Geometrie

Objekttyp: **Group**

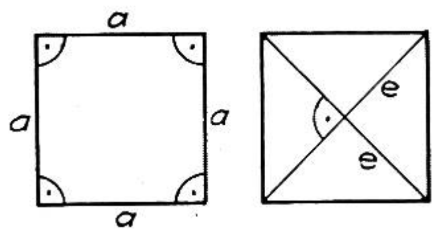
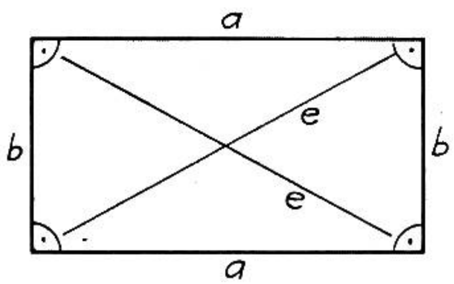
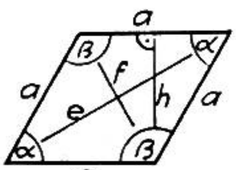
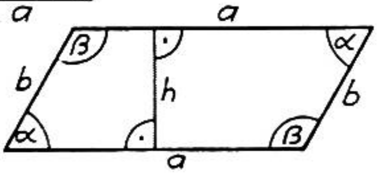
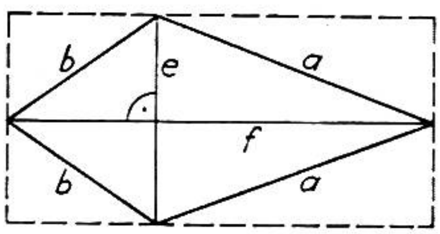
Zeitschrift: **Pestalozzi-Kalender**

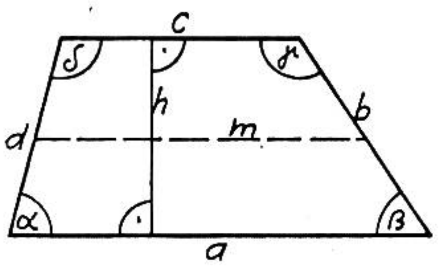
Band (Jahr): **62 (1969)**

Heft [1]: **Schülerinnen**

Geometrie

1. Einfache ebene Figuren

	Umfang	Flächeninhalt	Andere Zusammenhänge
	**Das Quadrat** $u = 4 \cdot a$	$F = a \cdot a = a^2$ $F = \frac{e^2}{2}$	Diagonale $e = a\sqrt{2}$
	**Das Rechteck** $u = 2\,(a+b)$	$F = a \cdot b$	Diagonale $e = \sqrt{a^2+b^2}$
	**Der Rhombus, die Raute** $u = 4 \cdot a$	$F = a \cdot h$ $F = \frac{e \cdot f}{2}$	$\alpha + \beta = 180°$
	**Das Rhomboid, das Parallelogramm** $u = 2\,(a+b)$	$F = a \cdot h$	$\alpha + \beta = 180°$
	**Das Deltoid, das Drachenviereck** $u = 2\,(a+b)$	$F = \frac{e \cdot f}{2}$	Winkelsumme = 360°

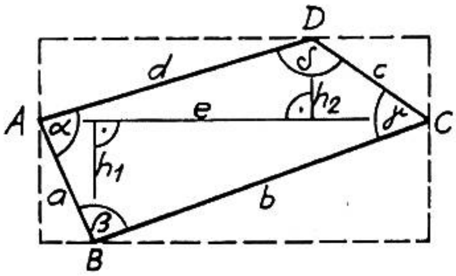


Das Trapez

$u = a+b+c+d$ $F = m \cdot h$ $\alpha+\beta+\gamma+\delta = 360°$

$F = \frac{a+c}{2} \cdot h$

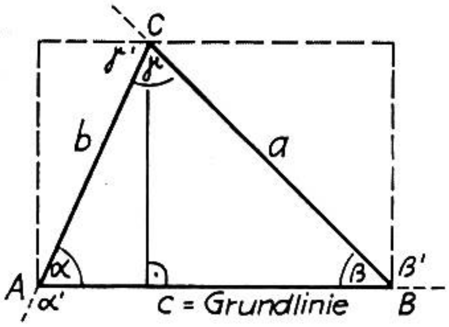
m = Mittelparallele



Das Trapezoid (unregelmässiges Viereck)

$u = a+b+c+d$ $F = e\left(\frac{h_1+h_2}{2}\right)$ $\alpha+\beta+\gamma+\delta = 360°$

2. Das Dreieck



Umfang $u = a+b+c$ Flächeninhalt $F = \frac{g \cdot h}{2}$

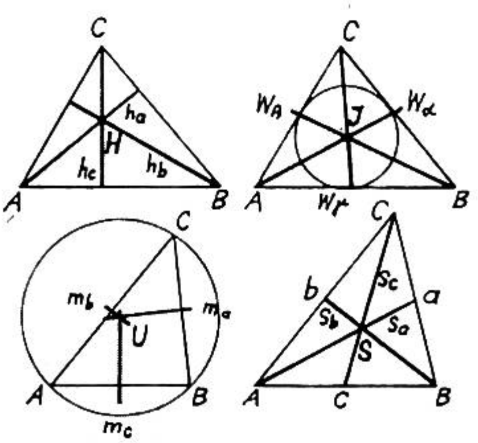
Wenn u mit 2s bezeichnet wird, so gilt auch

$F = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}$

Andere Zusammenhänge

$\alpha+\beta+\gamma = 180°$ $\alpha'+\beta'+\gamma' = 360°$

$\alpha' = \beta+\gamma$ $\beta' = \alpha+\gamma$ $\gamma' = \alpha+\beta$



Besondere Punkte im Dreieck

Die drei Höhen schneiden sich in einem Punkt, dem Höhenschnittpunkt H.

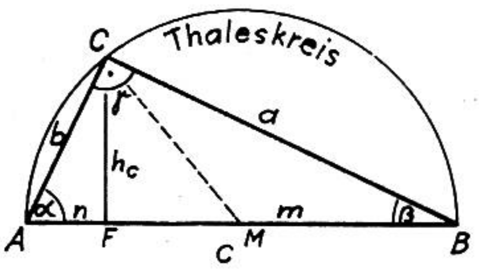
Die drei Winkelhalbierenden w_α, w_β, w_γ schneiden sich in einem Punkt, dem Inkreismittelpunkt J.

Die drei Mittelsenkrechten der Seiten m_a, m_b, m_c schneiden sich in einem Punkt, dem Umkreismittelpunkt U.

Die drei Seitenhalbierenden (Schwerlinien, Mittellinien) s_a, s_b, s_c schneiden sich in einem Punkt, dem Schwerpunkt S.

Der Schwerpunkt teilt die Schwerlinien im Verhältnis 1:2.

Besondere Dreiecke



Das rechtwinklige Dreieck

a, b = Katheten, c = Hypothenuse, $\gamma = 90°$,
$\alpha + \beta = 90°$

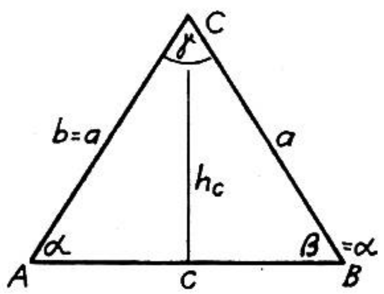
$u = a+b+c \qquad F = \frac{a \cdot b}{2} \qquad F = \frac{c \cdot h_c}{2}$

$a^2 + b^2 = c^2$ Satz des Pythagoras

$c = \sqrt{a^2+b^2} \qquad a = \sqrt{c^2-b^2} \qquad b = \sqrt{c^2-a^2}$

$h^2 = m \cdot n$ Höhensatz (des Euklid)

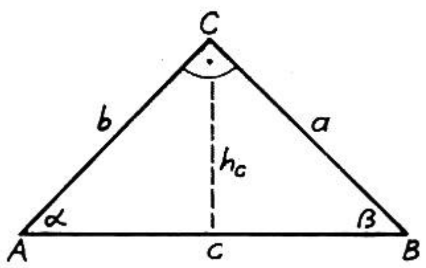
$\left.\begin{array}{l} a^2 = m \cdot c \\ b^2 = n \cdot c \end{array}\right\}$ Kathetensätze (des Euklid) $\qquad r = \frac{c}{2}$



Das gleichschenklige Dreieck

$u = 2a+c$

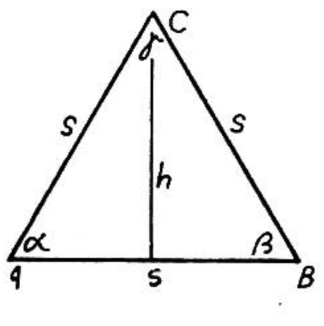
$F = \frac{c \cdot h_c}{2}$



Das rechtwinklig-gleichschenklige Dreieck

$\alpha = \beta = 45° \qquad a = b = \frac{c}{\sqrt{2}} \qquad c = a\sqrt{2} \qquad h_c = \frac{c}{2}$

$u = 2a+c \qquad F = \frac{c \cdot h_c}{2} \qquad F = \frac{c}{2} \cdot \frac{c}{2} \qquad F = \frac{c^2}{4}$



Das gleichseitige Dreieck

$\alpha = \beta = \gamma = 60°$

$a = b = c = s$

$h = \frac{s}{2}\sqrt{3} \qquad u = 3 \cdot s \qquad F = \frac{s \cdot h}{2} \qquad F = \frac{s^2}{4}\sqrt{3}$

Dreiecke sind kongruent, d.h. sie stimmen in Form **und** Flächeninhalt überein, wenn sie drei gleiche Bestimmungsstücke haben, wovon eines eine Länge sein muss; also wenn sie übereinstimmen

1. in den drei Seiten — sss
2. in zwei Seiten und dem Zwischenwinkel — sws
3. in zwei Seiten und dem Gegenwinkel der grösseren Seite — ssw
4. in einer Seite und deren anliegenden Winkel — wsw
5. in einer Seite und zwei Winkeln — sww

Dreiecke sind ähnlich, d.h. sie haben gleiche Form, wenn sie übereinstimmen

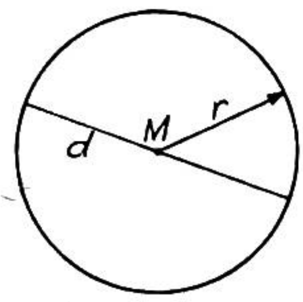
1. im Verhältnis der drei Seiten
2. im Verhältnis zweier Seiten und dem Zwischenwinkel
3. im Verhältnis zweier Seiten und dem Gegenwinkel der grösseren Seite
4. in zwei Winkeln.

In den Formeln für die wichtigsten Grössen der ebenen Figuren und der Körper bedeuten:

u = Umfang F = Flächeninhalt O = Oberfläche
M = Mantelfläche G = Grundfläche
k = Gesamtkantenlänge V = Rauminhalt oder Volumen
$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ = Winkel a, b, c, ... = Seiten
R, r, ρ = Radien h, h_c, h ... = Höhen
⊾ = rechter Winkel;

für π genügt meist der Wert 3,14 oder $\frac{22}{7}$

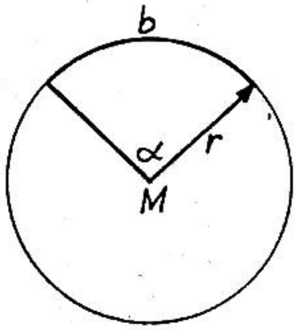
3. Der Kreis



Umfang: $u = d \cdot \pi \qquad u = 2r\pi$

Flächeninhalt: $F = r^2\pi \qquad F = \frac{d^2}{4}\pi \qquad F = \frac{u^2}{4 \cdot \pi}$

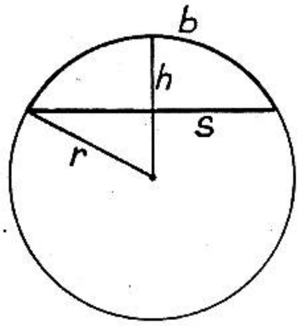
Spezialfälle: Halbkreis, Viertelskreis



Der Kreissektor (Ausschnitt)

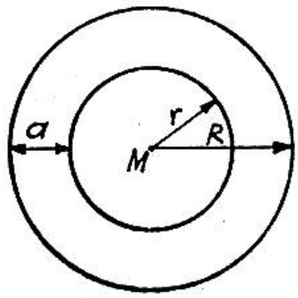
Bogenlänge $b = \frac{u \cdot \alpha}{360} = \frac{d \cdot \pi \cdot \alpha}{360} = \frac{r \cdot \pi \cdot \alpha}{180}$

$F = \frac{b \cdot r}{2} \quad F = \frac{r^2 \pi}{360} \cdot \alpha \quad F = \frac{u^2 \cdot \alpha}{4 \pi \cdot 360}$



Das Kreissegment (Abschnitt)

$F = \frac{r \cdot (b - s) + s \cdot h}{2}$

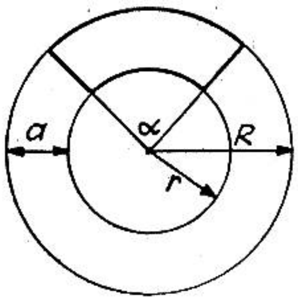


Der Kreisring

Radiale Breite des Kreisringes: $a = R - r$

$F = R^2 \pi - r^2 \pi \quad F = (R+r)\ (R-r)\ \pi$

$F = (R+r)\ a \pi$

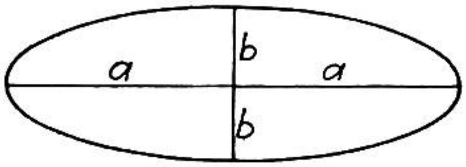


Das Kreisringstück

$F = \frac{R^2 \pi - r^2 \pi}{360} \cdot \alpha \quad F = (R+r)\ (R-r)\ \frac{\pi \cdot \alpha}{360}$

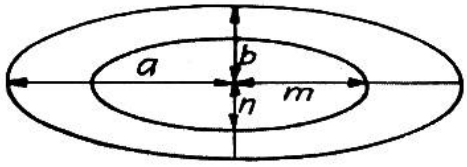
$F = (R+r)\ a \frac{\pi \cdot \alpha}{360}$

4. Verschiedene ebene Figuren



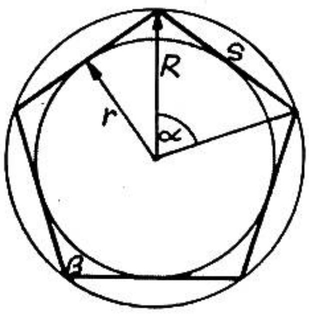
Die Ellipse

a = halbe grosse Achse b = halbe kleine Achse
Flächeninhalt: $F = a \cdot b \cdot \pi$
Umfang: Es besteht keine (elementare) Formel



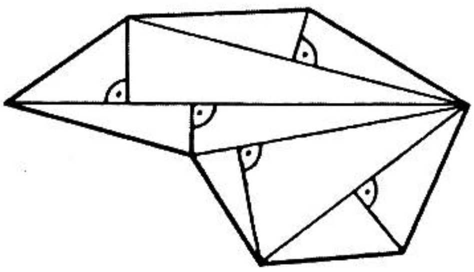
Der elliptische Ring

a, b = halbe Achsen der äusseren Ellipse
m, n = halbe Achsen der inneren Ellipse
Flächeninhalt: $F = (a \cdot b - m \cdot n)\,\pi$



Das regelmäßige Vieleck (n-Eck)

R = Radius des Umkreises Umfang: $u = n \cdot s$
r = Radius des Inkreises
n = Seitenzahl
s = Vielecksseite $\alpha = \dfrac{360°}{n}$ $\beta = 180° - \alpha$
α = Zentriwinkel
β = Vieleckswinkel Flächeninhalt: $F = \dfrac{n \cdot s \cdot r}{2}$

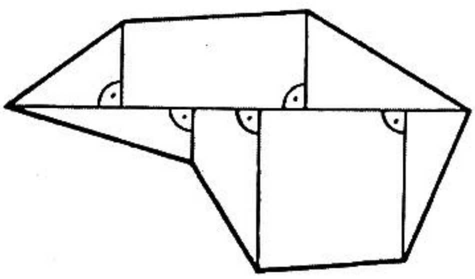


Das unregelmäßige Vieleck

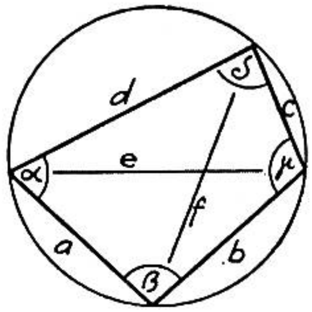
Umfang = Summe aller Seiten
Flächeninhalt:
Man zerlegt die Vieleckfläche:

a. mit Diagonalen in Dreiecke und eventuell Trapezoide, berechnet diese Teile und addiert die Teilresultate

oder:



b. mit einer passenden Diagonale und auf dieser rechtwinklig errichteten Höhen zu den Ecken in Dreiecke und Trapeze, berechnet diese Teile einzeln und addiert die Teilresultate.



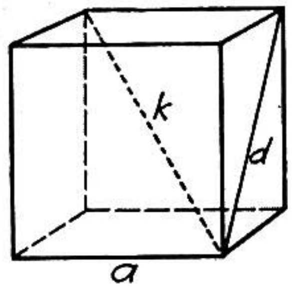
Das Sehnenviereck

Umfang: $u = a+b+c+d \quad u = 2 \cdot s \quad s = \frac{u}{2}$

Flächeninhalt:
$F = \sqrt{(s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c) \cdot (s-d)}$

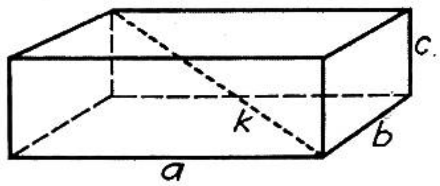
Satz des Ptolemäus: $ac+bd = ef$
Winkel: $\alpha+\gamma = \beta+\delta = 180^\circ$

5. Körper



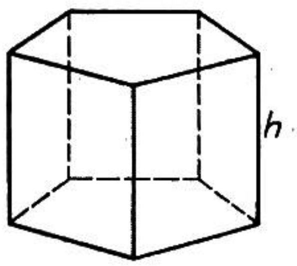
Der Würfel

Gesamtkantenlänge: $12 \cdot a$
Seitendiagonale d: $a\sqrt{2}$
Körperdiagonale k: $a\sqrt{3}$
Mantel: $M = 4a^2$ Oberfläche: $O = 6a^2$
Volumen: $V = a^3$



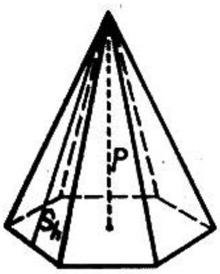
Der Quader

Gesamtkantenlänge: $4(a+b+c)$
Körperdiagonale: $k = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$
$M = 2(a+b) \cdot c \quad O = 2(ab+ac+bc)$
$V = a \cdot b \cdot c$



Das gerade Prisma

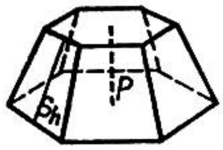
u = Umfang der Grund- oder Deckfläche G
n = Zahl der Seitenkanten (Höhenkanten) h
Gesamtkantenlänge: $2u+n \cdot h$
$M = u \cdot h \quad V = G \cdot h \quad O = u \cdot h+2 \cdot G$



Die Pyramide (regelmässige)

s_h = Seitenhöhe p = Pyramidenhöhe
u = Umfang der Grundfläche G

$$M = u \cdot \frac{s_h}{2} \qquad O = M + G \qquad V = G \cdot \frac{p}{3}$$

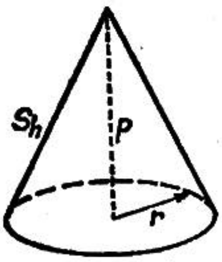


Der Pyramidenstumpf

U = Umfang der Grundfläche G
u = Umfang der Deckfläche D

$$M = \frac{(U+u) \cdot s_h}{2} \qquad O = M + G + D$$

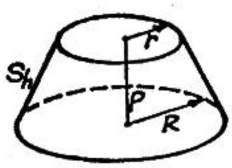
$$V = \frac{1}{3} p \left(G + \sqrt{GD} + D\right)$$



Der Kreiskegel

r = Radius $M = r\pi \cdot s_h$ $O = r\pi\,(r + s_h)$

$$V = \frac{r^2 \pi \cdot p}{3}$$

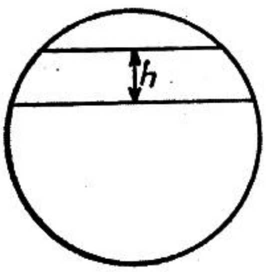


Der Kegelstumpf

R = Radius der Grundfläche
r = Radius der Deckfläche

$$M = \pi s_h (R + r) \qquad O = M + G + D$$

$$O = [(R+r)\, s_h + R^2 + r^2]\,\pi \qquad V = \frac{\pi \cdot p}{3} (R^2 + Rr + r^2)$$



Die Kugel

r = Radius $O = 4\pi r^2$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Kugelhaube}\\ \text{Kugelzone}\end{array}\right\} O = 2\pi r h \qquad V = \frac{4\pi r^3}{3}$$