Zeitschrift: Revue de Théologie et de Philosophie

Herausgeber: Revue de Théologie et de Philosophie

Band: 52 (2002)

Heft: 1

Artikel: Société romande de philosophie : séance du 19 mai 2001 : l'identité est-elle relative? : Remarques sur une illusion logique

Autor: Joray, Pierre

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-381638

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

REVUE DE THÉOLOGIE ET DE PHILOSOPHIE, 134 (2002), P. 1-14

Société romande de philosophie

Séance du 19 mai 2001

L'IDENTITÉ EST-ELLE RELATIVE ?

Remarques sur une illusion logique

PIERRE JORAY

Résumé

En logique formelle, on peut distinguer diverses interprétations des énoncés d'identité. Selon celle qui fut défendue par Frege et Russell, l'identité exprime une relation objectuelle au caractère unique et absolu. Face aux aménagements nécessités par une telle conception et afin d'en contourner les conséquences paradoxales, nous soutenons dans ces pages qu'il est préférable d'adopter en logique une interprétation multiple et relative faisant de l'identité une relation qui porte sur les signes.

Préambule

Issue des problématiques de l'*identification* et de l'*individuation*, la thèse dite de la relativité de l'identité a été principalement conçue comme une réponse à l'étude philosophique des énoncés d'identité de l'usage ordinaire. S'il semble à première vue recevable, dans les idéographies logico-mathématiques, de demander si le prédicat d'identité est satisfait *simpliciter* par deux objets x et y, l'étude de l'usage ordinaire a au contraire amené certains philo-sophes – au premier rang desquels P. T. Geach – à considérer que la question «x est-il identique à y ?» ne peut recevoir de réponse précise que lorsque la relation d'identité se trouve relativisée à un certain concept ou prédicat dit «sortal». Geach affirme en effet dans *Logic Matters* :

> Je soutiens la thèse d'une identité relative. Lorsque quelqu'un dit «x est identique à y», il s'agit selon moi d'une expression incomplète ; c'est une abréviation pour «x est le même A que y», où «A» est un nom pour des choses dénombrables (*count noun*), compris à partir du contexte énonciatif – ou alors, il s'agit simplement de l'expression vague d'une pensée à demi formée [1].

[1] P. T. GEACH, 1972, p. 238 (nous traduisons).

Face à cette position aujourd'hui partagée dans le domaine de la philosophie du langage, l'identité formelle des logiciens a largement continué à être conçue comme le type même d'une relation d'identité à caractère absolu ; une relation qui est, selon les mots de G. Frege, «donnée d'une manière si déterminée qu'on ne voit pas comment elle pourrait se présenter sous différents modes» [2].

Dans ces pages, consacrées à la théorie formelle de l'identité, il s'agit pour nous de montrer que cette conception d'une relation absolue est le résultat d'une illusion de l'idéographie classique et que la question de la relativité se pose tout aussi bien en ce qui concerne la relation d'identité telle qu'elle est utilisée dans les formalismes du logicien. Après avoir explicité en quoi l'identité de la logique des prédicats du premier ordre constitue une notion problématique, nous montrerons qu'il est possible de disposer d'une relation d'identité plus cohérente et dont la conception relative échappe à tout caractère paradoxal. Ajoutons encore que la solution formelle que nous proposons nécessite une refonte partielle de l'idéographie logique, dont pour terminer nous exposerons l'esprit.

Logique du premier ordre avec identité

D'un point de vue général, relevons tout d'abord que la logique classique du premier ordre [3] augmentée du prédicat binaire d'identité «=» constitue, à strictement parler, une logique *appliquée*. Par cette extension, la logique des prédicats se trouve en effet modifiée de deux manières. D'une part, l'identité étant introduite comme une notion primitive, ne pouvant être définie, le langage formel se trouve élargi à l'usage d'un nouveau symbole. Celui-ci constitue la première véritable constante de prédicat, dans un langage qui ne contenait jusqu'ici que des symboles de prédicats quelconques. D'autre part, et s'agissant d'un symbole primitif, sa caractérisation syntaxique ne peut se concevoir que par le biais d'axiomes (éventuellement de règles) propres. La base axiomatique se trouve ainsi modifiée par l'inscription d'axiomes supplémentaires, spécifiques de l'identité, et qui viennent s'ajouter aux axiomes logiques usuels.

C'est bien ainsi ce qu'il convient d'appeler une *théorie* formelle de l'identité que nous obtenons et c'est en toute rigueur que l'on peut déjà parler de logique *appliquée*. Cependant, des considérations sémantiques ont amené les logiciens à réduire considérablement, dans ce cas, la portée du qualificatif. En effet, en agissant d'une manière similaire mais dans le but d'introduire d'autres constantes primitives (des constantes numériques par exemple, comme $>$ ou $\leq$), le logicien se trouverait en présence de relations dont la pertinence se restreindrait effectivement à certains champs spécifiques d'application, quittant ainsi le propos d'une logique à caractère universel.

[2] G. Frege, 1903, p. 254 (nous traduisons).

[3] C'est-à-dire la logique des prédicats où seules les variables d'objets peuvent être quantifiées.

Avec l'identité, pourtant, rien de tel. Il s'agit bel et bien d'une relation dont le champ d'application s'étend de manière pertinente à tout domaine d'objets. La logique classique du premier ordre nous met ainsi en présence d'une relation au statut ambivalent. D'un point de vue sémantique, celle-ci semble bien devoir être rangée parmi les constantes logiques universelles. Mais il n'en demeure pas moins que sa caractérisation syntaxique ne peut être conçue que sur le mode qui convient, par ailleurs, aux constantes non logiques, confinées à des domaines particuliers d'application.

Aspects présémantiques

Avant d'en venir aux axiomes proprement dits, il est utile d'examiner ce que le logicien est en droit d'attendre de la relation d'identité. Tout d'abord, il est évidemment attendu qu'elle soit une *relation d'équivalence*, c'est-à-dire qu'elle soit réflexive, symétrique et transitive. Dire d'une relation binaire R qu'elle possède ces trois propriétés, c'est affirmer qu'elle satisfait les trois conditions formelles suivantes :

(1) $\text{Réfl}(R) \equiv (\forall x)((\exists y)(xRy \vee yRx) \supset xRx)$

(2) $\text{Sym}(R) \equiv (\forall x)(\forall y)(xRy \supset yRx)$

(3) $\text{Trans}(R) \equiv (\forall x)(\forall y)(\forall z)((xRy \wedge yRz) \supset xRz)$

Bien entendu, ces propriétés ne suffisent pas à elles seules à caractériser totalement l'identité, puisque toutes sortes de relations très différentes y satisfont également. Considérons par exemple «avoir un commun diviseur» pour les nombres naturels, «être semblable» pour les figures géométriques, «avoir un ancêtre commun» pour les organismes vivants, «être équipotent» pour les ensembles, etc. Remarquons qu'à chaque exemple se trouve associé un domaine spécifique d'application ou de pertinence – nombres naturels, figures géométriques, organismes vivants, ensembles. Cette restriction caractéristique à un domaine, on en trouve la trace formelle dans l'expression (1) de la réflexivité [4]. L'antécédent existentiel a précisément pour rôle d'assurer que x est bien issu du domaine de ce qui est pertinent pour la relation R. Et on exprime en effet qu'un certain x est pertinent pour une relation R par la condition formelle suivante :

(4) $\text{Pert}(x, R) \equiv (\exists y)(xRy \vee yRx)$

Une telle restriction est pourtant inutile en ce qui concerne l'identité puisque, comme nous l'avons dit, il n'y a pas lieu de préciser un quelconque

[4] La restriction est inutile en ce qui concerne (2) et (3), étant donné que ces expressions se présentent comme des conditionnelles dont l'antécédent assure d'emblée la pertinence requise.

champ de pertinence. Afin de spécifier formellement l'identité, il convient donc encore d'ajouter une propriété qui caractérise son applicabilité universelle. C'est ce qui s'exprime formellement par la condition suivante :

(5) $\mathrm{Uni}(R) \equiv (\forall x)(\exists y)(xRy \vee yRx)$

On voit alors aisément que, disposant des conditions (1) et (5), on obtient l'une des propriétés essentielles de l'identité, la réflexivité totale :

(6) $\mathrm{Réfl}^*(R) \equiv (\forall x)(xRx)$

Jusqu'ici, rien de ce qui a été pris en considération ne présente de difficulté particulière. Cependant, les conditions (2), (3) et (6) – symétrie, transitivité et réflexivité totale – ne suffisent pas encore à caractériser une relation formelle correspondant à ce que le logicien peut attendre de l'identité. En particulier, rien n'a encore été dit de ce qui est attendu du rôle opératoire de l'identité, rôle qui est étroitement associé, comme on le sait, à la substitution.

Recours à la logique du deuxième ordre

Afin d'aborder ce point, il convient désormais de faire un pas hors du cadre que nous nous étions fixé et d'examiner ce qu'il advient de l'identité dans la logique du deuxième ordre [5]. Contrairement à la logique des prédicats du premier ordre, il est possible dans une logique du deuxième ordre de *définir* la relation d'identité sur la base des constantes logiques usuelles [6]. Dans l'esprit de ce que l'on trouve, par exemple, dans les *Principia Mathematica* de Whitehead et Russell, on pourra définir la relation de la manière suivante :

(7) $x=y \;\; =\mathrm{df} \;\; (\forall \phi)(\phi x \equiv \phi y)$

où ϕ est une variable de propriété d'objet qui est ici universellement quantifiée. Aussi x et y sont-ils dits *identiques*, par définition, si et seulement s'ils ont en commun *toutes* leurs propriétés.

On voit aisément qu'une telle définition conduit aux théorèmes suivants :

(8) $\vdash (\forall x)(\forall y)(x=y \;.\!\equiv.\; (\forall \phi)(\phi x \equiv \phi y))$

(9) $\vdash (\forall x)(\forall y)(x=y \;.\!\supset.\; (\forall \phi)(\phi x \equiv \phi y))$

(10) $\vdash (\forall x)(\forall y)((\forall \phi)(\phi x \equiv \phi y) \;.\!\supset.\; x=y)$

L'expression (8) est bien entendu la conjonction de (9) et (10), ces dernières étant respectivement l'expression formelle des célèbres «lois» leibniziennes

[5] Une logique où la quantification s'étend également aux variables de prédicats.

[6] Cette possibilité d'inscrire la relation d'identité par voie de définition apparaît en effet comme une des caractéristiques essentielles de la logique du deuxième ordre et fera l'objet d'une étude ultérieure.

d'*indiscernabilité des identiques* et d'*identité des indiscernables*. Avec ces théorèmes, on admet généralement que la caractérisation de l'identité est cette fois-ci complète.

Or, si chacune des caractéristiques formelles que nous avons rencontrées semble à première vue relever d'une certaine évidence, la réflexivité d'une part, ainsi que les «lois» leibniziennes (9) et (10) de l'autre, ont pourtant donné lieu à d'importantes réticences de la part des logiciens et philosophes. Nous ne reviendrons pas sur la réflexivité. Nous avons vu que celle-ci doit être renforcée en réflexivité totale, par l'ajout de la condition (5) d'universalité. Notons seulement que cela est parfaitement exprimable dans le cadre de la logique du premier ordre et que ce que nous avions inscrit sous la condition (6) donne en fait lieu au premier axiome propre de l'identité :

A1 : $\vdash (\forall x)(x=x)$

Les «lois de Leibniz»

Quant aux «lois» dites de Leibniz, il convient de distinguer soigneusement les expressions (9) et (10). En ce qui concerne (9) – l'indiscernabilité des identiques – il s'agit d'un principe dont la pertinence n'a été mise en doute qu'en dehors du cadre des logiques strictement extensionnelles qui nous occupent ici. En l'absence de tout contexte référentiellement opaque, il apparaît difficilement contestable qu'étant admise l'identité de x et y, tout ce qui est vrai de x le soit également de y. Leibniz en faisait par ailleurs lui-même un principe proprement logique de ses systèmes [7], et il est important de noter que ce que nous avons exprimé par la formule (9) en logique du deuxième ordre, l'est aussi parfaitement en logique du premier ordre. C'est ainsi qu'est obtenu le second et dernier axiome propre de l'identité dit «axiome de substitutivité des identiques» [8] :

A2 : $\vdash (\forall x)(\forall y)(x=y \wedge A(x) .\supset. A[x/y])$

L'expression (10) – l'identité des indiscernables – en revanche est sans conteste la plus problématique et la plus controversée. Tout d'abord, il convient de souligner, d'un point de vue formel, qu'elle n'est pas exprimable dans le langage de la logique du premier ordre. Une quantification explicite sur les propriétés est en effet requise. L'expression (10) exprime bien que si x et y partagent *toutes* leurs propriétés, alors ils sont identiques. On voit dès lors que, sans une caractérisation explicite de ce qui est entendu par «toutes leurs propriétés», on ne pourra pas poser rigoureusement le second des principes

[7] Cf. à ce sujet L. Couturat, 1901, p. 338.

[8] Cette expression est en fait un *schéma* d'axiome, où *A[x/y]* signifie que *y* est substitué à toutes ou partie des occurrences libres de *x* dans *A(x)*.

leibniziens. La contestation porte alors sur le caractère proprement logique du principe. Or, Leibniz semble avoir lui-même considéré la question comme douteuse. C'est ce que montrent, à notre sens, plusieurs de ses réflexions sur le sujet. Si Leibniz récuse fortement la possibilité pour deux êtres réels d'être distincts *solo numero*, il ne semble pas devoir exclure tout à fait l'idée d'une distinction entre entités indiscernables. Bien entendu, celle-ci, exclue du domaine de la réalité, ne peut avoir de pertinence que dans le domaine mathématique de l'imagination. Considérons le cas de points indéfiniment rapprochés, tels qu'on en trouve l'exemple dans le calcul différentiel. Bien qu'indiscernables, ils n'en demeurent pas moins distincts puisqu'entrant dans un rapport de différence. Ou plus simplement, en géométrie, considérons le cas d'une pluralité de sphères ou de cubes partageant l'ensemble de leurs propriétés et étant positionnés dans un espace parfaitement homogène.

Dans un opuscule traitant des conséquences du principe de raison suffisante, Leibniz écrit : «Il n'y a point *dans la nature* deux êtres *réels* absolus indiscernables : parce que s'il y en avait, Dieu et la nature agiraient sans raison, traitant l'un autrement que l'autre» [9]. Or pour Leibniz, et comme le souligne G.-G. Granger, «Dieu, pour *penser* l'univers abstrait des Mathématiques, qui concerne les mondes possibles, n'a nul choix à exercer» [10]. Leibniz poursuit d'ailleurs son opuscule en écrivant : «Cette supposition de deux indiscernables [...] *paraît possible en termes abstraits* ; mais elle n'est point compatible avec l'ordre des choses, ni avec la sagesse divine, où rien n'est admis sans raison» [11]. Certes, comme l'écrit B. Russell dans un commentaire de ces mêmes lignes : «Il est difficile d'apprécier avec certitude la portée de la réserve qu'impliquent les mots 'en termes abstraits'» [12]. Cependant, il ne s'agit pas du seul texte où Leibniz exprime ses doutes quant au caractère proprement logique de son principe. On trouve encore dans un des fragments publiés par L. Couturat les lignes suivantes, où l'exemple d'entités mathématiques abstraites est pris d'une manière plus explicite en considération : «Deux atomes ne peuvent être simultanément de figure identique et de même grandeur, comme deux cubes égaux en sont un exemple. De telles notions sont mathématiques, c'est-à-dire abstraites et non pas réelles, toutes choses qui sont diverses doivent se distinguer en quelque manière [...]» [13].

Il apparaît donc que Leibniz lui-même a au moins douté du caractère proprement logique d'un principe dont des situations, certes abstraites, certes issues du domaine imaginaire des mathématiques, lui fournissaient des contre-exemples. Il s'agissait pour lui, semble-t-il, plus d'un principe à caractère

[9] G. W. Leibniz, GP VII, p. 393-4 (nous soulignons).
[10] G.-G. Granger, 1981, p. 29.
[11] G. W. Leibniz, GP VII, p. 394 (nous soulignons).
[12] B. Russell, 1908, p. 61.
[13] «Non possunt duae esse atomi simul figura similes, et magnitudine aequales inter se, exempli causa duo cubi aequeles. Tales notiones mathematicae sunt, id est abstractae, non reales, quaecunque diversa sunt oportet aliquo distingui [...]». G. W. Leibniz, 1903, p. 8.

métaphysique que d'une loi proprement logique, ou disons d'un principe de réalité, compris comme une des conséquences du principe de raison suffisante.

En termes plus contemporains, il est également possible de produire des contre-exemples au principe (10) ci-dessus. De manière intuitive, un univers constitué en tout et pour tout d'une pluralité de cercles rigoureusement indiscernables convient parfaitement. Et sur le mode plus abstrait de la théorie des modèles, il suffit de prendre en considération l'exemple d'une interprétation du langage logique que nous qualifierions volontiers de dégénérée : il s'agit d'une interprétation dont les assignations prédicatives n'associeraient aux divers symboles de prédicats en tout et pour tout que l'une des deux significations extensionnelles suivantes : $\varnothing$ (l'ensemble vide) ou Ω (le domaine d'objets lui-même) [14]. Une telle assignation est parfaitement envisageable sur un domaine Ω constitué d'une pluralité d'objets. Elle constitue un exemple d'univers abstrait avec une multiplicité d'objets parfaitement indiscernables quant à leurs propriétés, puisque chaque prédicat est satisfait soit par l'ensemble des objets du domaine, soit par aucun d'entre eux. Cette interprétation suffit à montrer que le principe (10) n'est pas logiquement valide et que l'adopter conduit à perdre l'universalité pour entrer dans le cadre d'une logique appliquée – appliquée à une conception déjà particularisée du réel.

Vers une notion paradoxale

Cela étant, si l'on adopte la prétention universaliste de la logique des prédicats du premier ordre, il convient de renoncer au principe d'identité des indiscernables et d'en rester ainsi aux deux axiomes qui fondent classiquement la théorie formelle de l'identité :

A1 : $\vdash (\forall x)(x=x)$	«axiome de réflexivité totale»
A2 : $\vdash (\forall x)(\forall y)(x=y \wedge A(x) .\supset. A[x/y])$	«axiome de substitutivité des identiques»

Malheureusement, le caractère opératoire et à première vue raisonnable de cette théorie ne fait que cacher la nature peu acceptable, voire paradoxale, de la conception de l'identité qui la sous-tend. Tout d'abord, la théorie formelle ainsi obtenue est bien fondée et sémantiquement complète [15]. Elle échoue cependant à capter la notion ordinaire d'identité dans toute son ampleur. Ainsi, si toute thèse de la théorie se rapporte à une vérité concernant l'identité ordinaire, le contraire ne peut pas toujours être assuré.

En effet, lorsqu'en pratique nous établissons des identités, nous nous appuyons toujours sur la vérification de propriétés communes et faisons donc appel, même en un sens affaibli, au principe controversé d'identité des indiscernables. Or une vérification du partage de *toutes* les propriétés n'est pas rigou-

[14] Plus généralement, chaque prédicat de degré $n \geq 1$ est associé soit à $\varnothing$, soit à Ω^n.
[15] Cf. par exemple G. HUNTER, 1971, p. 199 sq.

reusement effectuable, sinon à tomber dans une pétition de principe. Justifier un énoncé du langage ordinaire de la forme «*a* est identique à *b*» en s'assurant que *a* et *b* partagent toutes leurs propriétés, c'est d'une manière ou d'une autre faire déjà fond sur l'identité en question.

Cette réflexion a conduit en philosophie à une conception relative de l'identité. Rappelons que selon Geach, en particulier, les énoncés ordinaires ne peuvent signifier des identités *simpliciter* ou absolues. Affirmer «ceci est identique à cela» ne serait évaluable que lorsque l'on précise «cet *homme* est identique à celui-là», «cette *chaise* est identique à celle-là» ou encore «ce *nombre* est identique à celui-là», énoncés où la présence des restrictions prédicatives ou «sortales» – homme, chaise, nombre – permettrait précisément de spécifier un ensemble précis de propriétés à vérifier pour établir l'identité [16].

Cela dit, il ne s'agit pas pour nous d'évaluer la pertinence de la thèse de Geach. Relevons seulement que celle-ci concerne l'usage ordinaire et que l'identité formelle a très largement continué à être conçue comme une relation absolue. Cette conception absolue conduit pourtant à des paradoxes sémantiques qui ont été discutés en particulier par Frege, Russell et Wittgenstein.

La problématique est bien connue et nous nous bornerons ici à en rappeler les lignes directrices. Considérant un énoncé comme «*a* = *b*», Frege, dans *Über Sinn und Bedeutung* [17], considère deux interprétations possibles : soit la relation porte sur les objets dénotés par «*a*» et «*b*», soit elle porte sur les signes que sont «*a*» et «*b*».

Une relation entre objets dénotés

Dans le premier cas, on est conduit à un dilemme : soit *b* n'est pas le même objet que *a* et la formule «*a* = *b*» ne peut être que fausse, soit *b* est bien le même que *a*, mais alors la formule «*a* = *b*» ne dit pas autre chose que la trivialité logique «*a* = *a*». Pourtant, remarque Frege, l'expression «*a* = *b*», lorsqu'elle est vraie, peut constituer – on le sait bien – une information plus forte que celle de l'évidence logique «*a* = *a*». Wittgenstein résume pour sa part le dilemme dans le style sentencieux des aphorismes du *Tractatus* : «Sommairement parlant, dire que *deux* choses sont identiques est dépourvu de sens, et dire d'*une* chose qu'elle est identique à elle-même, c'est ne rien dire du tout [18].»

[16] La spécification de tels ensembles est malheureusement problématique hors du champs des entités abstraites facilement cernables. Elle reste subordonnée à l'établissement de *critères d'identité* spécifiques. Un critère d'identité recevable pour les classes, par exemple, serait : *a* et *b* sont des *classes* identiques *si et seulement si* $Cl(a) \wedge Cl(b) \wedge (\forall x)(x\varepsilon a \equiv x\varepsilon b)$.

[17] G. Frege, 1971, p. 102-126.

[18] «Beiläufig gesprochen : von *zwei* Dingen zu sagen, sie seien identisch, ist ein Unsinn, und von *Einem* zu sagen, es sei identisch mit sich selbst, sagt gar nichts.» L. Wittgenstein, *Trac.*, 5.5303.

Attachés tous trois à la première conception de l'identité formelle comme portant sur les objets dénotés, chacun des auteurs mentionnés a apporté au dilemme une solution différente. La plus radicale de ces solutions est évidemment due à Wittgenstein. Elle consiste, après avoir exposé une procédure de traduction des énoncés des *Principia* s'appuyant sur de nouvelles conventions réglant l'usage des variables, à refuser tout signe d'identité dans le cadre de l'idéographie logique. «Le signe d'identité n'est donc pas un constituant essentiel de l'idéographie [19].»

Moins drastiques, les solutions de Frege et de Russell visent, quant à elles, par des moyens différents, à restituer aux énoncés formels d'identité leur caractère informatif. Frege, comme on le sait, s'appuie sur sa distinction entre *sens* et *dénotation* des expressions. Si «$a = b$» est vraie, alors du point de vue des dénotations, elle se ramène effectivement à «$a = a$». Mais, selon Frege, le sens des expressions importe autant pour la connaissance que la dénotation. Les signes «a» et «b» ont peut-être même dénotation, mais leurs sens peuvent différer. Ainsi les sens des expressions «$a = b$» et «$a = a$» s'en trouvent être eux aussi différents, ce qui explique que l'une puisse être plus informative que l'autre.

Enfin, la solution de Russell consiste à soutenir que «$a = b$» peut être vraie et néanmoins informative lorsque l'un, au moins, des deux signes «a» et «b» n'est pas un *nom propre logique*, mais une abréviation pour une *description définie :* «$a = b$» peut être vraie et informative lorsque, par exemple, «b» est un signe pour la description $(\iota x)\ \phi x$ (le tel-et-tel). L'expression se ramène alors, dans le langage formel, non pas à «$a = a$», mais à l'équivalence formelle «$(\forall x)(\phi x \mathrel{.\equiv.} x{=}a)$» : l'objet dénoté par «$a$» est l'unique objet satisfaisant la fonction ϕ (ou l'unique objet qui est tel et tel).

Ne voulant pas développer plus avant des problématiques déjà bien connues, nous soutiendrons ici que la seule solution capable de résoudre complètement le problème est celle de Wittgenstein. Malheureusement, elle revient à évincer radicalement la question de l'identité du champ de la logique formelle.

Quant à celles de Frege et de Russell, il convient à leur égard de souligner qu'aucune ne parvient à rendre compte adéquatement de l'option choisie par ces auteurs : celle d'une identité conçue comme une relation portant sur les *objets dénotés*. En effet, l'un comme l'autre justifient le caractère informatif des énoncés en question par le recours à des considérations qui portent explicitement sur les *signes* qui prennent place à gauche et à droite du symbole d'identité. Pour Frege, c'est le sens des signes utilisés qui doit être pris en compte ; c'est-à-dire le fait que deux signes d'une même dénotation constituent des *modes d'accès* différents à cette dénotation. Pour Russell, enfin, c'est une différence de nature entre les signes utilisés qui rend possible le caractère informatif des énoncés d'identité : noms propres logiques pour certains, descriptions définies pour les autres.

[19] «Das Gleichheitszeichen ist also kein wesentlicher Bestandteil der Begriffsschrift», L. WITTGENSTEIN, *Trac.*, 5.533.

Une relation entre signes

Devant ces difficultés, il convient à notre avis de prendre plus sérieusement en considération l'autre interprétation de l'identité relevée par Frege : celle d'une relation portant sur les signes. Bien que rejetée dans les textes plus tardifs, cette interprétation fut en fait la première adoptée par Frege. En 1879, il écrivait en effet dans la *Begriffsschrift* :

> L'identité de contenu se distingue de la conditionnalité et de la négation en ce qu'*elle se rapporte à des noms et non pas à des contenus*. Tandis que d'ordinaire les signes ne font rien d'autre que représenter leur contenu, si bien que chaque combinaison dans laquelle ils entrent n'exprime qu'une relation à leurs contenus, ils s'exhibent soudainement eux-mêmes dès qu'ils sont liés par le signe d'identité de contenu ; car c'est ainsi qu'est désignée la circonstance que deux noms ont le même contenu [20].

Pourquoi Frege et Russell récusent-ils cette solution imaginée par Frege en 1879 ? Pour Russell, la chose est simple : elle va à l'encontre de sa conception de la proposition comme expression d'un état de choses, dont les objets dénotés sont eux-mêmes les constituants immédiats [21]. Pour Frege enfin, la fameuse «dualité nécessairement générée dans la signification de tout signe» [22] par l'introduction du signe d'identité en 1879 a sans doute fini par revêtir à ses yeux le caractère d'un défaut majeur pour une idéographie logique. Mais dans *Über Sinn und Bedeutung*, c'est un autre argument qu'il invoque, portant sur la nature informative des énoncés d'identité. Il écrit en effet que, si elle portait sur les noms «*a*» et «*b*», «la proposition $a = b$ ne concernerait plus la chose même, mais la manière dont nous la désignons ; nous n'y exprimerions aucune connaissance proprement dite», puisque, poursuit-il, «on ne peut interdire à personne de prendre n'importe quel événement ou objet arbitrairement choisis pour désigner n'importe quoi» [23].

À notre sens, aucun de ces arguments n'est décisif. Tout d'abord, il va sans dire que nul n'est tenu de partager la conception russellienne de la proposition. Enfin, il est faux que dans une idéographie formelle les noms entretiennent forcément des liens entièrement arbitraires avec leur dénotation, et cela tient à la contrainte de *compositionnalité*. Certes, dans l'usage ordinaire, rien ne peut nous empêcher de désigner arbitrairement notre coiffeur habituel par l'étiquette «l'actuel roi de France», et ce même s'il n'appartient pas à l'aristocratie. Mais une telle pratique doit être proscrite d'une idéographie compositionnelle.

[20] G. Frege, 1879, p. 28 (nous soulignons).

[21] Dans une lettre à Frege, datée du 12 décembre 1904, Russell écrit : «Ich glaube dass der Mont Blanc selbst, trotz aller seiner Schneefelder, Bestandteil dessen ist was eigentlich behauptet wird im Satze 'Der Mont Blanc ist mehr als 4000 Meter hoch'. Man behauptet nicht den Gedanken, der ja psychologische Privatsache ist : man behauptet das Objekt des Gedankens, und dies ist meines Erachtens ein gewisser Complex (ein objektiver Satz, könnte man sagen) worin der Mont Blanc selber ein Bestandteil ist», G. Frege, B. Russell, 1994, p. 96.

[22] G. Frege, 1879, p. 28.

[23] G. Frege, 1971, p. 103.

Dans une telle idéographie, seuls les noms ou désignateurs simples – inanalysables – entretiennent un lien purement arbitraire avec leur dénotation. Mais il n'en va pas de même des noms ou désignateurs complexes, constitués de plusieurs signes, car leur dénotation est déterminée par la composition des différentes significations associées à leurs composants.

La théorie formelle de l'identité se conçoit fort bien dans une idéographie où le signe d'identité exprime une relation entre noms. Il faut cependant qu'il soit possible d'y inscrire des *expressions nominales complexes*. L'énoncé d'une relation formelle d'identité peut alors être tout à la fois vrai et informatif. Considérons, à titre d'exemple, la proposition arithmétique suivante :

(11) $3 = 2 + 1$

Il s'agit, à notre sens, de l'expression d'un rapport entre deux *noms*. L'un, simple, est constitué de l'unique signe «3». L'autre, en revanche, est un nom complexe, formé des trois signes «2», «+» et «1». Bien entendu, chacun des signes simples en question est lié conventionnellement à sa dénotation. Pourtant, il est clair qu'une fois ces conventions adoptées, la suite de signes «2 + 1» n'est pas une étiquette conventionnelle [24]. La proposition (11) exprime le fait que l'on a affaire, de part et d'autre du symbole d'identité, à deux *noms* qui se rapportent à une unique entité mathématique : le nombre 3. La relation ainsi exprimée ne concerne pas uniquement nos conventions linguistiques, elle nous informe aussi d'un fait arithmétique non trivial.

Vers un calcul des noms

L'adéquation d'une idéographie à cette interprétation de l'identité dépend essentiellement de sa capacité à rendre compte des expressions nominales complexes. Or, sans recours à une procédure extra-logique, comme l'est la théorie des descriptions définies, la logique des prédicats du premier ordre est en ce sens particulièrement pauvre.

Comme nous l'avons montré ailleurs [25], l'idéographie la plus adaptée à une telle perspective est l'*Ontologie* de S. Lesniewski. Construite sur la base d'une unique relation nominale primitive, cette logique se présente en effet comme un calcul extensionnel des noms, où peut être défini un riche ensemble d'opérateurs nominaux. Bien entendu, il serait ici hors de place d'exposer précisément un formalisme qui diffère assez profondément de la logique classique [26]. Nous nous contenterons d'indiquer que si, comme la logique classique, l'*Ontologie*

[24] Certes, on peut arbitrairement décider d'utiliser la suite «2+1» pour désigner le nombre 7, mais cela nous conduirait hors du cadre d'une idéographie bien faite.

[25] P. Joray, 2001, chap. III.

[26] Pour plus de détail sur l'*Ontologie*, cf. S. Lesniewski, 1989, C. Lejewski, 1958, D. Miéville, 1984 et P. Joray, à paraître.

est construite à partir d'une logique des propositions, elle ne constitue pas cependant une logique des prédicats.

Sa seule constante primitive, l'epsilon «ε», peut être assimilée à ce qu'on appelait traditionnellement une *copule*. Elle apparaît dans des propositions de la forme «*a* ε *b*», où «*a*» et «*b*» sont des variables nominales. Précisons encore qu'un nom dans l'*Ontologie* peut être de trois types : tout d'abord, comme dans les formalismes classiques, il peut être un nom *singulier* (dénotant un et un seul objet), mais il peut également être un nom *pluriel* (dénotant plus d'un objet) et même un nom *vide* (ne dénotant aucun objet) [27]. Grâce à un unique axiome [28], l'epsilon «ε» se trouve alors caractérisé de telle manière que les propositions de la forme «a ε b» sont vraies sous les deux conditions suivantes :

(i) *a* est un nom singulier (i.e. ni pluriel, ni vide)

(ii) ce qui est dénoté par *a* l'est également par *b*

On peut alors montrer que l'*Ontologie* permet – par voie de définition et donc sans adjonction d'axiomes propres – le développement d'un calcul complet des noms avec identité. Considérons enfin quelques exemples de définition :

Déf 1 : $(\forall a)(\forall b)(\forall c)(a\varepsilon(b\cdot c) .\equiv. a\varepsilon b \wedge a\varepsilon c)$ «produit logique des noms»

Déf 2 : $(\forall a)(\forall b)(\forall c)(a\varepsilon(b+c) .\equiv. a\varepsilon b \vee a\varepsilon c)$ «somme logique des noms»

Déf 3 : $(\forall a)(\forall b)(\forall c)(a\varepsilon(b-c) .\equiv. a\varepsilon b \wedge \sim (a\varepsilon c))$ «complémentaire des noms»

Ces définitions introduisent trois des plus importants opérateurs nominaux que l'on peut obtenir dans l'*Ontologie* et qui permettent le traitement réglé d'expressions nominales complexes [29]. Enfin les définitions suivantes :

Déf 4 : $(\forall a)(\forall b)(a=b .\equiv. a\varepsilon b \wedge b\varepsilon a)$

Déf 5 : $(\forall a)(\forall b)(a\approx b .\equiv. (\forall c)(c\varepsilon a \equiv c\varepsilon b))$

inscrivent dans le langage formel deux relations d'identité. La première – l'identité *singulière* «*a* = *b*» – exprime que les deux noms *a* et *b* se rapportent à un même et unique objet. La seconde – l'identité *faible* «*a* ≈ *b*» – exprime

[27] Sur cette conception large du *nom logique* et ses conséquences sur le formalisme, cf. C. Lejewski, 1954, P. Joray, 1999 et 2001, p. 232-236.

[28] Dans une notation usuelle, l'axiome se présente ainsi : $(\forall a)(\forall b)\{a\varepsilon b .\equiv. (\exists c)(c\varepsilon a) \wedge (\forall c)(\forall d)(c\varepsilon a \wedge d\varepsilon a .\supset. c\varepsilon d) \wedge (\forall c)(c\varepsilon a \supset c\varepsilon b)\}$. S. Lesniewski, 1989, p. 105.

[29] Nous avons montré dans P. Joray, 2001, qu'on peut disposer d'un ensemble d'opérateurs conférant à l'*Ontologie* un pouvoir d'analyse égalant au moins celui de la théorie des descriptions. En plus de ceux définis ici, cet ensemble contient encore un opérateur nominal dit *de subordination*. Il s'agit d'un opérateur permettant d'engendrer des noms sur la base d'éléments prédicatifs. Ce dernier est nécessaire à la formalisation des expressions complexes de la forme «le tel-et-tel».

que les deux noms ont une commune dénotation (celle-ci pouvant être singulière, plurielle ou même vide).

Aucun de ces relateurs ne relève d'une conception absolue de l'identité. Les propositions de la forme «$a = b$» et «$a \approx b$» n'expriment en aucun cas que les noms a et b sont identiques *simpliciter* (ce qui serait trivialement faux puisqu'il s'agit, bien entendu, de signes différents). Elles expriment simplement que a et b sont des noms en rapport d'équivalence *relativement* à leur dénotation [30]. De même qu'avec notre exemple arithmétique (11), une proposition comme :

(12) a = (b-c)

exprime le fait que les deux noms situés de part et d'autre du signe d'identité se rapportent à une même et unique dénotation. La présence, à droite, d'une expression complexe, construite sur l'opérateur de complémentaire, confère à (12) un caractère informatif. L'identité ainsi relativisée en *équivalence dénotationnelle* échappe donc au paradoxe de la relation classique, et cela sans recours ni au concept fregéen de *sens*, ni à la théorie des descriptions.

Conclusion

Sans avoir pu insister sur le détail formel du calcul des noms, nous avons montré comment l'identité peut être conçue dans l'*Ontologie* d'une manière relative. Il convient pourtant de préciser que les avantages d'une telle théorie ne sont pas à rechercher dans une capacité accrue à capter l'identité de l'usage ordinaire dans toute son ampleur, et le philosophe ne peut en aucun cas s'affranchir, dans cette perspective, du travail d'établissement de critères d'identité spécifiques.

La conception relative que nous avons présentée montre, essentiellement, qu'il est possible d'obtenir une théorie formelle de l'identité échappant aux paradoxes ou ambivalences de la conception classique. Tout d'abord, l'identité y est définie comme constante logique universelle [31], sans recours à des axiomes propres. Enfin, elle échappe au dilemme des propositions d'identité comme étant soit évidemment fausses, soit trivialement vraies.

Face aux aménagements sophistiqués élaborés par Frege et par Russell pour conserver le caractère absolu de la relation formelle d'identité, le calcul des

[30] Ainsi ramenée à une *équivalence dénotationnelle*, l'identité peut désormais apparaître sous plusieurs versions : identité entre noms singuliers pour «=», entre noms quelconques pour «≈». À noter qu'il est possible de multiplier les versions en définissant des identités pour chaque type de noms.

[31] C'est le statut qu'elle avait déjà dans les calculs logiques de Leibniz, où la définition de l'identité s'appuie sur l'usage primitif de la copule *est*. On pourra comparer notre Déf 4 de «=» avec celle de l'opuscule *Specimen calculi universalis* : «Si a est b et b est a, tunc a et b dicuntur esse idem», *GP* VII p. 225.

noms montre la pertinence d'une conception multiple et relative de l'identité. L'idée d'une unique relation absolue d'identité relève à notre sens d'une illusion engendrée par la conception classique de l'idéographie et nous préférons, avec Wittgenstein, nous en passer.

Références

COUTURAT, L. [1901], *La logique de Leibniz*, Paris, P.U.F.

FREGE, G. [1879], *Begriffsschrift*, Halle, Nebert, trad. fr. par Besson, C. Paris, Vrin, 1999.

FREGE, G. [1903], *Grundgesetze der Arithmetik II*, Jena, Pohle.

FREGE, G. [1971], *Écrits logiques et philosophiques*, trad. Imbert C., Paris, Seuil.

FREGE, G., RUSSELL, B. [1994], *Correspondance*, éd. bilingue, Paris, EPEL.

GEACH, P. T. [1972], *Logic Matters*, Berkeley, University of California Press.

GRANGER, G.-G. [1981], «Philosophie et mathématiques leibniziennes», *Revue de Métaphysique et de Morale* 1, p. 1-37.

HUNTER, G. [1971], *Metalogic. An Introduction to the Metatheory of Standard First Order Logic*, Berkeley, University of California Press.

JORAY, P. [1999], «Domaines de quantification et catégories syntaxico-sémantiques», *Travaux de logique du CdRS* 13, Neuchâtel, Université, p. 43-62.

JORAY, P. [2001], *La subordination logique. Une étude du nom complexe dans l'Ontologie de S. Lesniewski*, Berne, P. Lang.

JORAY, P. [à paraître], *L'Ontologie*, Fasc. 2 de Miéville, D. (éd.), *Introduction à l'œuvre de S. Lesniewski*, *Travaux de logique du CdRS*, Neuchâtel, Université.

LEIBNIZ, G. W. [1875-90] (*GP*), *Die philosophischen Schriften von G. W. Leibniz*, éd. Gerhardt, C.J., Berlin, Weidmannsche Buchhandlung.

LEIBNIZ, G. W. [1903], *Opuscules et fragments inédits de Leibniz*, éd. Couturat, L., Paris, P.U.F.

LEJEWSKI, C. [1954], «Logic and existence», *The British Journal for the Philosophy of Science* 5, p. 104-119.

LEJEWSKI, C. [1958], «On Lesniewski's Ontology», *Ratio* (Oxford) 1, p. 150-176.

LESNIEWSKI, S. [1989], *Sur les fondements de la mathématique*, trad. Kalinowski, G., Paris, Hermès.

MIÉVILLE, D. [1984], *Un développement des systèmes logiques de Stanislaw Lesniewski. Protothétique, Ontologie, Méréologie*, Berne, P. Lang.

RUSSELL, B. [1908], *La philosophie de Leibniz*, trad. Ray, J. et R., Paris, F. Alcan.

WITTGENSTEIN, L. [1921] (*Trac.*), *Tractatus logico-philosophicus*, in L. WITTGENSTEIN, *Schriften* 1, Frankfurt/Main, Suhrkamp, 1969.