Zeitschrift: Publikationen der Schweizerischen Musikforschenden Gesellschaft. Serie 2 = Publications de la Société Suisse de Musicologie. Série 2

Band: 30 (1977)

Artikel: Das Tonsystem der abendländischen Musik im frühen Mittelalter

Kapitel: Die Grundlagen des Tonsystems

Autor: Markovits, Michael

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-858857

KAPITEL I

Die Grundlagen des Tonsystems

Das Grundgefüge des abendländischen Tonsystems im Mittelalter ist eine heptatonische, oktavbegrenzte Tonleiter. Die Auswahlmethode der sieben Tonstufen ist Allgemeingut der orientalischen Hochkulturen im Altertum. Die griechische Antike lernt die Konstruktion durch die Vermittlung der Schule der Pythagoreer kennen, und das frühe Mittelalter übernimmt sie aus den Schriften des Römers Anicius Manlius Severinus Boethius, der sich auf griechische Autoren stützt.

Zum besseren Verständnis des Folgenden sollen zunächst die Zahlengrundlagen dieses Systems in einem kurzen Umriss erörtert und zugleich die Frage beantwortet werden, warum unsere Tonleiter sieben Stufen enthält. Das System lässt sich rechnerisch aus den Zahlen 1, 2 und 3 aufbauen, nämlich aus den Schwingungsverhältnissen der Oktave und der Quinte. Um den Oktavraum mit Tonstufen auszufüllen, werden von einem zentralen Ton, von der ersten Stufe des späteren Finaltetrachords aus, Quintintervalle abwechselnd in zwei Richtungen, nach unten und nach oben, aneinandergereiht. Diese unendliche Quintenkette kann nach dem siebenten Ton *h'* abgebrochen werden. Zwischen diesem und der nächsten Kettenstufe, dem Ton *B,,* , entsteht nämlich nach einer Vieroktavenversetzung die Apotome (Trennung), 113,685 Cents, ein verhältnismässig kleines Intervall, das vernachlässigt und das *b'* durch das *h'* ersetzt werden kann. So bleibt der achte Ton schon systemfremd, obwohl die Antike und das Mittelalter auch noch diesen als (Trite) Synemmenon beibehalten, um in Ausnahmefällen den siebenten mit ihm auszutauschen. *Abb. 1.*

Eine günstigere Stelle zum Abbruch der Quintenkette würde sich bereits nach fünf Quinten bieten. Hier könnte nämlich nach der Vernachlässigung eines noch kleineren Intervalls, des Leimma (Rest), 90,225 Cents, an die Stelle des Tons *h'* das *c''* treten, und dadurch käme eine pentatonische Gebrauchsleiter zustande. In der Entstehungszeit der Heptatonik war jedoch die Zahl Sieben und nicht die Fünf mit der Anschauung vom Weltsystem vereinbar. Eine dritte Gelegenheit zu einem Abbruch fände sich erst bei der zwölften Quinte, zwischen *as'''* und *gis'''*. Dieses sehr kleine Intervall, das Komma (Abschnitt), 23,460 Cents, wäre besonders leicht zu beseitigen, und das *as'''* könnte das *gis'''* ersetzen. So wäre aber eine zwölfstufige Gebrauchsleiter entstanden, die weder der kosmologischen Weltanschauung noch dem musikalischen Empfinden entsprochen hätte. *Abb. 2.*

Aus dem symmetrischen Gebilde der drei aufwärts- und drei abwärtsschreitenden Quinten werden die Töne in den Oktavrahmen *d – d'* versetzt, wo sie sich ebenfalls symmetrisch verteilen. *Abb. 3.*

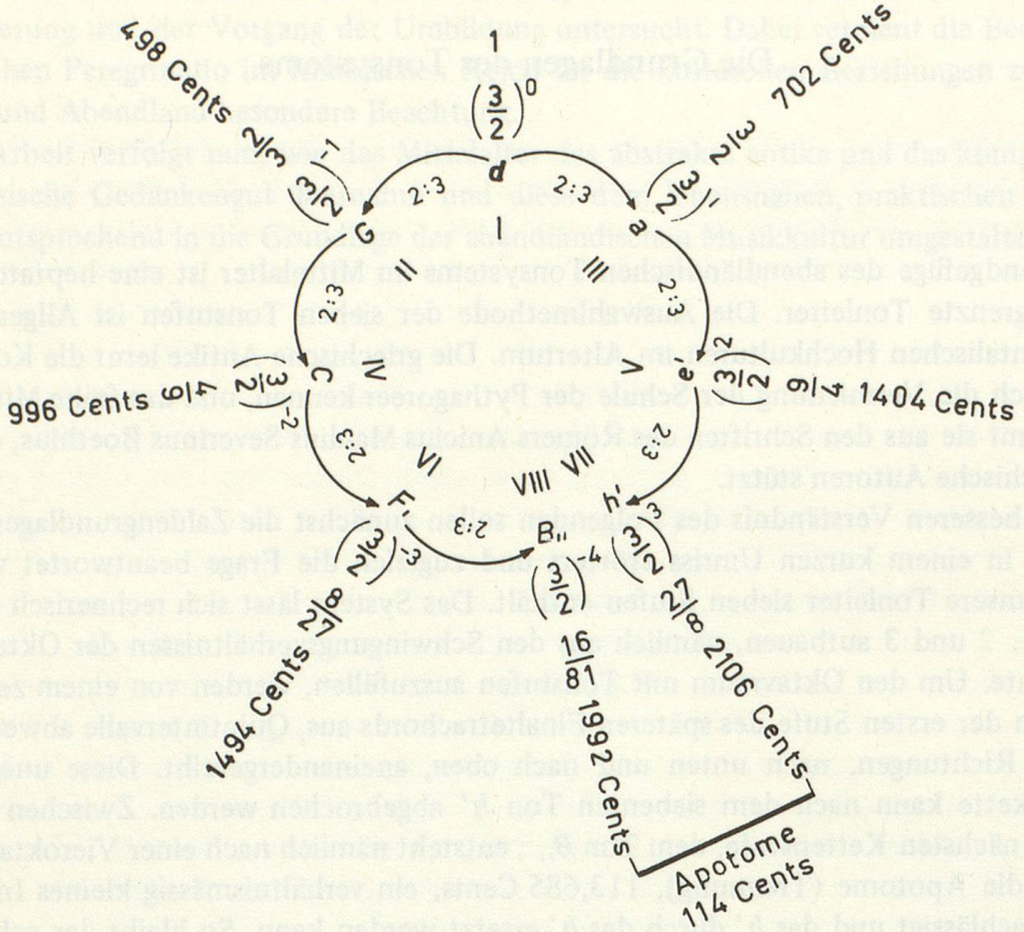

Abb. 1. Die Quintenkette

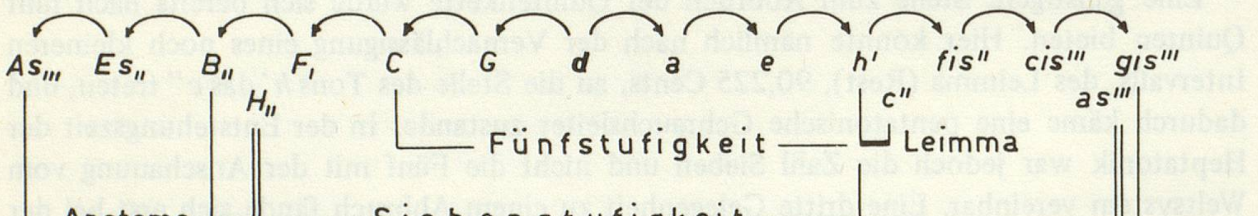

Abb. 2. Fünf-, Sieben- und Zwölfstufigkeit

Um das System zu erweitern, werden die Stufen dieser Tonleiter zyklisch permutiert. Auch dieses Verfahren, Grundlage des späteren Tonartensystems, ist in den Hochkulturen des Altertums als systembildendes Element allgemein bekannt. Durch die Permutation der Gebrauchsleiter vermehren sich die Tonstufen und kommt die Materialleiter *A – g'* zustande, die durch einen oben hingefügten Ton auf zwei volle Oktaven ergänzt wird. *Abb. 4.*

Durch die Kombination der sieben diatonischen Töne im Oktavraum entstehen dreizehn verschiedene Intervalle und mit dem *b* zusätzlich noch zwei. So ergeben sich im System mit der Oktave insgesamt sechzehn Intervalle, die in der folgenden Tabelle zusammengestellt sind. Diese enthält die Grenztöne der Intervalle, die in Cents ausgedrückten Grössen der Tonabstände, ferner die Schwingungszahlverhältnisse in gewöhnlichen und Dezimalbrüchen, in Ketten von Quinten und Oktaven und in den Potenzen der Zahlen 2 und 3. *Abb. 5.*

0, 000		203, 910		294, 135		498, 045		701, 955		905, 865		996, 090		1200, 000
1		$\frac{9}{8}$		$\frac{32}{27}$		$\frac{4}{3}$		$\frac{3}{2}$		$\frac{27}{16}$		$\frac{16}{9}$		2
d		e		f		g		a		h		c'		d'
	$\frac{9}{8}$		$\frac{256}{243}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{256}{243}$		$\frac{9}{8}$	

Abb. 3. Die Grundtonleiter

A	H	c	d	e	f	g	a							
	H	c	d	e	f	g	a	h						
		c	d	e	f	g	a	h	c'					
			d	**e**	**f**	**g**	**a**	**h**	**c'**	**d'**				
				e	f	g	a	h	c'	d'	e'			
					f	g	a	h	c'	d'	e'	f'		
						g	a	h	c'	d'	e'	f'	g'	
A	H	c	d	e	f	g	a	h	c'	d'	e'	f'	g'	(a')

Abb. 4. Die zyklische Permutation

Intervallgrenztöne	Schwingungsverhältnisse	Cents
d e f g A H c (b) **d** e f g A H c (b)	$\frac{1}{1} = \left(\frac{3}{2}\right)^{0} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{0} = 2^{0} . 3^{0} = 1,000000$	0, 000
f c (b) e H (a)	$\frac{256}{243} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^{8} . 3^{-5} = 1,053498$	90, 225
e g a H d (c') **d** f g A c (b)	$\frac{9}{8} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{1} = 2^{-3} . 3^{2} = 1,125000$	203, 910
f g c d (b) **d** e A H (g)	$\frac{32}{27} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 2^{5} . 3^{-3} = 1,185185$	294, 135
a h e (d') f g c (b)	$\frac{81}{64} = \left(\frac{3}{2}\right)^{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2} = 2^{-6} . 3^{4} = 1,265625$	407, 820
g a c' d e f (b) **d** e g A H c (f)	$\frac{4}{3} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2^{2} . 3^{-1} = 1,333333$	498, 045
f (b) H (e)	$\frac{1024}{729} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-6} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = 2^{10} . 3^{-6} = 1,404664$	588, 270
h (e') f (b)	$\frac{729}{512} = \left(\frac{3}{2}\right)^{6} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{3} = 2^{-9} . 3^{6} = 1,423828$	611, 730
a h c' d' e g (f) **d** e f g A c (b)	$\frac{3}{2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{0} = 2^{-1} . 3^{1} = 1,500000$	701, 955
c' f g (b) e A H (d)	$\frac{128}{81} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^{7} . 3^{-4} = 1,580247$	792, 180
h d' e' a (g') **d** f g c (b)	$\frac{27}{16} = \left(\frac{3}{2}\right)^{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{1} = 2^{-4} . 3^{3} = 1,687500$	905, 865
c' d' f' g a (b) **d** e g A H (c)	$\frac{16}{9} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 2^{4} . 3^{-2} = 1,777778$	996, 090
e' h (a) f c (B)	$\frac{243}{128} = \left(\frac{3}{2}\right)^{5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2} = 2^{-7} . 3^{5} = 1,898438$	1109, 775
d' e' f' g' a h c' (b) **d** e f g A H c (B)	$\frac{2}{1} = \left(\frac{3}{2}\right)^{0} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2^{1} . 3^{0} = 2,000000$	1200, 000
h b	$\frac{2187}{2048} = \left(\frac{3}{2}\right)^{7} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{4} = 2^{-11} . 3^{7} = 1,067871$	113, 685
b H	$\frac{4096}{2187} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-7} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = 2^{12} . 3^{-7} = 1,872885$	1086, 315

Abb. 5. Die Intervalle