$

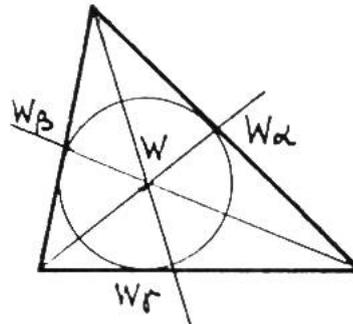
Aussenwinkelsätze



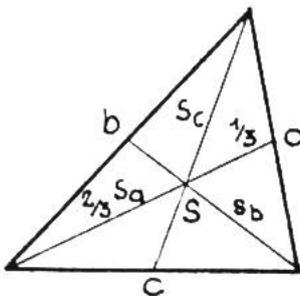
# Vier merkwürdige Punkte im Dreieck



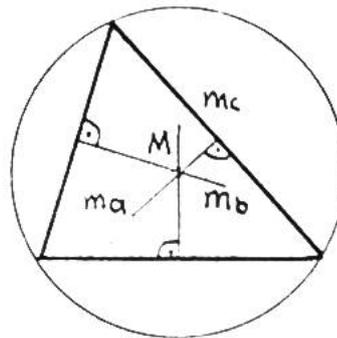
Die drei Höhen schneiden sich in einem Punkt, dem Höhenschnittpkt H.



Die 3 Winkelhalbierenden  $W_\alpha, W_\beta, W_\gamma$  schneiden sich im Mittelpunkt des Inkreises: W.



Die drei Seitenhalbierenden (Schwerlinien, Mittellinien)  $s_a, s_b, s_c$  schneiden sich im Schwerpkt S. Er teilt jede Linie im Verhältnis 1:2



Die 3 Mittelsenkrechten  $m_a, m_b, m_c$  schneiden sich im Mittelpunkt M des Umkreises.

# Acht wichtige Sätze für das Dreieck

2 Dreiecke sind

kongruent, wenn sie übereinstimmen:

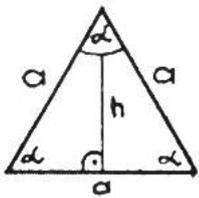
1. in den 3 Seiten (sss)
2. in 2 Seiten und dem Zwischen  $\angle$  (sws)
3. in 2 Seiten u. d. Gegen  $\angle$  der größeren Seite (ssw)
4. in 1 Seite u. 2 gleichliegenden  $\angle$  (wsw; sww)

ähnlich, wenn sie übereinstimmen:

1. im Verhältnis der 3 Seiten
2. im Verhältnis zweier Seiten u. dem Zwischen  $\angle$
3. im Verhältnis zweier Seiten und d. Gegen  $\angle$  d. gr. Seite
4. in 2 Winkeln

## Spezielle Dreiecke

Das gleichseitige Dreieck

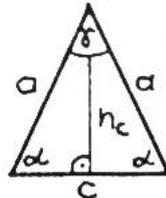


$$\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ$$

$$a = b = c; h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$$

$$F = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{h^2}{\sqrt{3}}$$

Das gleichschenklige Dreieck

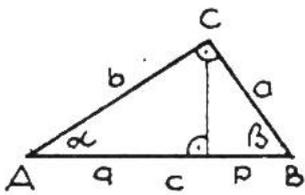


$$\alpha = \beta; a = b; F = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

$$h_c = m_c = s_c = W_r$$

$$= \frac{\sqrt{(2a-c)(2a+c)}}{2}$$

## Das rechtwinklige Dreieck



$a, b =$  Katheten;  $c =$  Hypotenuse;  $\gamma = 90^\circ; \alpha + \beta = 90^\circ$

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ Lehrsatz des Pythagoras}$$

$$h^2 = p \cdot q \text{ Höhensatz des Euklid}$$

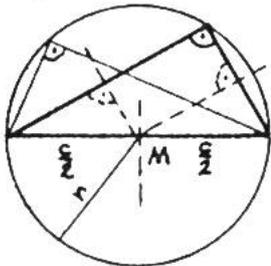
$$a^2 = p \cdot c; b^2 = q \cdot c \text{ Kathetensätze d. Euklid}$$

Mittelpkt d. Umkreises = Mitte d. Hypotenuse

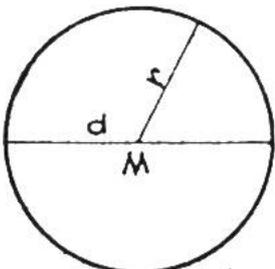
$c =$  Durchmesser } Satz des Thales

$$\gamma = 90^\circ$$

$$F = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{c \cdot h}{2} \quad r = \frac{c}{2}$$



## Der Kreis



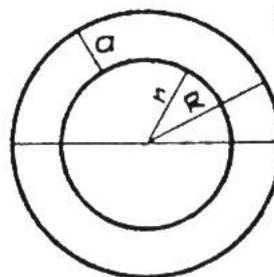
$$U = d \cdot \pi = 2 \cdot r \cdot \pi$$

$$F = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = r^2 \cdot \pi$$

$$\approx \frac{U^2}{4 \cdot \pi}$$

Spezialfälle  
Viertelkreis; Halbkreis

## Der Kreisring



$$F = R^2 \cdot \pi - r^2 \cdot \pi$$

$$= (R+r) \cdot (R-r) \cdot \pi$$

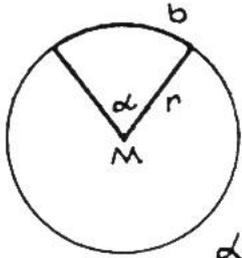
$$= (R+r) \cdot a \cdot \pi$$

$$= (2r+a) \cdot a \cdot \pi$$

$$= (2R-a) \cdot a \cdot \pi$$

$a = R - r =$  radiale Ringbreite

## Der Kreissektor



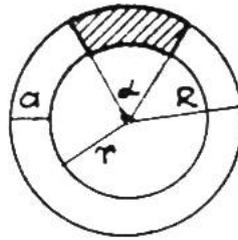
$$b = \frac{\pi \cdot \alpha}{360} \cdot d = \frac{\pi \cdot \alpha}{180} \cdot r$$

$$= \frac{U}{360} \cdot \alpha$$

$$\alpha = \frac{b \cdot 360}{U} = \frac{b \cdot 360}{d \cdot \pi} = \frac{b \cdot 180}{r \cdot \pi}$$

$$F = \frac{b \cdot r}{2} = \frac{n^2 \cdot \pi}{360} \cdot \alpha = \frac{U^2 \cdot \alpha}{4 \cdot \pi \cdot 360}$$

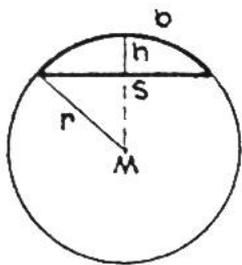
## Das Kreisringstück



$$F = (R+r) \cdot (R-r) \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

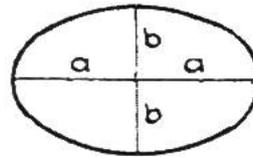
$$= (R+r) \cdot a \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

## Das Kreissegment



$$F = \frac{r \cdot (b-s) + s \cdot h}{2}$$

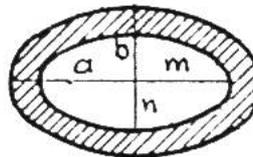
## Die Ellipse



$$F = a \cdot b \cdot \pi$$

a = halbe große Achse  
b = halbe kleine Achse

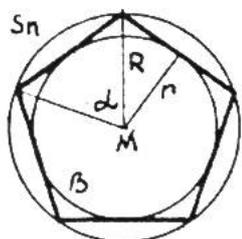
## Der elliptische Ring



$$F = (a \cdot b - m \cdot n) \cdot \pi$$

a, b = Halbachsen d. äuss. Ellipse  
m, n = Halbachsen d. inn. Ellipse

## Das regelmässige Vieleck (n-Eck)



R = Radius des Umkreises  
r = Radius des Inkreises  
n = Seitenzahl = Eckenzahl  
sn = Vielecksseite  
 $\alpha$  = Zentriwinkel  
 $\beta$  = Vieleckwinkel

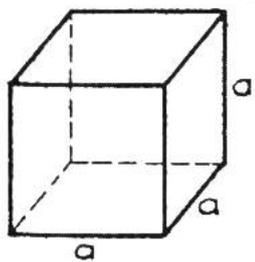
$$U = n \cdot sn$$

$$\alpha = \frac{360}{n}; \beta = 180^\circ - \alpha$$

$$sn = 2 \cdot \sqrt{R^2 - r^2} = \frac{2 \cdot F}{n \cdot r}$$

$$F = \frac{n \cdot sn \cdot r}{2}$$

## Der Würfel

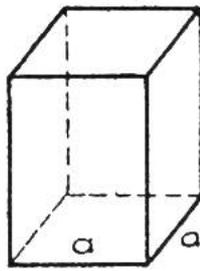


$$K = 12 \cdot a$$

$$M = 4 \cdot a^2; O = 6 \cdot a^2$$

$$V = a^3$$

## Die quadrat. Säule



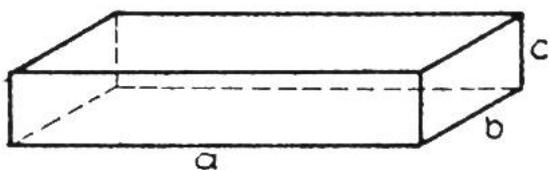
$$K = 8 \cdot a + 4 \cdot h$$

$$M = 4 \cdot a \cdot h$$

$$O = 2 \cdot a \cdot (a + 2 \cdot h)$$

$$V = a^2 \cdot h$$

## Der Quader



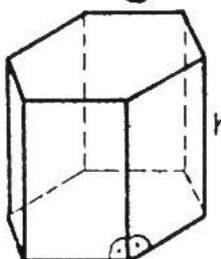
$$K = 4 \cdot (a + b + c)$$

$$M = 2 \cdot c \cdot (a + b)$$

$$O = 2 \cdot (ab + ac + bc)$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

## Das gerade Prisma



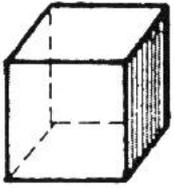
$$M = U \cdot h$$

$$O = U \cdot h + 2 \cdot G$$

$$V = G \cdot h$$

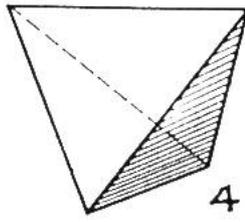
## Die 5 regulären Polyeder

### Der Würfel Hexaeder



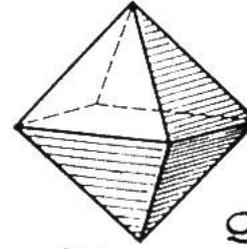
6 gleich-  
seitige  
Vierecke  
(Quadrate)

### Das Tetraeder



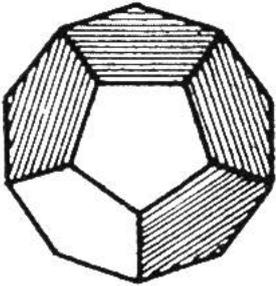
4 gleich-  
seitige Dreiecke

### Das Oktaeder



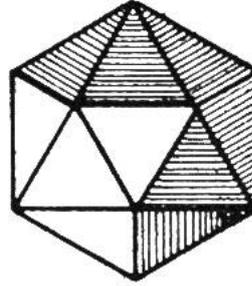
8  
gleich-  
seitige Dreiecke

### Das Dodekaeder



12 gleichseitige Fünfecke

### Das Ikosaeder



20 gleichseitige Dreiecke

## HÖCHSTE PASS-STRASSEN DER SCHWEIZ

Umbrail ... m	2501	Grimsel .... m	2165	Klausen .... m	1948
Gr. St. Bernhard	2469	Ofen.....	2149	Lukmanier ...	1916
Furka .....	2431	Splügen .....	2113	Maloja .....	1815
Flüela .....	2383	St. Gotthard ..	2108	Pillon.....	1546
Bernina .....	2323	San Bernardino	2065	La Forclaz ...	1527
Albula .....	2312	Oberalp .....	2044	Jaun.....	1509
Julier .....	2284	Simplon.....	2005	Mosses.....	1445
Susten .....	2224				

## EINIGE SCHWEIZER PASS-ÜBERGÄNGE

(über 2000 m ü. M.)		Ferret .....	2537	Septimer .....	2310
m		Gries .....	2462	Surenen.....	2291
Theodul.....	3317	Nufenen .....	2440	Uomo .....	2218
Kisten .....	2730	Panixer .....	2407	Joch .....	2209
Fenêtre, de ...	2697	Greina .....	2357	Balme .....	2204
Lötschen .....	2690	Gemmi .....	2316	Kl. Scheidegg .	2061
Segnes .....	2627	San Giacomo .	2313	Cheville .....	2038

## DIE LÄNGSTEN EISENBAHNTUNNELS

Simplon 2... m	19823	New-Cascade	12874	Grenchenberg	8578
N. Apennin ..	18510	Mont Cenis .	12849	N. Hauenstein	8134
Gotthard ....	15003	Arlberg .....	10240	Pyrenäen ....	7600
Lötschberg ..	14612	Ricken.....	8603	Jungfraubahn	7113
Strassentunnel	Grosser St. Bernhard	5853 m			