Zeitschrift: Revue de Théologie et de Philosophie
Herausgeber: Revue de Théologie et de Philosophie
Band: 15 (1965)
Heft: 5

Artikel: Vers une logique du quotidien
Autor: Grize, Jean-Blaise
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-380841

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

VERS UNE LOGIQUE DU QUOTIDIEN

1. Introduction

Tout compte fait, nous raisonnons assez rarement et la plus grande partie de nos discours sert à dépeindre le monde qui nous entoure, à communiquer aux autres et à nous-mêmes des impressions, des sentiments, des désirs et des volontés. Lorsqu'il nous arrive cependant d'enchaîner logiquement des propositions les unes aux autres, il est alors remarquable que nous paraissons le faire selon certaines règles et certaines lois relativement fixes, encore que, dans les circonstances normales, nous ne les explicitions pas et que nous procédions même quasi inconsciemment. Rien n'est alors plus naturel que de chercher à décrire précisément ces règles, que je nommerai *spontanées*, non que j'imagine qu'elles nous soient données avec la vie, mais pour les distinguer de celles que le logicien de métier forge pour sa satisfaction et celle de quelques usagers occasionnels.

Il faut dire toutefois que cette tâche se révèle beaucoup plus ardue qu'elle peut d'abord le sembler. S'il est relativement facile de décrire les quelques lois auxquelles un sujet donné s'est soumis au cours d'un raisonnement bien déterminé, il est considérablement moins simple de prévoir quelles règles ce même sujet utilisera dans d'autres circonstances. Ainsi, telle loi logique pourtant maintes fois attestée au cours d'un raisonnement, ne se retrouve plus dans un nouveau contexte et quelques-unes même sont tout simplement refusées, pour ceci que le sujet les tient soudain non pas seulement pour fausses, mais pour absurdes [1].

Il serait hâtif d'accuser sans plus le laïc d'inconséquence ou le logicien de parti pris et il est préférable de chercher en quoi le point de vue spontané diffère du point de vue scientifiquement élaboré. On constate alors trois différences fondamentales.

1. La pensée naturelle vit une déduction comme une sorte de création continuée. Qu'un obstacle se présente et elle ajoute sans

[1] B. Matalon : Etude génétique de l'implication, *Etudes d'épistémologie génétique XVI*, Paris, PUF, 1962, p. 87-90.

autre les éléments nécessaires à le surmonter ; qu'elle s'engage dans une impasse et elle revient sans scrupules en arrière. Tout au contraire, la preuve logique au sens strict du terme procède de façon linéaire et jamais, en cours de route, elle ne s'autorise à en appeler à ce qu'elle n'aurait pas explicitement placé au départ.

2. La logique formalisée (classique) connaît deux instruments essentiels : la relation d'implication matérielle [1] et la substitution. Or tous deux apparaissent beaucoup trop généraux aux yeux de la logique spontanée. Il est vrai que toute implication, acceptée par un sujet donné, est généralement aussi une implication matérielle [2], que toute substitution qu'il accepte est reconnue valable par le logicien. Mais la réciproque est très loin d'être valable.

3. Si la logique laïque, comme celle du logicien, s'attachent toutes deux à procéder du vrai au vrai, il n'en reste pas moins que la seconde se veut considérablement plus épurée. Dans une proposition quelconque, elle ne retient pour sa part que sa valeur de vérité, à l'exclusion de tout autre élément. Que celle-ci parle du temps qu'il fait, des nombres, des chromosomes ou de n'importe quoi d'autre, elle ne fait, pour elle, que désigner le vrai ou le faux, sans plus. Et on voit bien, sans qu'il soit besoin d'insister, à quels paradoxes peut aboutir, aux yeux du sens commun, cette faculté de substituer indifféremment le vrai au vrai et le faux au faux.

Il est bien évident qu'on n'a pas attendu cet essai pour prendre conscience de ces divergences. H. McColl [2] déjà, le premier logicien moderne à avoir probablement considéré le calcul des propositions pour lui-même, s'était montré extrêmement sensible à l'écart qui existait entre l'algèbre de Boole et la pensée naturelle. C'est aussi là l'origine de l'implication stricte de Lewis [3] et de nombreuses autres recherches, dont les plus satisfaisantes sont, me semble-t-il, celles de W. Ackermann [4] et de A. R. Anderson et N. D. Belnap [5].

Tous ces systèmes, d'ailleurs remarquables à bien des égards, ont cependant le même point faible : il est toujours possible d'y engendrer des lois paradoxales, c'est-à-dire d'y fabriquer des exemples que refuse le bon sens. Cela ne tient certes pas à la maladresse des auteurs

[1] Si p et q désignent des propositions, on appelle *relation d'implication matérielle* l'ensemble de tous les couples ordonnés (p, q) tels que p est fausse ou q est vraie.

[2] Voir, par exemple, ses articles dans *Mind* entre les années 1880 et 1910.

[3] L'implication stricte de Lewis peut se rendre par « p implique nécessairement q ».

[4] W. Ackermann : Begründung einer strengen Implikation. *Journal of Symbolic Logic*, 1956, *21*, 113-128.

[5] A. R. Anderson and L. D. Belnap : The pure calculus of entailment. *Journal of Symbolic Logic*, 1962, *27*, 19-52.

— ils sont extrêmement ingénieux — mais au projet lui-même. Le but est toujours de construire un système formel, un mécanisme donc, si subtilement élaboré qu'on puisse le laisser à lui-même dans toutes les circonstances imaginables, dans tous les mondes possibles. On dira, bien entendu, que cela pourrait servir de définition pour la logique et que ce projet a ses lettres de noblesse. Dans la mesure alors où la pensée spontanée ne disposerait jamais de procédés automatiquement applicables à tous les cas, où les règles dont elle userait seraient de nature telle qu'elles exigeraient un sujet conscient pour en décider l'application, on aurait simplement montré qu'il est vain de chercher à formaliser la pensée naturelle.

On peut néanmoins se demander s'il n'existe véritablement que deux solutions à la question. Ou bien ignorer totalement que la logique est utilisée par des sujets qui pensent, ou bien accorder à ces sujets pensants un pouvoir illimité qui rende impossible toute recherche de régularité. Il semble que la vérité doive se situer entre ces deux attitudes qui pourraient bien n'être alors que des cas-limites. On est ainsi conduit à distinguer deux problèmes : celui de l'utilisation d'une logique et celui de sa pertinence à un domaine d'application.

J'avoue ne voir, pour le moment, aucune solution entièrement satisfaisante au premier problème. Il apparaît en effet qu'il serait contradictoire avec la définition même des systèmes formels d'y réserver une place au libre arbitre d'un sujet, d'un utilisateur quelconque qui apporterait avec lui toute une part d'imprévisible et d'arbitraire. Toutefois, l'observation montre heureusement que, à l'intérieur d'un domaine bien déterminé, un accord satisfaisant peut s'établir entre les procédures spontanées et celles du logicien. Ainsi, quelqu'un qui conduit un raisonnement sur les nombres, répugnera sans doute à substituer la proposition vraie « les éléphants sont des mammifères » à la proposition vraie « $2n + 1$ est impair », tandis qu'il acceptera probablement d'y substituer la proposition « $2n$ est pair ». L'exemple fait figure de caricature. Il doit néanmoins servir à indiquer qu'il semble raisonnable de chercher des systèmes formels *applicables à des domaines limités*. Déterminer les frontières exactes de ces domaines, expliquer comment ils s'enchaînent les uns aux autres (d'une certaine façon la pensée reste toujours une), montrer sous la pression de quelles circonstances ils s'élargissent ou se rétrécissent — tout cela est prématuré et exige d'ailleurs, pour ne pas rester purement gratuit, la connaissance de tout un corps de lois psychologiques qui n'est encore qu'ébauché [1].

[1] François Bresson et ses collaborateurs à Paris songent à expérimenter systématiquement sur cette notion de domaine.

Se donner, préalablement au déroulement des opérations de déduction, un domaine d'application, n'est qu'une façon détournée d'introduire des « contenus » à côté des valeurs de vérité. Elle est détournée, puisqu'elle n'appartient pas au système formel lui-même, mais à la métalangue qui le règle. Cela n'empêche pas qu'il soit possible d'en traiter rigoureusement et c'est, en somme, dans cette direction que Bolzano [1] avait dirigé ses recherches. Sa notion de dérivation *(Ableitbarkeit)*, par exemple, fait voir clairement de quoi il s'agit. Toute proposition, pour lui, contient un certain nombre de représentations *(Vorstellungen)*, que j'appellerai simplement des « notions ». Dès lors, la proposition B est dérivable de la proposition A, s'il existe un ensemble non vide de notions $i, j, \ldots$, telles que :

1. Toute substitution $i', j', \ldots$ à $i, j, \ldots$ qui rend vraie la prémisse A rend aussi vraie la conclusion B.

2. Il existe au moins un ensemble de notions qui rendent vraies à la fois A et B.

Il s'ensuit que le concept de dérivation est fonction du choix des notions et qu'il se peut que B soit dérivable de A dans un contexte et pas dans un autre. Cela suppose donc une élaboration préalable du contexte (ou du domaine), mais l'analyse psychologique a suffisamment montré déjà le rôle capital des classifications et des mises en relation jusque chez le jeune enfant, pour qu'on ne puisse voir là un obstacle.

Reste le second problème, celui de savoir si une logique donnée s'applique également bien à n'importe quel domaine. Ici il faut distinguer les systèmes qui ne contiennent que certaines des lois de la logique classique et les systèmes plus larges, qui comportent encore d'autres opérations. L'effet restrictif des premiers peut, probablement, toujours s'obtenir par des limitations appropriées des domaines d'application. Il est clair, en revanche, que la logique naturelle comporte nombre d'opérations que la logique classique ignore, ne seraient-ce que les modalités. Les travaux effectués jusqu'ici — et je pense particulièrement à ceux qui visent à fournir une logique adaptée aux exigences de la physique théorique [2] — laissent toute-

[1] B. Bolzano : *Wissenschaftslehre* I/II. Réédité par A. Höfler, Leipzig, 1914-1915.

[2] Par exemple : K. von Weizäcker : Komplementarität und Logik. *Zum Weltbild der Physik*, Stuttgart, Hirzel Verlag, 9e éd., 1962, 281-331. J. M. Jauch and C. Piron : Can Hidden Variables be Excluded in Quantum Mechanics ? *Actes de la Société suisse de Physique*, 1963, 827-837. S. Kochen and E. P. Specker : The Calculus of Partial Propositional Function. *Lecture at the 1964 Int. Cong. for Logic, Methodology and Philosophy of Science*, Jerusalem. Mimeogr., 19 p.

fois entendre qu'il est commode d'utiliser parallèlement les deux types de systèmes.

2. L'ÉLABORATION DES DOMAINES

Il est bien évident que, mis à part le logicien professionnel dans l'exercice de ses fonctions, personne ne raisonne « à vide ». Cela signifie que toute déduction se fait à propos de certains faits donnés ou, si l'on préfère, sur eux. Et ici il faut préciser. Rien n'empêche de parler des « données immédiates de la conscience » ou des sens. Il est utile, et peut-être vrai, de placer un quelque chose au départ, mais ce quelque chose ne saurait servir de base à un raisonnement, aussi longtemps qu'il ne se présente pas sous forme de faits. Or, il est bien clair que les faits ne se trouvent inscrits en tant que tels ni dans le monde qui nous entoure, ni dans notre monde intérieur. Ce serait donc simplifier abusivement le problème que d'admettre sans plus l'existence de faits qu'il suffirait d'enregistrer. Ceux-ci résultent en réalité de tout un ensemble d'opérations mentales et il n'est pas même de perception, fût-ce celle d'une couleur ou d'une texture, qui ne les exige. Et si même on admettait un instant qu'il existe quelque part des faits tout donnés — nous semblons en apprendre de bouche à oreille, nous paraissons en lire dans les livres — ils ne suffiraient pas encore à supporter des déductions logiques. La pensée, en effet, ne saurait que faire d'une collection réellement atomique de *data*, sans aucun lien les uns avec les autres. C'est dire que, avant d'examiner quel genre de logique pourrait convenir à la déduction naturelle, il faut préalablement examiner comment la pensée élabore ses domaines.

Ceux-ci, comme je l'ai signalé dans l'*Introduction*, sont très variables. Il n'existe pas une théorie du quotidien, comme il existe des théories de la physique, de la chimie et même de la biologie. Cela signifie qu'on ne peut chercher qu'à dégager certains procédés très généraux et qu'il faudra laisser aux applications le soin de les adapter à chaque cas particulier, large ou étroit.

Partons de la notion de *système*. Elle paraît suffisamment indéterminée pour recouvrir l'ensemble des situations possibles, cependant qu'elle implique les idées fondamentales d'organisation, de liaison et de complexité. Je pose donc l'hypothèse que, dans toute occasion où un sujet aura à raisonner, il se trouvera en présence d'un système. Il s'agit alors de l'analyser de façon à en tirer un ensemble organisé de faits. Le degré de l'analyse sera d'ailleurs très variable d'un sujet à l'autre et d'un cas à l'autre. Le poète n'analyse pas — au sens où je l'entends — un coucher de soleil de la même façon que l'astronome et il est bien inutile que le chef de cuisine

cherche à savoir si les cristaux de chlorure de sodium sont cubiques ou non.

Ceci dit, tout se passe comme si, dans chaque contexte, le sujet choisissait un certain nombre de caractères qui lui paraissent importants (couleur, forme, longueur, etc.) et leur attribuait ensuite des valeurs qualitatives en fonction du système qu'il étudie [1]. Pour exprimer la chose de façon plus précise, je dirai que le système S est appréhendé par l'intermédiaire de *descripteurs* Δ_i $(i = 1, \ldots, n)$, dont chacun est susceptible de recevoir des valeurs a_{ij} $(j = 1, \ldots, m_i)$. Il faut d'ailleurs noter que, en pratique, n et m_i sont de petits nombres. La stratégie habituelle consiste même à les choisir aussi petits que possible et à ne les augmenter que sous la pression des circonstances.

Avant de poursuivre l'analyse, je voudrais faire trois remarques :

1. Cette « théorie » des descripteurs repose elle-même sur un ensemble fort complexe d'opérations intellectuelles. En arriver, par exemple, à concevoir que « rouge » et « vert » peuvent être valeur d'un même descripteur « couleur » résulte de toute évidence d'un long travail préalable.

2. Certains descripteurs semblent s'exclure les uns les autres, comme si l'attention, une fois fixée sur l'un d'eux, était incapable de se décentrer pour en envisager un autre [2].

3. D'autres descripteurs paraissent soutenir entre eux des relations plus subtiles et assez difficiles à décrire. Je les nommerais volontiers des relations de proximité, relations qui font que l'esprit glisse plus ou moins facilement des uns aux autres [2]. Il faut enfin noter que, ici comme dans le cas de l'incompatibilité, un des progrès essentiels de l'intelligence consiste à rompre ces liens et à se mettre en état de construire des descripteurs indépendants les uns des autres.

Ces remarques faites, j'appellerai *état* d'un système S, l'attribution d'une valeur déterminée a_{ij} à chacun des éléments du n-uple $(\Delta_1, \ldots, \Delta_n)$. Les systèmes réels auxquels nous avons affaire sont situés dans le temps et la plupart d'entre eux varient de façon observable. On sera donc conduit à considérer l'ensemble de tous les états possibles du système [3].

[1] Je ne traite pas ici du cas particulier où les valeurs attribuées sont le résultat de mesures numériques.

[2] Pour ne pas abuser de l'hospitalité de la Revue, je renonce à donner ici des exemples, tirés pour la plupart de l'observation des enfants.

[3] C'est pour cette raison qu'il est pratiquement important que n et m_i soient petits. Dans le cas contraire il faut tout un instrument mathématique, parfois compliqué, ainsi qu'on peut le voir dans les diverses sciences.

On peut éventuellement imaginer que tout ce qui précède peut se faire sans le concours du discours, mais celui-ci finit toujours par intervenir. Si alors, a_{ij} est une valeur observée du descripteur Δ_i, je désignerai par α_{ij} l'*énoncé* : « S a la propriété a_{ij} » ou simplement « α_{ij} est le cas ».

De plus, la réflexion ne se borne pas à énoncer ce qui est le cas, et c'est même un des traits caractéristiques de l'intelligence que cette faculté de se distancer de la situation concrète pour s'interroger sur la présence ou l'absence de certaines propriétés. Il s'ensuit qu'on aura à considérer deux types d'énoncés :

1. Les énoncés positifs, que je noterai pour simplifier $p, q, \ldots$: α_{ij} est le cas, et

2. Les énoncés négatifs, que je noterai $-p, -q, \ldots$: α_{ij} n'est pas le cas [1].

Je dirai enfin que le sous-ensemble des états d'un système où un énoncé p est le cas, constitue le *champ* de cet énoncé : $Ch\ (p)$.

Cette notion de champ est sans doute assez artificielle. Elle a néanmoins trois raisons d'être. Elle permet tout d'abord de rendre compte de l'usage spontané des énoncés. Dans les conditions normales, si nous sommes disposés à dire du ciel, par exemple, qu'il est bleu, noir ou gris, nous n'en dirons jamais qu'il est triangulaire. Le champ de l'énoncé « le ciel est bleu » ne s'étend pas à « triangulaire ». Elle est, d'autre part, une façon d'exprimer la variation des « notions » de Bolzano et, comme je l'ai dit plus haut, il semble que cet auteur ait dégagé là une idée du plus haut intérêt. Elle constitue enfin l'instrument de passage à ce qui n'est peut-être pas véritablement un nouveau palier épistémologique, mais en constitue pour le moins une préparation nécessaire.

Je veux parler du passage des opérations aux relations. Il est fondamental et, ce qui est gênant, assez mal distingué par le langage. Lorsqu'il s'agit de classes, par exemple, on voit sans peine la différence entre « la réunion de B au complément de A », qui est une classe et « l'inclusion de A dans B », qui est une relation et il est facile de marquer le passage de l'une à l'autre. Mais la chose se voit beaucoup moins bien dans le domaine des propositions où la même distinction doit cependant se faire. Pour prévenir toute confusion, j'appellerai *proposition* l'expression d'une relation entre les champs de deux énoncés quelconques. Il existera donc autant de propositions de nature différente que de types de relations entre

[1] On pourrait encore, et au même niveau, introduire des faits complexes, c'est-à-dire des énoncés composés par diverses conjonctions. J'y renonce, pour ne pas allonger, ce qui n'enlève rien à la marche générale de cet essai.

champs. De plus, il faut souligner qu'on s'est élevé de un degré dans l'abstraction. Des énoncés totalement étrangers entre eux peuvent fort bien avoir des champs (sans éléments communs) mais qui soutiennent entre eux la même relation, qui donnent donc lieu à des propositions identiques.

Il est intéressant de constater que toute la déduction logique — elle se fera sur les propositions — est possible à partir d'un très petit nombre de propositions de types différents. Je ne considérerai ici que celles qui expriment l'inclusion d'un champ dans un autre et, si p et q désignent deux énoncés, je poserai :

$$\text{Si } p, \text{ alors } q = \text{df } p \rightarrow q = \text{df } Ch\,(p) \subset Ch(q)$$ [1]

Il se peut fort bien que le champ de p se confonde avec l'ensemble de tous les états possibles. Dans ce cas je noterai simplement : $\rightarrow q$. En revanche s'il peut arriver que $Ch(p) = Ch(q)$ si donc on peut avoir $p \longleftrightarrow q$, il ne faudrait pas en conclure que p et q désignent pour autant nécessairement le même énoncé. C'est là la thèse que pose la logique classique, thèse qui lui permet d'identifier le vrai avec le vrai et le faux avec le faux. Or, jusqu'ici, je n'ai pas fait usage des valeurs de vérité, me contentant de « être ou ne pas être le cas ». Le vrai et le faux appartiennent, en effet, au palier plus abstrait des propositions que je vais maintenant examiner.

3. L'appareil déductif

Dans la mesure où raisonner c'est partir de certaines propositions et les transformer, nous devrons disposer d'un certain nombre d'*opérateurs*. J'en considérerai deux qui sont d'ailleurs suffisants : le *conditionnel* $\supset$ et le *négateur* $\sim$. Tout le problème consiste à savoir comment en régler l'usage.

La logique offre aujourd'hui un choix relativement grand de possibilités, plus ou moins bien adaptées à tel souci qu'on a en vue. Il est certain — l'observation le montre — que la solution classique est beaucoup trop large pour l'usage laïc. Il faut donc se tourner du côté des solutions plus restrictives. Une première condition est d'éviter que, à partir d'une prémisse donnée, on puisse aller n'importe où. Il faudra donc envisager des logiques constructives, comme par exemple, la logique minimale [2]. On se heurte cependant ici à une difficulté. La logique minimale ne comporte pas le principe du

[1] Comme plus haut, il me paraît inutile dans ce contexte de distinguer les variables et les métavariables et je n'use que de minuscules.

[2] Logique créée en 1936 par I. Johansson pour rendre compte de la notion de réfutabilité.

tiers-exclu et il semble bien que la pensée naturelle ne puisse s'en passer.

En réalité, les choses sont assez complexes. Dans une étude conduite avec B. Matalon, nous avons pu constater [1] qu'en présence d'une inférence à faire, l'esprit oscillait entre deux sortes d'attitudes. Ou bien, et malgré les suggestions du contexte, il partage sans plus les propositions en vraies et en fausses, ou bien il est disposé à user d'une méthode probabiliste. Mais il s'agit là de deux modes d'appréhension fort différents et il semble bien en particulier que, contrairement à l'hypothèse de certains logiciens, une proposition de probabilité égale à un ne se confonde pas pour autant avec une proposition vraie. C'est tout le problème de rapport entre une pensée modale et une pensée non modale qui est en jeu, problème sur lequel je reviendrai plus loin.

Pour l'instant, l'usage du tiers-exclu est si souvent attesté qu'il paraît impossible d'y renoncer et que, suivant Curry [2], je l'introduirai au sein de la logique minimale. Il ne s'agit d'ailleurs encore que de la base déductive qui devra être convenablement reliée à l'élaboration des domaines.

Le système que je propose a alors la forme suivante :

Il contient les deux constantes primitives '$\supset$' et '$\sim$' et des variables syntaxiques P, Q, M, ... et F. Ses règles peuvent se diviser en quatre groupes.

1. Les règles générales habituelles dans une présentation de la déduction dite naturelle.
2. Les règles d'introduction et d'élimination de '$\supset$'.
3. Trois règles pour '$\sim$'. La première est une forme de raisonnement par l'absurde, la seconde est une forme atténuée du *ex falso quodlibet sequitur* et la troisième conduit au tiers-exclu.
4. Trois règles que je vais énoncer et qui assurent la liaison avec les domaines élaborés comme je l'ai dit :
   - 4.1 P, Q, M, ... ne prennent pour valeur que des énoncés au sens qui a été précisé.
   - 4.2 F ne prend pour valeur que des énoncés négatifs.
   - 4.3 Si $P \rightarrow Q$, il est permis au cours d'une déduction, de remplacer P par Q (et donc, si $\rightarrow Q$, d'introduire sans autre Q).

Quelques commentaires éclaireront ce qui précède. Une déduction peut donc se faire à partir de n'importe quel énoncé relatif au

[1] J.-B. Grize et B. Matalon : Introduction à une étude expérimentale et formelle du raisonnement naturel. *Etudes d'épistémologie génétique*. Paris, PUF, 1962, *XVI* pp. 56-65.

[2] Il s'agit, simple coïncidence d'expression (!) du système *D*, imaginé par H. B. Curry en 1950.

domaine considéré. Mais il ne s'agit plus maintenant de « lire » des propositions dans le système qu'on étudie, il faut raisonner sur elles. En particulier, s'il est possible de passer de l'hypothèse P à la conclusion Q, on aura comme de coutume $\vdash P \supset Q$, soit « P implique Q ». Il convient toutefois de faire ici une distinction importante.

Soit un sujet qui étudie une situation concrète, disons un système physique. Il l'appréhende à l'aide d'un certain nombre de descripteurs, attribue des valeurs à ceux-ci en fonction de ses observations et établit l'ensemble des états de son système. Il dispose alors d'une collection d'énoncés dont il peut déterminer les champs. Les relations qu'il découvre entre ces champs lui fournissent ensuite tout un jeu de propositions. Il raisonne enfin sur ces dernières et obtient un certain nombre de lois propres à son système. Jusqu'ici cependant, il ne peut décider si ces lois expriment des propriétés contingentes qui relèvent du système étudié ou si, au contraire, elles découlent de la façon dont il procède, c'est-à-dire si ces lois appartiennent à tout système et reflètent donc l'organisation même de sa pensée. On est ainsi conduit à distinguer et à définir deux types de lois et je dirai que $\vdash P \supset Q$ est une *loi logique* si elle a pu être établie sans le concours de la règle 4.3, une *loi physique* dans le cas contraire. Une loi logique relève donc bien du seul appareil déductif, tandis qu'une loi physique dépend des circonstances concrètes étudiées. Il est clair que les premières sont, ainsi que Wittgenstein l'avait noté, de nature tautologique et que seules les secondes apportent de l'information sur le réel. Notons enfin qu'il peut arriver, selon le système étudié, qu'une loi logique ne soit pas vérifiée, en ce sens que le champ de l'antécédent P serait vide. Je ne pense pas que cette circonstance constitue une difficulté, bien au contraire. J'ai insisté sur le fait que la pensée quotidienne ne considérait jamais que des fragments — et fort petits — de la réalité. Il est donc normal que certaines lois logiques débordent le cas particulier qui est en question, et utile que les instruments formels le marquent expressément.

Le dernier point à considérer, le plus original mais sans doute aussi le plus contestable, est celui de la négation. Ce qui précède conduit en effet à disposer de deux types différents de négation : un « non » prononcé par les faits et un « non » qui découle du raisonnement. J'ai déjà dit qu'on pouvait interpréter $-p$ par « p n'est pas le cas ». Quant à $\sim p$, l'analyse des règles 3 montre qu'on peut l'exprimer sous la forme « p est réfutable ».

Dans l'idée de Johansson, en effet, la négation d'une proposition pouvait se définir par l'expression $\sim P = \mathrm{df}\ P \supset F$, où F désignait une contre-vérité et, plus exactement, la disjonction de toutes les contre-vérités du système. Ceci semble fondamental, en ce sens qu'il est assez choquant qu'un énoncé réfutable permette d'inférer n'im-

porte quel énoncé, donc aussi un énoncé qui est le cas. En revanche, il est beaucoup moins gênant qu'un énoncé réfutable puisse conduire seulement à un autre énoncé qui n'est pas le cas. Il y a là une sorte de cohérence qui semble bien propre à satisfaire un certain sentiment familier de ce que doit être la déduction logique.

Tout ceci reste évidemment assez vaguement formulé et la seule façon tout à fait satisfaisante de juger de la portée de ces deux négations serait d'établir une liste de théorèmes qui contiennent les signes ' — ' et ' ~ '. Pour éviter cependant de transformer cet essai en un exercice de calcul, je me contenterai d'examiner l'interprétation de quelques-uns seulement des théorèmes principaux.

1. On peut tout d'abord montrer que si « p est le cas », « p n'est pas le cas » est réfutable. Vérité certes banale, mais qui assure au moins que les deux négations sont compatibles l'une avec l'autre.

2. On a aussi que si « p n'est pas le cas » alors « p est réfutable », sans que la converse soit vraie. C'est-là une façon d'exprimer, d'une part que l'appareil déductif se moule suffisamment sur le système considéré et de l'autre qu'il est éventuellement possible de réfuter par le raisonnement des énoncés sur l'absence desquels le système limité qu'on étudie reste muet.

3. Si « il n'est pas le cas que p est réfutable » alors « il est réfutable que p n'est pas le cas ». Cette propriété est intéressante de façon mineure en ce que son énoncé fait voir les avantages du formalisme [1] et de façon majeure pour la raison qu'elle nous fait sortir du cadre qui précède. Elle pose, en effet, dans l'antécédent qu'il y a un sens à constater la non-présence d'un énoncé réfutable, en d'autres termes, qu'il y a un moment où ce qui est « constaté » se situe sur le même plan que ce qui est « déduit ». Si ceci peut choquer ce ne saurait être que quelqu'un qui penserait que la réalité intellectuelle et psychologique se laisse découper tout justement selon les modes du logicien. En fait, l'élaboration des domaines et celle de l'appareil déductif, que j'ai distinguées soigneusement par méthode et présentées l'une après l'autre, se trouvent intimement liées dans la *praxis*. La constitution des domaines procède de la déduction, dans la mesure même où la déduction repose sur l'élaboration des domaines. Cela explique partiellement pourquoi la langue vulgaire distingue si mal les opérations et les relations entre propositions (ce serait un frein que de le faire trop bien) et comment il se fait que les domaines de pensée restent essentiellement mobiles. Le

[1] Son énoncé, quasi illisible en français, devient simplement :

$$\vdash - \sim p \supset \sim - p.$$

raisonnement conduit à revenir sur la façon de saisir le système et inversement.

On pourrait dire aussi que le théorème en question exprime, dans la langue un peu crue que parlent les théorèmes, qu'il n'y a pas d'un côté des faits concrets et de l'autre des faits abstraits, mais qu'il n'y a que des faits plus ou moins élaborés.

Pour terminer, je voudrais revenir sur la question des modalités. Il est clair que ce qui précède ne constitue pas, à proprement parler, une logique modale. J'ai rappelé d'autre part comment la pensée, selon les circonstances, se plaisait à passer du vrai et du faux au possible et au nécessaire. Or, il se trouve que le formalisme précédent admet une interprétation modale et que même, en un certain sens, elle l'appelle [1].

Convenons de poser $\sim - p =$ df Mp et de lire ' Mp ' : « p est possible » [2]. Il est alors loisible de déduire toute une série de théorèmes nouveaux, parmi lesquels je signalerai les suivants :

4. Si « p est le cas » alors « p est possible », ce à quoi on devait s'attendre d'une saine notion de possibilité.

5. La double négation ($\sim\sim$) qui, comme on le sait, est une des pierres de touche de la logique intuitionniste, n'implique pas ici l'existence, mais la seule possibilité, ce qui est une façon de dire qu'il ne suffit pas de raisonner pour créer !

Si enfin, comme de coutume, on pose $\sim M \sim p =$ df Np et qu'on lise ' Np ' : « nécessairement p », on arrive à :

6. Si « nécessairement p » alors « p est possible », vérité de nouveau banale, mais qui ne s'accompagne pas ici du théorème habituel : Si « nécessairement p » alors « p est le cas ». On rejoint ce que je remarquais déjà en (5). La nécessité logique même ne suffit pas à assurer l'existence. Ainsi s'explique en partie le refus souvent constaté dans l'expérience de passer sans plus de la certitude (probabilité égale à un) à la vérité. Il s'agit bien de deux attitudes de pensée hétérogènes l'une à l'autre.

Enfin ce que l'absence d'implication entre Np et p peut avoir de choquant s'atténue, si on se rappelle que tout l'essai qui précède se limite volontairement à des situations locales, de celles que traite en fait la logique spontanée.

[1] Il contient, en effet, des théorèmes dépourvus de tout intérêt lorsqu'on les écrit avec ' — ' et ' $\sim$ ' seulement et qui sont remarquablement instructifs si on y introduit les modalités.

[2] Il serait logiquement plus correct, et linguistiquement moins agréable, de lire « possiblement p ».

4. Pour continuer

Il est superflu d'insister sur ce que l'exposé qui précède a d'incomplet, mais utile de noter qu'il pourrait *a priori* être complété de nombreuses façons. De trop nombreuses façons même. On pourrait introduire, par exemple, des structurations diverses dans les domaines sous-jacents selon leur nature, ou amender encore les règles de déduction dans le sens de Anderson et Belnap, ou renoncer aux modalités au profit d'indéterminés [1]. Toutefois, le logicien dispose de trop grandes libertés pour pouvoir choisir et il lui faudra le concours de l'expérience pour lui premettre de décider laquelle des solutions imaginables décrira le plus fidèlement tel genre de comportements spontanés.

Or, pour que l'expérience soit valable, elle doit être conduite selon les normes en vigueur en psychologie. J'ai tenté de montrer dans cette même Revue que, à condition de ne jamais confondre les plans, l'appel à la psychologie n'offrait aucun danger. Et il est même certain que, si on admet que la logique peut légitimement se proposer d'autres tâches que celle de fonder la mathématique, si comme le voulait Boole, elle peut chercher à exprimer « les lois de la pensée » [2], elle ne pourra le faire que parallèlement à la psychologie de l'intelligence.

Neuchâtel. Jean-Blaise Grize.

[1] Cela reviendrait à laisser des cases vides dans les habituelles matrices de vérité.

[2] *The Laws of Thought*, titre d'un des principaux ouvrages que G. Boole a consacrés à la logique, paru en 1854.