

# Étude critique : les principes de la logique et la critique contemporaine [Arnold Reymond]

Autor(en): **Gex, Maurice**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Revue de Théologie et de Philosophie**

Band (Jahr): **23 (1935)**

Heft 97

PDF erstellt am: **02.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-380282>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## LES PRINCIPES DE LA LOGIQUE ET LA CRITIQUE CONTEMPORAINE

Arnold REYMOND, *Les principes de la logique et la critique contemporaine*. Paris, Boivin, 1932. (1)

---

L'une des plus grandes difficultés que l'on rencontre en philosophie consiste certainement dans l'établissement du rapport exact que soutiennent la pensée d'une part et le donné de l'expérience d'autre part, l'abstrait et le concret ou, si l'on préfère, le formel et le réel. Le rationalisme classique et l'empirisme ont tour à tour défendu les deux solutions extrêmes que comporte ce délicat problème. A notre époque même, ce conflit s'est renouvelé sur le terrain de la logique entre les tendances sociologiques et pragmatistes d'une part, pour lesquelles la logique n'a pas de structure propre, et les logisticiens disciples de Russell d'autre part, qui considèrent le monde de la logique formelle comme se suffisant à lui-même et pouvant être posé avec toutes ses complexes articulations sans référence préalable au monde de l'expérience.

Cherchant à éviter les excès de ces deux absolutismes, M. Arnold Reymond pense que l'attitude modérée de la logique néo-thomiste mérite de servir d'exemple en distinguant nettement logique formelle (accord de la pensée avec elle-même) et logique appliquée (accord de la pensée avec le réel) (2).

Cependant il serait dangereux de s'inféoder à la logique néo-thomiste telle quelle, car ce serait oublier qu'elle repose sur un ensemble de postulats métaphysiques des plus contestables, tels que les suivants : le langage exprime rigoureusement le rythme même de la pensée, les idées de notre esprit correspondent adéquatement à la réalité, le rapport de l'individu à l'espèce et celui de l'espèce au genre sont fondés métaphysiquement (p. 70).

Adopter l'attitude conciliante du néo-thomisme en logique, quant au rapport entre la logique et le donné, mais envisager une logique qui — con-

(1) Nous nous excusons de n'avoir pu donner plus tôt ce compte rendu : qu'on veuille bien le considérer comme un rappel d'un ouvrage qui n'a rien perdu de son actualité. — (2) M. REYMOND estime toutefois (p. 266) que, la pensée dans son activité ne se séparant jamais d'un certain donné, il vaut mieux, plutôt que de diviser la logique en logique formelle et logique appliquée, parler de logique fonctionnelle générale et spécialisée.

trairement au néo-thomisme — serait complètement indépendante d'une position métaphysique préalable et qui, de plus, serait parfaitement informée de la méthodologie scientifique la plus récente : telle est la tâche que s'est proposée M. Reymond dans l'ouvrage que nous analysons. Ce livre, qui est issu de leçons professées à la Sorbonne en 1927 et en 1930, contient le résumé et l'analyse critique d'un grand nombre d'écrits fort techniques, usant le plus souvent de notations symboliques ; aussi comprendra-t-on aisément qu'il est impossible d'en donner un résumé fidèle et encore plus impossible, dans la présente Revue, d'engager une discussion avec l'auteur. Nous nous bornerons à donner une idée aussi précise que possible des questions débattues sans entrer dans les détails et nous chercherons surtout à dégager les tendances générales de la pensée de M. Reymond.

*Vérité et logique normative.* — Après un bref aperçu historique, l'auteur aborde la question fort controversée de la définition de la logique.

Pour lui, la logique est une science normative, ainsi que l'esthétique et la morale. De telles sciences

acceptent à titre de *donné* l'opposition des valeurs, vrai et faux, bien et mal, beau et laid, qu'elles prennent respectivement pour objet ; elles n'ont pas à discuter la légitimité de cette opposition — discussion qui relève de la métaphysique — et c'est pourquoi elles s'appellent normatives (p. 22 s.).

On dit communément qu'une discipline normative comme la logique est caractérisée par le fait qu'elle prend pour point de départ et d'arrivée des jugements de valeur et non pas d'existence. A ce propos, M. Reymond fait remarquer que, sous l'influence du développement historique des idées orienté vers un subjectivisme croissant et qui a atteint son point suprême avec Nietzsche, on fait de nos jours une séparation trop radicale entre les jugements de valeur et les jugements d'existence. On oublie ainsi que l'appréciation d'une valeur a un fondement objectif. « A y regarder de près, tout jugement est à la fois un jugement de valeur et d'existence, en ce sens qu'il affirme (ou nie) comme existant un quelque chose doué de telle ou telle qualité, de telle ou telle propriété. » (p. 25.) Cependant l'opposition entre jugement de valeur et d'existence reste légitime, mais elle gagnerait à être formulée différemment ; il conviendrait, pense l'auteur, de l'exprimer par les termes de jugements *monovalents* et de jugements *bivalents*, « et par là il faut entendre que les premiers considèrent leur objet comme doué d'une seule valeur ou modalité d'existence, tandis que les seconds envisagent leur objet comme susceptible de revêtir deux valeurs ou modalités opposées d'existence » (p. 26). Alors qu'une science, telle la géométrie, qui n'est formée que de jugements monovalents, se meut dans le vrai et ignore qu'il puisse exister des propositions fausses, une science normative non seulement est basée sur des jugements bivalents, mais encore elle juge une des modalités d'être qualitativement supérieure à l'autre et se donne pour tâche d'indiquer les conditions à remplir pour

que la modalité jugée supérieure soit réalisée (p. 27). Mais il est essentiel de remarquer que, si les sciences monovalentes ne s'intéressent pas explicitement à la dualité du vrai et du faux, elles impliquent toutes, dans leurs démarches, une telle dualité, et par conséquent la logique en tant que science normative. Ceci éclaire les rapports entre logique et psychologie, car si cette dernière peut prendre comme objet la pensée délirante, par exemple, elle est tenue pour une telle étude de raisonner correctement et par conséquent de se soumettre aux normes logiques.

C'est le caractère normatif de la logique qui permet de comprendre le rôle et la portée du syllogisme. Ainsi que l'a souligné M. A. Lalande, la majeure du syllogisme doit être considérée comme une loi, alors que la mineure est la constatation d'un fait. Pour M. Reymond, le rôle du syllogisme est double : d'une part, le syllogisme est un instrument qui dispense de refaire des démonstrations antérieurement faites, lorsqu'il s'agit de sciences mathématiques par exemple, d'autre part, c'est un instrument de contrôle au sujet d'observations antérieurement faites, ainsi en sciences naturelles, et, suivant le cas réalisé, l'extension d'universalité du mot « tout » qu'on rencontre dans la majeure est différente.

L'auteur aborde ensuite le problème de la vérité. La vérité est, pour la pensée, une prise de possession qui s'effectue au moyen du jugement. Quel est au juste le rapport entre le réel et la pensée ? M. Reymond le caractérise en le qualifiant de rapport *fonctionnel* et souligne le fait qu'il est presque impossible de l'explicitier d'une façon plus précise. Tout ce qu'on peut dire, c'est que le contact entre la pensée et le réel n'est pas simple et qu'une proposition, par exemple, ne peut être considérée isolément dans son rapport fonctionnel avec la réalité, mais doit être envisagée en fonction d'un grand nombre d'autres propositions qui sont impliquées par elle ou qui lui donnent un sens, et c'est ce vaste ensemble de propositions qui peut être confronté avec un point particulier du réel. Cela revient à dire que chaque proposition soutient un double rapport fonctionnel, par rapport au donné d'une part, et par rapport à l'ensemble de la pensée d'autre part.

C'est donc une proposition avec l'ensemble de toutes les propositions qu'elle implique qui peut être dite vraie ou fausse. Si cette proposition est vraie, elle représente pour la pensée une position fonctionnelle unique et valable en elle-même pour tout être pensant. Si elle est fausse, ce n'est plus le cas, parce que diverses positions de pensée également fausses pourraient se produire à l'occasion des événements qui lui ont donné naissance (p. 43).

Le réel en lui-même n'est ni vrai ni faux et il en est de même des principes formels de la pensée. Mais le réel et les principes formels constituent les conditions du vrai et cette double condition suffit pour assurer la valeur absolue de la vérité. Ainsi, cette valeur absolue, pour être garantie, n'a pas besoin de postuler des « vérités » qui existeraient éternellement comme telles et que l'activité de l'esprit ne ferait que découvrir. Une proposition sera dite

vraie pour elle-même si « tout être pensant, mis en présence du donné (faits, événements, etc.) qui l'a motivée, est contraint par sa raison de la tenir pour vraie ; c'est affirmer que tous les êtres pensants sont soumis aux mêmes conditions d'analyse réflexive et de contact avec la réalité » (p. 47).

L'acquisition de la vérité n'est possible que par une constante vérification directe ou indirecte, et la méthode de l'esprit humain est, pour M. Reymond, tant en métaphysique qu'en science, la méthode de l'hypothèse, que l'on pose d'abord par une initiative audacieuse et que l'on vérifie ensuite au moyen des conséquences. Une telle vérification n'est pas toujours directe ou extérieure, elle est souvent immanente et intérieure au progrès même de la connaissance, comme M. Brunschvicg l'a montré pour les mathématiques, par exemple.

La portée universelle des principes normatifs de la logique a été contestée par le pragmatisme, le psychologisme et le sociologisme, triple courant que M. Reymond examine dans le chapitre suivant qui ne nous arrêtera pas, car ces objections ont déjà été exposées et réfutées dans cette Revue (1).

*Le problème du concept.* — La logique classique — et en particulier la logique néo-thomiste — conçoit le concept comme ayant une compréhension fixe et absolument déterminée, comme étant un élément simple préexistant aux jugements dans lesquels il peut entrer. La logique algorithmique — confirmée en cela par la psychologie moderne et par la philosophie critique — prend comme point de départ des opérations de la pensée le jugement et non pas le concept ; celui-ci devient ainsi une notion dérivée et complexe, il est « condensation de jugements antérieurement faits et point de départ de jugements possibles » (p. 78). Pour préciser cette manière d'envisager le concept, M. Reymond nous dit qu'il est un *invariant fonctionnel* sous le double rapport de la qualité et de la quantité. Dans le domaine de la connaissance commune, c'est l'aspect qualitatif du concept qui est surtout envisagé, alors que dans les sciences rigoureuses, c'est le côté quantitatif qui l'emporte. La logistique, comme nous allons le voir plus en détail maintenant, est donc une conception fonctionnelle ou relationnelle de la logique.

*Logistique et calcul logique.* — Dans ce chapitre, l'auteur fait une étude détaillée de cette discipline, à la fois si prônée et si décriée, nommée la logistique, qui n'est autre chose qu'un algorithme pour analyser les opérations logiques au moyen d'un symbolisme offrant les garanties de rigueur et d'impersonnalité caractérisant les notations mathématiques. Elle est glorifiée sans mesure par les uns qui voient en elle l'avènement de la *Caractéristique universelle* rêvée par Leibniz ; ainsi certains philosophes austro-allemands dont nous reparlerons (*Wiener-Kreis*) tentent de renouveler de

(1) A. REYMOND, *La philosophie française contemporaine et le problème de vérité*, 1923, p. 241-265.

fond en comble la philosophie en la prenant pour base. Par contre, des logiciens spécialistes affectent de l'ignorer (Goblot, Lalande) et certains épistémologues (Meyerson) la considèrent comme quasi inutile et s'efforcent d'en démontrer la stérilité. M. Reymond prend une attitude beaucoup plus mesurée et équitable à son égard et il estime qu'elle ne mérite « ni cet excès d'honneur, ni cette indignité ».

Prenant comme élément la proposition (et non le concept), la logique telle que l'a conçue Russell — nous laissons de côté l'histoire des diverses conceptions de la logique symbolique — adopte comme notions primitives les deux valeurs opposées « vrai » et « faux » caractérisant les propositions. A partir de là on définit un certain nombre de fonctions logiques ayant comme arguments une ou deux propositions-éléments. Cette définition consiste uniquement en l'énoncé du fait que la fonction logique — qui est à considérer comme une nouvelle proposition — est soit vraie, soit fausse, suivant les diverses circonstances de vérité ou de fausseté de ses arguments. Ainsi la négation est la seule fonction logique à un seul argument. La négation d'une proposition est vraie si cette proposition est fausse et elle est fausse si la proposition est vraie : c'est en cela que consiste la *vérité* de la négation. De même se définissent les fonctions à deux arguments que l'on nomme *implication*, *produit*, *disjonction*, *équivalence*, *incompatibilité*, etc. Par exemple,  $p$  et  $q$  étant des propositions-éléments, la fonction «  $p$  implique  $q$  » se définit ainsi : elle est vraie pour  $p$  et  $q$  vraies à la fois,  $p$  et  $q$  fausses à la fois,  $p$  fausse et  $q$  vraie, enfin elle est fausse pour  $p$  vraie et  $q$  fausse, ce qu'on peut exprimer en disant que le vrai ne peut impliquer le faux, alors que le faux peut impliquer le vrai.

Ces diverses fonctions logiques, que l'on symbolise par des signes spéciaux, ne sont naturellement pas indépendantes les unes des autres et on peut établir les relations qui les lient ; ainsi elles peuvent toutes s'exprimer au moyen de deux d'entre elles (négation et disjonction) et même, à la rigueur, au moyen d'une seule d'entre elles, comme l'ont montré Sheffer et Nicod. En combinant ces fonctions entre elles, on se dispense de définir de nouvelles fonctions de plus de deux propositions.

Dans leur fameux ouvrage, *Principia Mathematica*, Russell et Whitehead posent, au moyen du symbolisme dont il vient d'être question et qui exprime les opérations logiques de disjonction, du produit, etc..., un certain nombre de « principes fondamentaux de déduction ». Désormais, en se basant sur ces principes de déduction, tout raisonnement peut se traduire par un calcul logique, dont les règles s'établissent conformément à la définition des fonctions logiques (ou opérations logiques). Remplacer le raisonnement par un calcul : voilà bien le rêve de Leibniz !

Jusqu'à maintenant, les propositions-éléments que l'on symbolise par les lettres  $p$ ,  $q$ ,  $r$ ,... ont été considérées comme des « tout » inanalysables, simplement susceptibles d'être affectés des valeurs vrai et faux. Aucun symbole spécial n'a été introduit pour représenter le concept, constituant de la proposition, ce qui est bien conforme à une théorie qui envisage le concept comme dérivé

de la proposition, et non l'inverse. C'est ici que se place la géniale conception de Russell : la *fonction propositionnelle*. Dans une proposition déterminée, le sujet et l'attribut sont tous deux bien déterminés ; mais supposons qu'on envisage une proposition dans laquelle on laisse indéterminé soit le sujet, soit l'attribut, par exemple «  $x$  est un homme » ou encore « l'homme est  $y$  », nous avons alors des *fonctions propositionnelles* qui sont analogues aux fonctions mathématiques en ce sens qu'elles contiennent comme elles des arguments variables ou indéterminés. Une fonction propositionnelle n'est ni vraie ni fausse en elle-même, mais peut devenir l'un ou l'autre, lorsqu'on remplace la variable qu'elle contient par des valeurs bien déterminées. L'ensemble (ou la classe) des valeurs substituables à  $x$  qui rendent la fonction «  $x$  est un homme » vraie détermine l'extension du concept « homme » ; tandis que toutes les valeurs qui rendent vraie la fonction « l'homme est  $y$  », ( $y$  = être vivant, mammifère, animal raisonnable, etc.) constituent la compréhension du concept « homme ». De cette façon, le concept est rattaché d'une manière fonctionnelle à la proposition et le calcul des classes (ou concepts) s'insère tout naturellement dans celui des propositions.

Une fonction propositionnelle toutefois peut avoir une autre structure que celle d'une proposition simple et revêtir la forme plus complexe d'une implication entre propositions. Il arrive alors qu'elle puisse être toujours vraie, quelles que soient les valeurs données aux variables, comme c'est le cas pour une identité mathématique. Les lois logiques entre autres ont la propriété d'être toujours vraies dans ce qu'elles affirment (p. 107).

La logique classique s'était surtout préoccupée d'étudier les propositions attributives, alors que la plupart des propositions constituant les sciences ne sont pas attributives, mais sont des relations (exemple :  $a$  est plus grand que  $b$ ). C'est le grand mérite de la logistique d'avoir poussé à fond l'étude des relations et d'en avoir ainsi souligné l'importance : alors que la logique traditionnelle était absolument impuissante à analyser la structure des disciplines scientifiques, la nouvelle logique a considérablement élargi son domaine et s'alliant à la méthode axiomatique, sous le nom de métamathématique, a abordé victorieusement de nos jours l'étude des fondements des mathématiques. Nous ne saurions mieux faire, pour montrer à quel besoin réel répond la logistique et quelle était la carence de la logique classique, que de donner la pittoresque page suivante, tirée du remarquable ouvrage de M. Federigo Enriques sur *L'évolution de la logique* :

« Ceux qui se plongent dans la dialectique, dit Ariston de Chios, font comme les mangeurs d'écrevisses : pour une bouchée de chair ils perdent leur temps sur un monceau d'écaillés. » W. Hamilton, en citant la phrase, y ajoute une observation qui ne semble pas avoir perdu sa valeur de nos jours : « Chez nous, dit-il, l'étudiant en logique perd son temps sans même goûter une bouchée de chair ». En effet, le jeune mathématicien, qui a fait des études classiques, demanderait en vain à la logique qu'on lui a enseignée une conception précise de ce qu'est la structure d'une

science déductive comme la géométrie, ou bien une explication du sens et de la valeur des principes que l'on rencontre dans une science de cet ordre. Que sont les définitions, les axiomes ou les postulats ? Quelle est leur place dans l'économie de la théorie ? Quels critères président à leur choix ou permettent de savoir s'ils sont acceptables ? Toutes ces demandes restent sans réponse pour notre étudiant, même si on y a fait vaguement allusion en quelque doctrine du concept. Et certes elles ne reçoivent aucun éclaircissement du fait des minutieuses classifications des syllogismes par lesquelles on lui donne la possibilité de vérifier, s'il le veut, ce qui n'a besoin d'aucune vérification, c'est-à-dire la cohérence des démonstrations géométriques (1).

C'est justement à ces questions et à d'autres encore que M. Reymond tente de répondre, en s'appuyant sur la logistique, dans les chapitres suivants.

*Tiers exclu et vérification mathématique.* — On connaît l'effervescence produite dans le domaine de la philosophie mathématique par les travaux du mathématicien hollandais Brouwer tendant à contester la légitimité universelle du principe du tiers exclu. Résumons succinctement le débat.

Définissant l'existence d'un être mathématique par la possibilité de *construire* cet être (et non, comme les mathématiciens formalistes, par l'absence de contradiction), Brouwer, le chef de file de l'école intuitionniste, montre que lorsqu'on se trouve en présence d'une série infinie — par exemple la série des décimales de  $\pi$  — le fait de parvenir à démontrer l'absurdité de la non-existence d'une certaine séquence de chiffres dans cette série n'implique absolument pas l'existence de cette séquence, car la négation d'une proposition universelle ne saurait, selon lui, impliquer une affirmation existentielle particulière. En d'autres termes, le principe du tiers exclu ne joue pas dans ce cas. La justification théorique d'une manière de voir aussi révolutionnaire consiste en ceci : les mathématiques se construisent par la pensée pure d'une façon autonome à partir de l'intuition primitive du nombre entier. Ces processus de construction se codifient après coup sous forme de lois logiques. « Il en résulte que ces lois, bien loin d'être originelles, ont un caractère relatif et *a posteriori*. » (p. 142.)

Au lieu de découler de la logique — comme le veut Russell et son école — les mathématiques sont absolument autonomes et c'est la logique qui est déduite par abstraction des constructions de la mathématique du fini ou même, le plus souvent, des habitudes du langage courant : on comprend dès lors qu'on se heurte à des antinomies lorsqu'on tente de soumettre les constructions de la mathématique de l'infini à cette logique.

Pour le mathématicien hollandais, c'est le dynamisme profond de la pensée qui engendre les mathématiques, et tout symbolisme en est un travestissement, une déformation ; ainsi le formel, considéré de façon statique, comme détaché de l'activité créatrice qui l'engendre, n'est qu'un squelette appauvri auquel on ne peut se référer pour lever les difficultés et antinomies ren-

(1) FEDERIGO ENRIQUES, *L'évolution de la logique*. Paris, Chiron, 1926, p. 5.



contrées en mathématiques, comme par exemple l'expression analytique du continu.

Cherchant à préciser le point de vue du logicien dans cette querelle du tiers exclu, M. Reymond se livre aux considérations suivantes :

La logique symbolique permet d'exprimer chacun des trois principes fondamentaux d'une manière indépendante des deux autres.

En effet, comme nous l'avons vu, le principe d'identité se définit par la seule opération de l'implication, celui de contradiction par l'emploi de la négation et de la multiplication et le principe du tiers exclu au moyen de la négation et de la somme.

Psychologiquement, une pareille marche de la pensée peut également se justifier. Il suffit pour cela de supposer un esprit qui dans ses opérations serait incapable de se tromper et dont toutes les démarches iraient directement à la vérité. Un tel esprit saisirait immédiatement les ressemblances, les différences, etc., sans faire usage de la négation, de la contradiction et du tiers exclu. Il percevrait intuitivement et sans hésitations le réel tel qu'il est dans ses propriétés et relations (p. 129 s.).

Mais remarquons-le, sitôt qu'un esprit est capable de se tromper et qu'il est sujet à l'erreur, il est forcé d'utiliser concurremment les trois principes d'identité, de contradiction et de tiers exclu, au moins formellement, pour parvenir à la vérité. La dissociation introduite dans ce cas par l'axiomatique logique devient impossible. En effet, dès qu'il y a hésitation entre le vrai et le faux, les trois principes en question se conditionnent et s'impliquent forcément (p. 131).

Brouwer utilise une logique à trois termes : le vrai, le faux et le « ni vrai ni faux ». Ce qui s'oppose contradictoirement au faux n'est donc pas seulement le vrai, comme dans le cas de la logique classique, mais encore le « ni vrai ni faux », si bien que, lorsque le faux est exclu (comme dans le raisonnement par l'absurde), on ne peut pas savoir sur lequel des deux autres termes on tombe; en conséquence la plupart des raisonnements par l'absurde ne seraient pas valables et une grande partie des mathématiques, que l'on croyait solide, est à rejeter comme incertaine.

M. Reymond commence par faire remarquer que, pour définir le « ni vrai ni faux », la nouvelle logique utilise bel et bien le principe du tiers exclu qui est mis en cause (p. 152) ; ce principe a donc formellement une portée universelle, tout comme ceux d'identité et de contradiction.

Le « ni vrai ni faux » suppose toujours une certaine indétermination : c'est, en effet, la fonction propositionnelle qui peut être qualifiée de « ni vraie ni fausse ».

Le « ni vrai ni faux » ne peut désigner que la position d'attente provisoire prise par la pensée au moyen de la fonction propositionnelle, ou bien « le n'étant pas donné » ou encore « le n'étant pas encore donné », car ceux-ci, échappant au contact de la pensée, ne comportent pour cette dernière aucune relation possible, ni vraie ni fausse par conséquent, et il va sans dire qu'aucune loi logique (y compris celle du tiers exclu) n'est applicable dans ce cas.

Mais sitôt qu'un donné offre quelque prise à la pensée et qu'un jugement explicite est porté sur lui, il y a un certain rapport de vérité ou de fausseté établi et ce rapport subsiste indépendamment de sa vérification possible... Une hypothèse non vérifiée ou même non vérifiable n'en garde pas moins en soi sa valeur de vérité ou de fausseté (p. 155).

On peut légitimement envisager une logique à trois valeurs, pense M. Reymond ; à côté du vrai et du faux, on peut placer l'absurde et définir ce dernier au moyen d'une fonction propositionnelle dans laquelle on remplace l'argument par un terme pris hors du champ de réalité défini par la fonction (par exemple, dans la fonction «  $x$  est un Grec », on remplacera  $x$  par « cet encrier » ou par « telle éclipse de soleil » ; la négation de la proposition obtenue est aussi absurde que la proposition elle-même). De cette façon, la portée formelle du principe du tiers exclu reste universelle, le faux est la négation du vrai, le vrai est la négation du faux, alors que l'absurde est la négation de l'absurde<sup>(1)</sup> (p. 162, 163).

Le formalisme (école de Russell) s'est heurté à un certain nombre de paradoxes et antinomies logiques, surtout dans la théorie des ensembles, et « selon Brouwer les antinomies proviennent du fait que les mathématiques se sont inféodées aux formes et à la structure du langage, tombant ainsi sous la juridiction d'une logique étrangère à leur vraie nature » (p. 139). M. Reymond pense que l'on doit chercher la solution de ces antinomies dans une autre direction : il convient de distinguer avec soin, écrit-il, le sens purement logique du sens mathématique technique de certains termes, comme un, tous, partie, ensemble, etc. De cette façon, on peut lever le paradoxe des « ensembles qui se contiennent eux-mêmes comme éléments », par exemple (p. 146 s.), sans avoir besoin de mettre en doute la valeur universelle du principe du tiers exclu.

*Logique et mathématiques.* — L'affirmation fondamentale de Russell est, comme nous l'avons vu, que les mathématiques pures ne se distinguent pas de la logique, telle du moins qu'il la conçoit — il ne s'agit pas en effet de la logique traditionnelle. Les nombres sont des propriétés de termes généraux ou de descriptions générales et non des objets physiques ou des événements mentaux, ils appartiennent donc au monde logique et doivent pouvoir se définir d'une façon purement logique. De là la définition technique du nombre comme classe de classes : « le nombre de termes d'une classe donnée est la classe de toutes les classes semblables à la classe donnée » (citée p. 165). Cette définition du nombre est jugée fondamentale par son auteur et en accord avec la façon de compter des primitifs, qui procèdent en effet par association des termes d'une classe inconnue à ceux d'une classe connue (cette dernière étant en général constituée par différentes parties du corps humain prises dans un certain ordre). De cette façon, le primitif peut évaluer une centaine de têtes de bétail, par exemple, alors qu'ordinalement, c'est-à-dire par énumération, il ne peut parfois aller au delà des nombres 4 ou 5.

(1) Depuis que l'ouvrage de M. Reymond a été écrit, a paru la logique à trois valeurs de Heyting, le disciple de Brouwer, enfin le public français a été informé des logiques à trois valeurs et à une infinité de valeurs du polonais Lukasiewicz dont les travaux remontent à 1920. Cf. A. ZAWIRSKI, *Les logiques nouvelles et le champ de leur application*, Revue de métaphysique et de morale, 1932, p. 503.

La définition russellienne du nombre comme classe de classes, étant purement cardinale, ne suppose pas qu'un nombre a un successeur ou un prédécesseur, elle a donc besoin d'être complétée par une théorie ordinale. Pour ce faire, Russell perfectionne l'axiomatique de Peano qui devait fonder la définition du nombre et introduit la notion d'*hérédité*, qui au fond sert à garantir la récurrence mathématique.

Il saute aux yeux que la conception russellienne du nombre est éminemment réaliste, puisqu'elle s'appuie sur la notion de classe. Russell est d'ailleurs obligé, pour garantir la validité de sa construction logique du nombre, d'admettre un axiome supplémentaire : « Le nombre des choses individuelles n'est pas fini ». Il faut que des classes soient données dans l'univers pour que la construction logique des nombres soit possible.

Nous devrions entrer dans des détails beaucoup trop techniques si nous voulions développer comme il conviendrait la critique que fait M. Reymond de la notion russellienne de nombre. Disons simplement que, pour l'auteur, « les définitions proposées par Russell sont susceptibles d'un nombre indéfini d'interprétations ; elles n'assurent ni l'existence, ni l'unicité de l'objet défini » (p. 175). La tentative de Russell qui consiste à ramener la notion de nombre au logique échoue finalement, car le nombre possède des caractères *sui generis* et la notion d'hérédité, par exemple, prise dans sa généralité logique, ne peut suffire à fonder la suite des nombres naturels.

Mais il y a plus et la critique de M. Reymond va plus profond. L'effort de Russell tendait à construire tous les nombres à partir de zéro (classe nulle) qui devait être défini d'une façon indépendante et par des moyens purement logiques. M. Reymond montre que le zéro doit être conçu comme « une possibilité d'existence numérique » ; « le zéro est toujours fonction d'un donné mathématique, il ne peut servir à définir ce dernier » (p. 177). Ainsi, à l'atomisme logique de Russell l'auteur oppose une conception fonctionnelle des mathématiques.

Ce qui est à la base de nos connaissances mathématiques les plus élémentaires, ce n'est pas un ensemble de données simples et autonomes, mais un certain nombre de concepts synthétiques complexes, qui dérivent eux-mêmes d'expériences complexes sur la réalité (p. 178).

Poursuivant son enquête, M. Reymond, après avoir examiné les nombres transfinis de la théorie des ensembles de Cantor, aboutit à la conclusion suivante :

L'unité transfinie et l'unité nombre-entier n'ont pas un caractère absolu en ce sens qu'elles auraient chacune, prise isolément, une grandeur absolue et indépendante des opérations que l'on effectue par leur moyen. Il en est de même de la grandeur-limite  $\epsilon$  qui, de par sa nature relative, peut être envisagée comme une unité divisible. Par contre, ce qui reste toujours rigoureusement défini, c'est le schème opératoire.

Comme nous avons déjà eu l'occasion de le signaler à maintes reprises, les notions d'individus, d'unité, d'ensemble, de partie, etc., sont des notions fonctionnelles et dont le sens dépend toujours du rôle qu'elles jouent dans une proposition (p. 190 s.)

Russell affirme que sa logique — qui constitue pour lui l'essence de la philosophie, tout problème philosophique véritable devant se ramener à un problème de logique — exprime comment les choses peuvent être et non comment elles sont. L'expérience seule permet de passer du monde des possibles au monde réel, si bien que la philosophie logicisante qu'il conçoit est absolument impuissante à nous renseigner sur la réalité. En pays de langue allemande, une école qui se réclame du positivisme empirique de E. Mach, l'école de Vienne ou *Wiener-Kreis*, a adopté les travaux logiques de Russell et de son disciple Wittgenstein, pour en constituer l'armature de ses conceptions. Représentée surtout par des savants, mathématiciens et physiciens, cette école mène une guerre acharnée contre la métaphysique. Poursuivant la pensée de Russell, Carnap et Wittgenstein affirment que les propositions logiques sont absolument dépourvues de contenu, ou, comme ils disent, sont tautologiques.

Les tautologies sont donc vides de contenu ; elles ne signifient rien quant au réel et il en résulte que toute métaphysique logicisante doit être d'après Carnap rejetée, puisqu'aucune déduction tirée des lois formelles de la logique ne peut nous renseigner sur ce que la réalité doit être.

Dès lors, si l'on admet l'identité du logique et du mathématique, les propositions mathématiques se ramènent, elles aussi, à un pur enchaînement tautologique, et il en sera de même des sciences physiques et naturelles dans la mesure où elles revêtent une forme mathématique (p.201).

Ajoutons que c'est précisément le caractère tautologique attribué à la forme de toute science usant du langage mathématique qui permet à cette école d'affirmer, par contre-partie, un empirisme radical.

Comme M. Reymond a déjà montré l'irréductibilité des mathématiques à la logique, pour lui, la question du caractère purement tautologique des mathématiques est tranchée par la négative. Reste à examiner le caractère tautologique de la logique elle-même. Contrairement aux logiciens de l'école de Vienne qui ont tendance à envisager le formel pour lui-même, coupé des racines qu'il plonge dans le réel, M. Reymond tente de rétablir les connexions légitimes. C'est précisément une conséquence de la conception générale fonctionnelle ou relationnelle qu'a adoptée l'auteur, de ne considérer aucune « réalité » isolément, comme se suffisant à elle-même et ayant ses caractères intrinsèques, même si cette « réalité » est le formel lui-même considéré dans son ensemble.

On peut même se demander si les constructions logiques, même les plus formelles, ne supposent pas, pour être concevables, l'existence d'un donné ou tout au moins l'opposition entre ce que L. Brunschvicg appelle jugements d'extériorité et jugements d'intériorité.

En effet, les opérations logiques (somme, multiplication, disjonction, etc.) supposent forcément que les éléments qu'elles combinent, à savoir les propositions, sont des éléments distincts ; mais dire que plusieurs propositions  $p$ ,  $q$ ,  $r$ , etc. sont

distinctes, c'est dire qu'elles ont des énoncés différents qui se rapportent soit à des objets distincts, soit à divers aspects d'un même objet. Une certaine signification interne des propositions est donc postulée d'emblée par les opérations logiques, ce qui empêche de poser le vrai et le faux comme indéfinissables et sans rapport aucun avec le contenu de l'énoncé d'une proposition ; ce fait nous paraît restreindre de beaucoup la portée de la tautologie logique (p. 201 s).

*Axiomatique et démonstration.* — Nous ne voulons pas nous appesantir sur cette question de l'axiomatique dont nous avons déjà parlé en rendant compte du livre de M. Gustave Juvet: *La structure des nouvelles théories physiques* (1).

En dégagant la structure formelle des sciences, la méthode axiomatique a permis, dans le cas particulier de la géométrie, de tirer au clair le problème du postulat d'Euclide sur les parallèles, problème qui était resté impénétrable pendant deux millénaires.

Au point de vue logique, l'enseignement qu'il convient de tirer de l'axiomatique est le suivant, nous semble-t-il : dans le domaine scientifique, on ne peut pas définir les divers concepts utilisés en leur attribuant à chacun une certaine « essence » au moyen d'une proposition prédicative. Dans une discipline donnée, tous les concepts sont étroitement solidaires les uns des autres, c'est la connexion de l'ensemble, le réseau global de toutes les liaisons fonctionnelles qui livre la définition de chaque élément de l'édifice. C'est ce qui explique que les principes ou fondements d'une science se modifient au fur et à mesure du développement de cette science. L'axiomatique, qui s'est constituée pour dégager la structure formelle des sciences, vient donc justifier la théorie logique de la primauté du jugement, développée par M. Reymond au début de son ouvrage.

L'auteur aborde ensuite le problème qui a si fort inquiété les logiciens actuels et qui consiste à se demander pourquoi le raisonnement mathématique est fécond, introduit du nouveau, dépasse le cadre restreint des prémisses. Si le raisonnement mathématique était tout entier de nature syllogistique, il devrait être stérile, ce qui n'est pas ; or, s'il est fécond, comment se fait-il qu'il soit tout de même rigoureux ? Fidèle à la méthode historico-critique, M. A. Reymond rappelle les principales solutions de ce problème.

On sait que Henri Poincaré pensait que la fécondité des mathématiques tient au raisonnement par récurrence, qui, loin de procéder « du général au particulier », synthétise un nombre infini d'étapes semblables d'un raisonnement et engendre de ce fait une généralisation, une induction authentique, bien que parfaitement rigoureuse.

Le logicien Dufumier pense que la généralisation mathématique s'effectue en s'efforçant de maintenir la portée générale des opérations et en créant pour cela des objets de plus en plus complexes sur lesquels portent les opérations, ainsi explique-t-on les passages successifs du nombre entier au nombre relatif, au nombre fractionnaire, au nombre complexe, etc...

Goblot, qui fut l'un des premiers à s'attacher à ce problème, affirme que

(1) Revue de théologie et de philosophie, 1935, p. 79 s.

« démontrer, c'est construire » et que cette construction créatrice se fait toujours en prenant point d'appui sur les objets que l'on construit. Le mathématicien serait comme Antée qui ne reprend des forces qu'au contact de sa mère, la terre. « Le raisonnement n'est jamais indépendant des objets sur lesquels on raisonne. La logique formelle est absolument stérile. » (Cité p. 232.) « A cette manière de voir, L. Rougier oppose la thèse suivante : Tout en admettant avec M. Goblot que la déduction n'est pas stérile et construit du nouveau, il estime que « le raisonnement en tant que tel est toujours indépendant de la nature particulière des objets auxquels on l'applique et sa validité dépend, non de la matière dont on parle, mais de la forme de ce que l'on dit ». (Cité p. 232.) Les vues de L. Rougier sur cette question vont dans le sens même de la méthode axiomatique.

La position prise par Rougier représente la tendance, la limite vers laquelle aspire une théorie déductive ; elle figure ainsi le type idéal de la démonstration mathématique, et par là elle s'apparente avec les vues de Hilbert sur la métamathématique.

En fait, on ne peut jamais dans une démonstration mathématique faire complètement abstraction d'une matière pour n'envisager qu'une forme ; car c'est cette matière qui plus ou moins consciemment oriente l'activité de la pensée déductive vers tel but plutôt que vers tel autre (p. 234).

Nous ne pouvons songer à aborder le chapitre discutant les travaux de Hilbert et d'Herbrand sur la démonstration arithmétique, car il est trop technique. Afin d'indiquer de quoi il s'agit, nous dirons simplement ce qui suit.

La constitution de géométries non-euclidiennes par Lobatchevsky et Bolyai posait le problème de la non-contradiction de ces nouvelles disciplines. Certes, les parties que l'on avait développées de ces géométries étaient parfaitement cohérentes, mais comment être assuré que si loin que l'on pousse les déductions — car les conséquences d'une géométrie sont infinies — on ne se heurterait pas à une contradiction ? Des mathématiciens parvinrent à établir une correspondance rigoureuse entre, d'une part, les théorèmes de la géométrie euclidienne, et, d'autre part, les théorèmes des géométries non-euclidiennes, si bien que ces dernières ne sauraient être contradictoires sans que la bonne vieille géométrie d'Euclide le fût. Nous savons empiriquement que la géométrie euclidienne est exempte de contradictions, mais pour des esprits assoiffés de rigueur, comme le sont les logiciens et mathématiciens contemporains, cela ne suffit pas, puisque, encore une fois, les conséquences d'une géométrie sont infinies. La géométrie analytique permet heureusement de réduire la géométrie à l'analyse et cette dernière, au point de vue de la cohérence logique, peut se ramener à l'arithmétique. Voilà donc l'arithmétique garante de la non-contradiction des géométries tant euclidienne que non-euclidiennes. La dernière étape dans l'histoire des géométries non-euclidiennes — cette histoire étant elle-même la dernière étape de l'histoire deux fois millénaire du problème posé par le *postulatum* d'Euclide — est donc constituée par les efforts actuels tendant à prouver le caractère non-contradictoire.

dictoire de l'arithmétique. C'est le grand mathématicien allemand Hilbert, le créateur de l'axiomatique comme méthode générale, qui est l'initiateur de telles recherches constituant ce qu'il nomme la métamathématique.

Dans cette discipline qui étudie la structure formelle du raisonnement mathématique, outre la démonstration de la non-contradiction d'une théorie donnée, on s'attache encore à établir des méthodes permettant de décider en toute rigueur si telle proposition (dans une certaine théorie) est vraie ou non : c'est le fameux *Entscheidungsproblem* des Allemands. Ajoutons qu'on n'a pas encore pu parvenir à démontrer entièrement la non-contradiction de l'arithmétique. Il est intéressant, au point de vue philosophique et logique, de noter la distinction que fait Herbrand entre le sens mathématique des termes et leur sens métamathématique. « On se sert, dit-il, du premier quand on *fait* un raisonnement mathématique ; on se sert du second quand on *parle* du raisonnement mathématique. Ainsi s'éclaircissent facilement beaucoup de questions concernant le raisonnement par récurrence, le tiers exclu, etc. ». (Cité p. 251.) Nous rejoignons la distinction faite par M. Reymond entre le sens logique et le sens mathématique des termes un, tous, partie, ensemble, etc. (p. 143 à 150).

\* \* \*

L'ouvrage que nous analysons — qui est un ouvrage d'enseignement, ne l'oublions pas — donne une vue d'ensemble sur la difficulté et la variété des problèmes qui se posent aux logiciens contemporains. Non seulement il rendra les plus grands services aux étudiants, mais encore il se recommande à toutes les personnes cultivées qui désirent se tenir au courant du mouvement philosophique, car M. Reymond, au lieu de tenter de développer les techniques (logistique, axiomatique, etc.) pour elles-mêmes, s'efforce d'en étudier la signification et le rapport qu'elles soutiennent, soit avec le donné, soit avec l'activité spontanée de l'esprit : ce sont donc des problèmes proprement philosophiques qu'il se pose à leur sujet. Nous jugerons notre but atteint si nous sommes parvenu, dans ce compte rendu, à donner une idée de l'extraordinaire richesse des matières traitées : une discussion des thèses de l'auteur supposerait des développements techniques beaucoup plus étendus que ne le comporte l'espace dont nous disposons. Nous nous permettrons simplement de signaler tout d'abord quelques négligences de forme, en espérant les voir disparaître dans une prochaine édition : l'orthographe défectueuse des noms propres, Nietzsche, Helmholtz et Enriques ; les égalités qui définissent les géométries non-euclidiennes (p. 214) sous une forme qui choquera les mathématiciens... Mais laissons de côté les questions de pure forme pour envisager comment l'auteur considère l'éternité et l'infini géométrique. Nous lisons p. 39 : « Supposer que l'Univers est un déroulement éternel de phases cycliques ne sert à rien, car nous sommes alors ramené à la difficulté de concevoir comment le premier cycle a pu se produire ». Il nous semble, quant à nous, que la conception d'une infinité de cycles tend justement à éliminer un tel pro-

blème, puisque, dans ce cas, il n'y a de toute évidence pas de premier cycle (il s'agit d'une éternité qui aboutit au moment présent et non pas seulement d'une éternité future). Problème semblable, p. 196 : La droite « pour être parfaitement homogène dans sa continuité, doit se refermer sur elle-même ; sinon les points qui sont à ses deux extrémités seraient exceptionnels ; ils n'auraient que d'un côté un point qui leur soit contigu, alors que tous les autres points de la droite jouiraient d'une double contiguïté ». Il nous paraît clair qu'une droite conçue comme ne se refermant pas sur elle-même n'a pas d'extrémités, pas plus que la série des nombres entiers ne comporte de « dernier nombre ».

Il est une chose beaucoup plus importante que les critiques que l'on peut faire, c'est de parler de la tendance générale de l'ouvrage qui est extrêmement nette et des plus aisée à dégager. Nous trouvons tout au long de ce livre si riche et si varié la constante et vigoureuse affirmation du caractère fonctionnel de la pensée. Chaque concept que l'habitude et le langage nous font croire isolable est en réalité relié à d'autres concepts par l'ensemble des jugements implicites qui le définissent. Ainsi, pour M. Reymond, on ne peut construire les nombres par concepts séparés, en commençant par zéro, comme le veut Russell, et on ne peut séparer dans cette construction le caractère d'ordination de celui de cardination, tant pour les nombres transfinis que pour les nombres finis. « D'une manière générale un concept, en vertu même de sa fonctionnalité, peut jouer divers rôles qui lui sont chaque fois assignés par les termes qui l'accompagnent et par l'ambiance de la phrase où il figure. » (p. 260.) De même dans le jugement, la valeur et l'existence ne peuvent se dissocier radicalement l'une de l'autre. Enfin, solidarité des trois principes fondamentaux pour tout esprit capable de se tromper.

Le « fonctionnalisme » n'est pas, comme d'aucuns se l'imaginent, un relativisme cahotique, car il implique nécessairement des invariances qui le structurent et l'auteur montre de façon convaincante qu'il suffit à garantir le caractère absolu de la vérité.

Il est amusant de constater qu'un critique (1) a pu accuser M. Reymond d'être un logicien de la stricte observance néo-thomiste, car rien n'est plus contraire au néo-thomisme que cette conception fonctionnelle de la pensée. Certes, l'auteur, comme nous l'avons dit au début, se rattache, au sujet du problème particulier des rapports entre le formel et le réel, à la position si mesurée et équitable de la logique néo-thomiste, mais là s'arrête le rapprochement, et M. Arnold Reymond offre justement un exemple typique des tendances philosophiques actuelles : tendances réalistes (affirmation de la participation à l'être, p. 48 et 258) qui récusent la dialectique et le « constructivisme » purs des idéalistes, sans pour cela revenir au réalisme conceptuel et dogmatique d'avant le criticisme, mais qui cherchent à instaurer un *réalisme fonctionnel*.

Maurice GEX.

(1) *Mind*. 1934, London, Macmillan, p. 253.