

Über die stationäre Strömung in ihren verschiedenen Formen und ihre Anwendung auf den Kreislauf

Autor(en): **Müller, Aloys**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin der Schweizerischen Akademie der Medizinischen Wissenschaften = Bulletin de l'Académie Suisse des Sciences Medicales = Bollettino dell' Accademia Svizzera delle Scienze Mediche**

Band (Jahr): **2 (1946-1947)**

Heft 1

PDF erstellt am: **16.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-306822>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

**Wissenschaftliche Sitzung vom 9. Februar 1946
in Fribourg**

I. HAUPTVORTRAG

D. K. 612.13

Aus dem Physiologischen Institut der Universität Freiburg i. Ue.

**Über die stationäre Strömung in ihren verschiedenen Formen
und ihre Anwendung auf den Kreislauf**

Von Aloys Müller

a) *Einleitender theoretischer Teil*

Die Hämodynamik gehörte im vorigen Jahrhundert zu denjenigen Gebieten der Physiologie, die mit Vorliebe behandelt wurden. Man betrachtete sie nicht nur als notwendige Grundlage zum Verständnisse des Kreislaufes, sondern als Basis für die gesamte physikalische Forschungsrichtung. Der Physiologe verfolgte damit das gleiche Ziel wie der Physiker, der die Mechanik besonders gründlich entwickelte, weil er diese als Basis für die gesamte Physik ansah. Um die Jahrhundertwende trat auf Grund der von *Einstein* entwickelten Relativitätstheorie und des von *Planck* aufgestellten Wirkungsquantum eine völlige Änderung der physikalischen Denkart auf. Gleichzeitig entwickelte sich die Technik sprunghaft und erlaubte dem Experimentalphysiker die Schaffung neuer Untersuchungsmethoden. So entwickelte sich die Atomtheorie in ungeahnter Weise. Parallel damit nahm auch die mathematische Forschung gewissermaßen eine andere Richtung an, indem die statistische Methode an Interesse gewann. Die Mechanik im speziellen wurde damit in gewissem Sinne erweitert, verlor aber ihre frühere Vormachtstellung. Diese Revolution machte sich notwendigerweise auf die physiologische Forschungsrichtung geltend. Insbesondere konnten durch das rasche Entstehen neuer Untersuchungsmethoden Gebiete erfaßt werden, die vorher einer ernsten Untersuchung verschlossen blieben. Verständlicherweise verringerte sich damit das Interesse für diese alten, viel diskutierten Kreislaufprobleme, die nur mit größter Mühe weiter entwickelt werden konnten. Heute beschäftigen sich nur mehr vereinzelt Institute mit diesen Fragen. Zu diesen gehört auch unser Institut. Nach 25jähriger, wissenschaftlicher Tätigkeit auf diesem Gebiete sind wir auch heute der Meinung, daß die Hämodynamik nach den Grundgesetzen der klas-

sischen Mechanik zu behandeln ist. Allerdings können die bekannten Sätze der Mechanik nicht in einfacher Art auf das Kreislaufsystem übertragen werden. Es handelt sich hier um ein geschlossenes, zeitlich veränderliches, verzweigtes Leitungssystem mit dehnbaren Röhren, in denen durch Muskelkontraktion eine zeitlich veränderliche Strömung unterhalten wird. Die theoretische Behandlung eines derart komplizierten hydrodynamischen Systems in seiner Gesamtheit ist unmöglich. Will man dieses Problem trotzdem mit einem gewissen Erfolg behandeln, so erweist sich, unserer Ansicht nach, nur der äußerst umständliche Weg über die Modellversuche als gangbar. Die Methode besteht darin, daß zunächst einfache Strömungsmodelle gebaut werden, die ohne weiteres einer mathematischen Behandlung zugänglich sind. Diese Modelle werden stufenweise dem Kreislaufsystem ähnlicher gestaltet, aber immer derart, daß eine theoretische Behandlung noch möglich ist. Auf diese Art kontrollieren sich Theorie und Experiment gegenseitig. Wieweit diese Methode getrieben werden kann, ist vorläufig nicht ersichtlich.

In der heutigen Sitzung soll die stationäre Strömung in einem einfachen bzw. verzweigten, starren Röhrensystem bei *idealer* und *realer* Flüssigkeit betrachtet werden.

Kann die Flüssigkeit als ideal betrachtet werden, so sind die Ergebnisse der klassischen Hydromechanik, die theoretisch sorgfältig ausgebaut ist, anwendbar. Für das Strömen in Röhren sind 2 Gleichungen von besonderer Bedeutung:

$$v_0 \cdot Q_0 = v_1 Q_1 = v_2 Q_2 \dots = D \text{ (Durchfluß)} \quad (1)$$

$$\frac{v_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + z_0 = \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = H \quad (2)$$

Die erste Gleichung (Kontinuitätsgleichung genannt) sagt aus, daß die in der Zeiteinheit durchströmende Flüssigkeit (Durchfluß) in allen Querschnitten der Leitung gleich groß ist. Nach der 2. Gleichung, die *Bernoulli-* oder *Energiegleichung* genannt wird, ist die Summe aus der Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$, der Druckhöhe $\frac{p}{\gamma}$ und der Ortshöhe z ebenfalls in allen Querschnitten des Systems gleich groß, nämlich gleich dem Abstände des ruhenden Flüssigkeitsspiegels des Reservoirs von der Bezugslinie. v stellt die Geschwindigkeit, p den Druck, z den Abstand von der Bezugslinie und Q den Querschnitt der betreffenden Stelle dar.

Besteht das Modell aus einem Reservoir mit konstantem Flüssigkeitsniveau, an dem irgendeine starre Röhre angesetzt ist, so kann mit Hilfe dieser Gleichungen sowohl der Druck als auch die Geschwindigkeit in jedem Querschnitt berechnet werden.

Den einfachsten Fall stellt das Strömungsmodell der Abb. 1 dar. Das

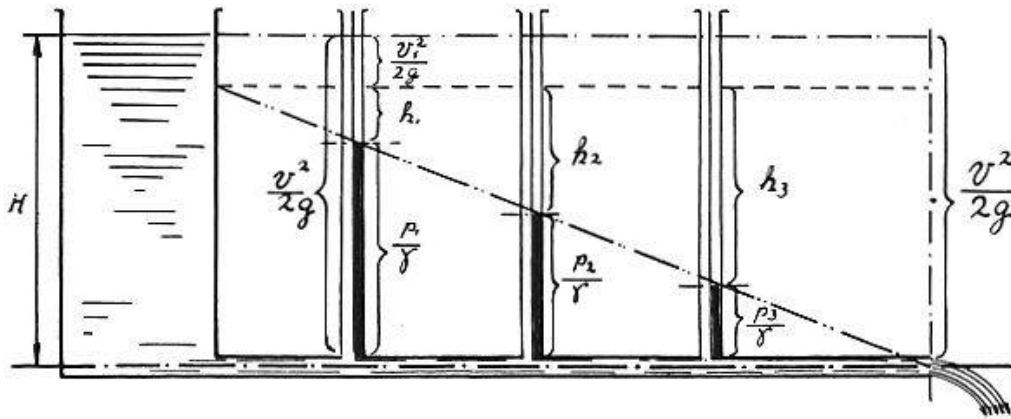


Abb. 1. Stationäre Strömung in einer gleichmäßigen Röhre. In gewissen Abständen sind je 2 Piezometer eingesetzt. In den vorderen Standröhren ist die Druckhöhe unter der Annahme einer idealen, in den hintern unter der Annahme einer realen Flüssigkeit eingezeichnet.

an einem gleichmäßigen Hohlzylinder angesetzte Rohr liegt horizontal und besitzt einen kreisförmigen Querschnitt mit konstantem Durchmesser. Die Kontinuitätsgleichung lautet:

$$v_0 \cdot Q_0 = v Q \dots \quad (a)$$

wenn v_0 die Geschwindigkeit im Reservoir, v diejenige im Rohre und Q_0 bzw. Q den Querschnitt des Behälters bzw. des Rohres darstellt. Wendet man die Bernoulli-Gleichung auf den Anfangs- und Endquerschnitt dieser als Stromfaden aufgefaßten, strömenden Flüssigkeitsmasse an, so ergibt sich:

$$\frac{v_0^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} + H = \frac{v^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} + 0 \quad (b)$$

Sowohl auf die Flüssigkeitsoberfläche im Reservoir als auch auf die in freie Luft ausströmende Flüssigkeit wirkt der Atmosphärendruck p_a . H bedeutet den Abstand des Flüssigkeitsspiegels von der Bezugslinie, die durch die Röhrenachse geht. Ist der Querschnitt Q_0 gegenüber Q sehr groß, so kann $v_0 = \frac{Q}{Q_0} \cdot v$ gegenüber v vernachlässigt werden. Gleichung (b) wird dann:

$$H = \frac{v^2}{2g} \quad \text{oder} \quad v = \sqrt{2gH} \quad (c)$$

Die Geschwindigkeit v erreicht diejenige Größe, die sie erreichen würde, wenn sie die Höhe H frei durchfallen hätte (Torricellisches Ausflußgesetz). Da nach der Kontinuitätsgleichung die Geschwindigkeit im ganzen Bereiche des Ausflußrohres v sein muß, ist der Druck dort überall $= p_a$ (vgl. die vorderen Standröhren [Piezometer] der Abb. 1).

Abb. 2 zeigt ein Strömungsmodell, bei dem das ebenfalls zylindrische Ausflußrohr verschiedene Querschnitte aufweist. Auch hier ist die Ausflußgeschwindigkeit $v = \sqrt{2gH}$. Die Druckhöhe $\frac{P}{\gamma}$ ändert aber im Ver-

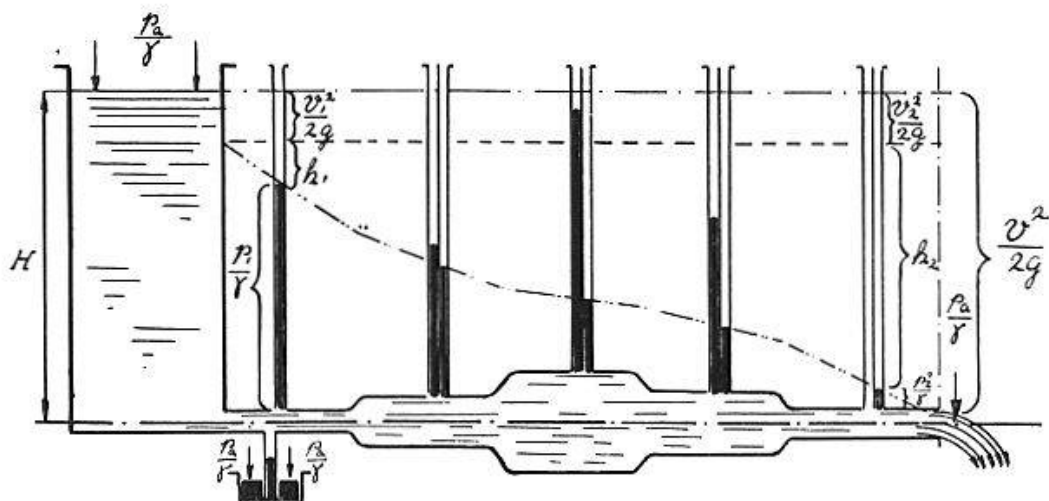


Abb. 2. Stationäre Strömung in einer ungleichmäßigen, starren Röhre. Der Flüssigkeitsstand im vorderen und hinteren Standrohr des Piezometerpaares bezeichnet die Druckhöhe unter der Annahme einer idealen bzw. realen Flüssigkeit.

laufe des Rohres, weil die Strömungsgeschwindigkeit verschieden groß ist. Für den Querschnitt Q_1 im Anfangsteile des Ausflußrohres und für den Endquerschnitt Q gibt die Bernoulli-Gleichung:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \left(\frac{p_a}{\gamma} + x\right) + 0 = \frac{v^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} + 0 \quad (d)$$

x bedeutet die Höhe des Überdruckes. Nun ist $v_1 = v \frac{Q}{Q_1}$, und Gleichung (d) geht über in:

$$x = \frac{v^2}{2g} \left(1 - \frac{Q^2}{Q_1^2}\right) = H \left(1 - \frac{Q^2}{Q_1^2}\right) \quad (e)$$

Da $Q > Q_1$ ist, wird im Querschnitte Q_1 die Druckhöhe $\frac{p}{\gamma}$ negativ, d. h. kleiner als Atmosphärendruck (vgl. hierzu Abb. 2 vorderes Piezometer des ersten Paares).

In der Mitte des Ausflußrohres ist hingegen $Q \ll Q_1$. x nähert sich hier dem Werte H (vgl. Abb. 2, vordere Standröhre des 3. Paares).

In der Abb. 3 ist ein verzweigtes Röhrensystem dargestellt. Stamm- und Zweigröhren liegen in einer horizontalen Ebene. Die Zweigröhre schließen an beiden Verzweigungen einen Winkel von 45 Grad ein. Unregelmäßigkeiten an der Innenwand der Verzweigungsstellen sind vermieden worden. Auch in diesem Systeme ist die Ausflußgeschwindigkeit aus den 3 Endröhren gleich $v = \sqrt{2gH}$; die Druckhöhe $\frac{p}{\gamma} = \frac{p_a}{\gamma}$ (vgl. Abb. 3, vordere Standröhren des 3., 4. und 5. Paares). In der Stammröhre ist die Geschwindigkeit gegeben durch die Gleichung:

$$v_1 \cdot Q_1 = v_3 Q_3 + v_4 Q_4 + v_5 Q_5 \quad (f)$$

oder da $v_3 = v_4 = v_5 = v$ ist:

$$v_1 = v \left(\frac{Q_3 + Q_4 + Q_5}{Q_1}\right) \quad (g)$$

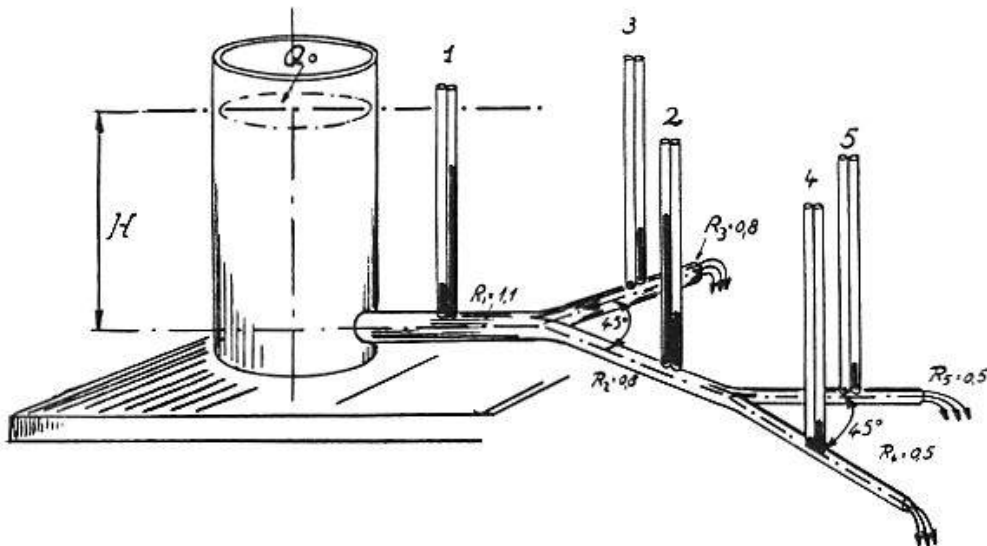


Abb. 3. Schematische Wiedergabe des im Texte behandelten verzweigten Röhrensystems.

Je nachdem die Summe der Endquerschnitte größer oder kleiner als der Querschnitt des Stammrohres ist, wird in letzterem ein Unter- oder Überdruck vorhanden sein. Im Falle der Abb. 3 ist der Querschnitt Q_1 etwas größer als derjenige der Endquerschnitte.

Diese Betrachtungsart mit der Annahme einer idealen Flüssigkeit dominierte im 18. Jahrhundert besonders unter dem Einflusse der *Bernoullis* und *Eulers* bei der theoretischen Behandlung verschiedenartiger Strömungsvorgänge. Auf den Kreislauf übertragen würde sich bei dieser Auffassung ergeben, daß in der Hohlvene eine Geschwindigkeit von mehr als 600 cm, im Kapillarsystem eine Druckhöhe von ca. 200 cm und in der Aorta hingegen ein Unterdruck vorhanden sein müßte.

Eine wesentliche Annäherung an die wirklichen Verhältnisse wird durch Berücksichtigung der Reibung erhalten. Im Blutgefäßsystem sind die Energieverluste durch Reibung für die Unterhaltung des Kreislaufes maßgebend. Es muß demnach die Energiegleichung passend erweitert werden. Außer den Änderungen der Lage und der Transformation potentieller in kinetische Energie sind Energiewerte zu berücksichtigen, die in Wärme übergehen und für die Strömung verloren sind. Da die einzelnen Glieder in der Gleichung (2) Druckhöhen darstellen, wird man bedacht sein, auch diese Energie in Druckhöhen anzugeben. Die Gleichung lautet dann:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 + h_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + h_2 \quad (3)$$

Das Glied h_1 bezeichnet diejenige Druckhöhe, die im Querschnitte Q_1 zu den übrigen Gliedern addiert werden muß, um der Bernoulli-Gleichung zu genügen. Die Druckhöhe $h_2 - h_1$ bedeutet die gesamte in Wärme umgesetzte Energie zwischen den betrachteten Querschnitten Q_1 und Q_2 .

Die Größe dieses Energieverlustes hängt von der Art der Strömung ab. Handelt es sich um ein einfaches Leitungssystem mit kreisförmigem Querschnitte und ist Poiseuillesche Strömung vorhanden, so kann dieser Betrag aus dem Hagen-Poiseuilleschen Gesetze ermittelt werden, indem die Formel nach p resp. h aufgelöst wird. Das Gesetz lautet:

$$V = \frac{\pi}{8\mu} \cdot \frac{p \cdot r^4}{l}$$

V bedeutet das Ausflußvolumen in der Zeiteinheit (Sekunde), p den wirksamen Druck, r den Radius, l die Länge der Röhre und μ den Zähigkeitskoeffizienten. Daraus ergibt sich:

$$p = \rho gh = \frac{8 \cdot V \cdot \mu \cdot l}{\pi r^4} = \frac{8\mu \cdot Q \cdot \bar{v}l}{Qr^2} = \frac{8\mu\bar{v}l}{r^2} \text{ und } h = \frac{8 \cdot \mu \cdot \bar{v} \cdot l}{\rho gr^2} \quad (4)$$

In Gleichung (4) bedeutet h die zur Überwindung der Reibung im betrachteten Rohrabschnitt notwendige Druckhöhe, \bar{v} die mittlere Geschwindigkeit, ρ die Dichte und g die Schwerebeschleunigung.

Ist hingegen turbulente Strömung vorhanden, so kann die Rayleigh-Reynoldssche Formulierung mit Erfolg benützt werden. Sie lautet:

$$p = \psi \cdot \frac{\rho \cdot \bar{v}^2 \cdot l}{2r} \text{ resp. } h = \psi \frac{\bar{v}^2 \cdot l}{2gr} \quad (5)$$

Diese Gleichung ist theoretisch begründet, aber nicht streng abgeleitet wie die Hagen-Poiseuillesche Gleichung. Der Widerstandbeiwert wurde aus großen Versuchsreihen ermittelt. Es sind deshalb verschiedene Werte angegeben worden. Bei unseren Versuchen haben sich die Formeln von *Lees* und *Hermann* bewährt.

$$\left. \begin{aligned} \psi &= 0,0036 + \frac{0,2395}{R^{0,35}} \quad (\text{Lees}) \\ \psi &= 0,0027 + \frac{0,161}{R^{0,3}} \quad (\text{Hermann}) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Für niedere Reynoldssche Zahlen, wie sie im Kreislaufe vorkommen, ist die Leessche Formel vorzuziehen. R stellt die Reynoldssche Zahl dar:

$$R = \frac{\rho \bar{v} r}{\mu} \quad (7)$$

Wie die Laminärströmung und die turbulente Strömung erkannt werden kann, wird Ihnen in der Demonstration gezeigt. Theoretisch berechnet man die Reynoldssche Zahl. Liegt diese bei Verwendung einer homogenen Flüssigkeit unter 1100, so ist sicher Laminärströmung vorhanden, liegt sie oberhalb derselben, so kann turbulente Strömung vorhanden sein. Gewöhnlich existiert zwischen der Reynoldsschen Zahl 1100 bis 1800 eine eigenartige Übergangsströmung, die ebenfalls demonstriert wird.

Auf das Strömungsmodell der Abb. 1 angewandt gibt die erweiterte Bernoullische Gleichung bei vorhandener Poiseuillescher Strömung für die Röhrenquerschnitte Q_1 und Q_2 z. B.:

$$\frac{v_1^2}{g} + \frac{p_1}{\gamma} + 0 + h_1 = \frac{v_2^2}{g} + \frac{p_2}{\gamma} + 0 + h_2 \quad (\text{a})$$

An Stelle der Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$ tritt hier der Ausdruck $\frac{v^2}{g}$, weil die kinetische Energie des parabolischen Geschwindigkeitsprofils doppelt so groß wie diejenige des ebenen Profils ist. Da das Ausflußrohr gleichmäßig war, ist $v_1 = v_2 = v$. (v bedeutet hier die mittlere Geschwindigkeit.) Es wird demnach Gleichung (a) unter Benützung der Formel (4)

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{8\mu v l}{\rho g r^2} \quad (\text{b})$$

l bedeutet den Abstand der betrachteten Querschnitte.

Bei turbulenter Strömung tritt an Stelle der Gleichung (a)

$$\frac{k_1 v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + 0 + h_1 = \frac{k_2 v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + 0 + h_2 \quad (\text{a}')$$

k bedeutet hier einen Faktor, der mit dem Geschwindigkeitsprofil sich ändert und gewöhnlich zwischen den Werten 1,1 und 1,3 liegt. Ist das Geschwindigkeitsprofil im Querschnitte Q_1 und Q_2 dasselbe, dann geht Gleichung (b) in die Gleichung:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \psi \frac{v^2 l}{2g r} \quad (\text{b}')$$

über. In Abb. 1 sind die Druckhöhen bei Berücksichtigung der Reibung in den hintern Standröhren jedes Piezometerpaares eingezeichnet. Die Piezometerstände liegen auf einer Geraden. Dies trifft in Wirklichkeit nur dann zu, wenn das Geschwindigkeitsprofil im ganzen Bereiche des Leitungsrohres gleich bleibt. In der Anlauf- und Endstrecke ist dies nicht der Fall. In der Abb. 1 blieb dies unberücksichtigt.

Ist die Rohrleitung ungleichmäßig wie in der Abb. 2, so können bei der Anwendung der Bernoullischen Gleichung bereits Schwierigkeiten entstehen. Während für die gleichmäßigen Abschnitte je nach der Strömungsart die Gleichung (a) oder (a') angewendet werden kann, muß für die Übergangsstücke ein neuer Faktor berücksichtigt werden. Tritt nämlich an irgendeiner Stelle eine plötzliche Verengung oder Erweiterung auf, so ändert dort nicht nur die Geschwindigkeit und das Strömungsprofil, sondern auch der unserer Betrachtung zugrunde gelegte Stromfaden, der mehr oder weniger stark von der Form der starren Wandung abweicht. Dies hat einen Energieverlust zur Folge, der nicht berechnet werden kann, sondern experimentell ermittelt werden muß.

Wir setzen diesen Faktor $= h' = k' \left(\frac{k_1 v_1^2 - k_2 v_2^2}{2g} \right)$.

Die Bernoullische Gleichung lautet dann:

$$\frac{k_1 v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + 0 + h_1 + h'_1 = \frac{k_2 v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + 0 + h_2 + h'_2 \quad (c)$$

In der Abb. 2 sind die Energiemehrverluste an den Übergangsstellen bei der Konstruktion der Druckkurven nicht berücksichtigt worden.

Noch komplizierter gestalten sich die Verhältnisse im verzweigten System. Da dieses System für unsere Betrachtung besonders wichtig ist, soll ein konkreter Fall behandelt werden, nämlich die Strömung im Röhrenmodell der Abb. 3.

An einem zylindrischen Behälter mit einem Radius von 50 cm war eine Stahlröhre mit einem Radius von 1,1 cm und einer Länge von 73,5 cm eingesetzt. Dieses Stammrohr verzweigte sich unter einem Winkel von 45 Grad in 2 gleichmäßige Rohre mit einem Radius von 0,8 cm und einer Länge von 89 cm. Das eine Rohr verzweigte sich nochmals in 2 gleichmäßige Rohre mit einem Radius von 0,5 cm und einer Länge von 78 cm. Der einschließende Winkel war wieder 45 Grad. Als Flüssigkeit wurde Glyzerin mit der Dichte $\rho = 1,17$ und dem Zähigkeitskoeffizienten $\mu = 0,177$ bei einer Temperatur von $15,5^\circ$ benützt. Die konstant

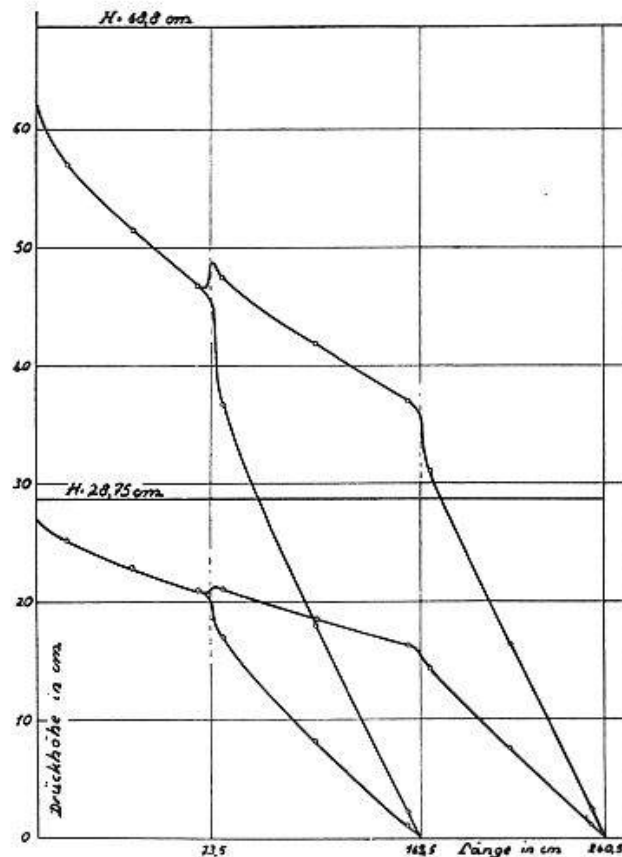


Abb. 4. Experimentell ermittelter Druckverlauf im Röhrensystem der Abb. 3 bei einem Reservoirstande von 68,8 und 28,75 cm. Die benützte Flüssigkeit war in beiden Versuchserien die gleiche.

erhaltene Druckhöhe im Reservoir betrug 28,75 cm. In allen Röhren waren am Anfange, Ende und in der Mitte Piezometer zur Druckmessung eingesetzt. Abb. 4 gibt die abgelesenen Piezometerstände. Die Ausflußmassen aus den 3 Endröhren wurden gleichzeitig entnommen¹⁾. Aus diesen Ausflußmassen ließen sich die Geschwindigkeiten

¹⁾ Sie betragen 194,5 g/sek. aus Röhre R_3 , 33,15 g/sek. aus Röhre R_4 und 33,58 g/sek. aus Röhre R_5 .

berechnen. Sie waren im Endrohr $R_3 : v_3 = 82,68$ cm/sek., in den Endrohren R_4 und $R_5 : v_4 = 36,07$ bzw. $v_5 = 36,54$ cm/sek.

Aus dem Kontinuitätsgesetz lassen sich die Geschwindigkeiten v_1 und v_2 berechnen. Sie sind $v_1 = 58,74$ cm/sek., $v_2 = 28,37$ cm/sek.

Wir wollen nun mit Hilfe der Energiegleichung die Drucke an den verschiedenen Stellen des Leitungssystems berechnen und mit den experimentell erhaltenen Werten vergleichen. Wir beginnen mit ihrer Anwendung auf den Querschnitt Q_0 im Flüssigkeitsspiegel des Reservoirs und den Querschnitt Q , der in der Ebene der Ausflußöffnung des Reservoirs liegt (vgl. Abb. 3). Die Gleichung lautet:

$$\frac{v_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + H = \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + 0 \quad (\text{a})$$

Da v_0 gegenüber v vernachlässigt werden kann und der Mittelpunkt von Q in der Bezugsebene liegt, ergibt sich

$$\frac{p}{\gamma} = H - \frac{v^2}{2g} = 28,75 - \frac{(58,74)^2}{2g} = 27,0 \text{ cm.}$$

In dieser Gleichung wurde die Druckhöhe $\frac{p_0}{\gamma} = 0$ gesetzt, weil alle Druckmessungen bei Atmosphärendruck erfolgten. Der Wert $\frac{p}{\gamma}$ ist also als Überdruckhöhe aufzufassen.

Denkt man sich den betrachteten Querschnitt Q um 68,5 cm nach rechts verlagert, so lautet die Energiegleichung:

$$H = \frac{v_1^2}{g} + \frac{p_1}{\gamma} + 0 + h_1 \quad (\text{b})$$

Am Anfange des Stromfadens, also im Querschnitte Q_0 , hat sich nichts geändert (linksstehender Ausdruck der Gleichung [b]). Hingegen sind an der Stelle Q_1 verschiedene Änderungen eingetreten. Obwohl der Durchfluß sowohl in Q als auch in Q_1 gleich groß bleiben muß, hat sich die kinetische Energie verdoppelt, weil sich aus dem ebenen Geschwindigkeitsprofile in Q im Querschnitte Q_1 ein parabolisches Profil entwickelt hat. Ferner ist infolge Reibung im betrachteten Röhrenabschnitte der Energieverlust h_1 ²⁾ eingetreten. Der Überdruck an der Stelle Q_1 wird demnach:

$$\frac{p_1}{\gamma} = 28,75 - \frac{(58,74)^2}{981} - \frac{8 \times 0,177 \times 58,74 \times 68,5}{1,14 \times 981 \times (1,1)^2} = 21,13 \text{ cm.}$$

Die an dieser Stelle gemessene Druckhöhe war 20,85 cm. Diese Differenz kommt daher, weil die Poiseuillesche Formel, die hier angewandt wurde,

²⁾ Da die Reynoldssche Zahl nach Formel (7) $\frac{1,17 \times 58,74 \times 1,1}{0,177} = 427$ beträgt, ist zur Berechnung der Reibung Formel (4) zu verwenden.

streng nur für eine Strömung mit Parabelprofil gilt, während im Rohre R_1 in Wirklichkeit eine andere Strömung herrschte, die eine etwas größere Energie verbraucht.

Betrachtet man nun den Querschnitt Q , der 73,5 cm vom Reservoir entfernt ist, also am Ende des Stammrohres liegt. An dieser Stelle gabelt sich der einheitliche Stromfaden in 2 Stromfäden ungleichen Kalibers und ungleicher Geschwindigkeit. Wendet man die Energiegleichung auf diesen Querschnitt an unter der Vorstellung, daß auf der einen Seite der einzelne Stromfaden R_1 , auf der andern Seite die Stromfäden R_2 und R_3 liegen, so ergibt sich:

$$\frac{v_1^2}{g} + \frac{p_1}{\gamma} + 0 + h_1 = \frac{v_2^2}{g} + \frac{p_2}{\gamma} + 0 + h_2 = \frac{v_3^2}{g} + \frac{p_3}{\gamma} + 0 + h_3 \quad (c)$$

Da der Querschnitt derselbe ist, muß $h_1 = h_2 = h_3 = h$ sein. Es folgt:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{g} = -2,70 \text{ cm}; \quad \frac{p_1 - p_3}{\gamma} = \frac{v_3^2 - v_1^2}{g} = 3,45 \text{ cm} \quad (d)$$

Es tritt demnach an der Verzweigung in Richtung des Rohres R_2 ein Druckgefälle von 2,7 cm gegen die Strömungsrichtung, und in Richtung von R_3 ein Gefälle von 3,45 cm in der Strömungsrichtung auf.

Auf den Anfangs- und Endquerschnitt des Rohres R_3 angewandt, gibt die Energiegleichung:

$$\frac{v_0^2}{g} + \frac{p_0}{\gamma} + 0 + 0 = \frac{v_1^2}{g} + \frac{p_1}{\gamma} + 0 + h \dots \quad (e)$$

wenn mit v_0 bzw. v_1 und p_0 bzw. p_1 die Geschwindigkeit und der Druck an der Anfangsstelle bzw. am Ende von R_3 bezeichnet wird. Da der Durchfluß und der Querschnitt an beiden Stellen gleich bleiben, muß $v_0 = v_1$ sein. Es wird:

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_0}{\gamma} - h = 17,0 - \frac{8 \times 0,177 \times 82,68 \times 89}{1,17 \times 981 \times (0,8)^2} = 2,8 \text{ cm.}$$

In Wirklichkeit ist am Ausflusse Atmosphärendruck vorhanden. $\frac{p_1}{\gamma}$ müßte demnach = 0 werden. Der Grund dieser Abweichung liegt darin, daß in der Röhre R_3 wiederum nicht Poiseuillesche Strömung, sondern eine andere Form der Laminärströmung vorhanden war, die hier eine ca. 10% größere Reibung verursachte. Ein Teil des Energieverlustes, hier 1,3 cm, ist auf die Deformation des Stromfadens an der Gabelungsstelle zurückzuführen. Berechnet man auf ähnliche Weise die Verhältnisse an der 2. Verzweigungsstelle, so ergibt sich, daß dort der Druckhöhenverlust infolge der Gabelung des einheitlichen Stromfadens ca. 0,2 cm beträgt. Wir lernen daraus, daß der Energieverlust infolge Verzweigungen um so kleiner wird, je kleiner der Geschwindigkeitsunter-

schied zwischen Stamm- und Zweiggefäßen einerseits und zwischen den Zweiggefäßen andererseits ist.

Nach dieser theoretischen Auseinandersetzung sollen die gewonnenen Erkenntnisse auf den Kreislauf übertragen werden. Wir haben als Beispiel die Durchströmung der Nieren gewählt.

b) *Anwendung der entwickelten Strömungsgesetze auf den Nierenkreislauf*

Man geht von der Voraussetzung aus, daß in den Nieren bei Grundumsatzbedingungen ein konstanter Durchfluß vorhanden ist. Dieser betrage 1500 Liter pro Tag. Der Wert stützt sich auf Messungen bei verschiedenen Tieren, die als Mittelwert eine Blutmenge ergaben, die ungefähr 25% des Gesamtvolumens des das Herz passierenden Blutes beträgt. Der sekundliche Durchfluß durch *eine* Niere beträgt demnach

$$D = \frac{1\,500\,000}{2 \times 24 \times 60 \times 60} = 8,68 \text{ cm}^3.$$










Da auf dem Wege von der Nierenarterie bis zu den Glomeruli weder Blut verloren noch solches neu hinzukommt, gilt das Kontinuitätsgesetz. Unter der Annahme, daß alles Blut durch ein einziges Gefäß der Niere zuströmt, fließt durch dieses Stammgefäß pro Zeiteinheit ebensoviel Blut wie durch die Zweiggefäße *a* oder die 4 weiteren Zweiggefäße *b* usw. Bezeichnet man die Querschnitte der Reihe nach mit den Indizes 1, 2, 3 usw., so gilt die Kontinuitätsgleichung:

$$v_1 \cdot Q_1 = 2v_2 \cdot Q_2 = 4v_3 \cdot Q_3 = 8v_4 \cdot Q_4 = 24v_5 \cdot Q_5 =$$

wenn v_1 die Blutgeschwindigkeit in der Nierenarterie, v_2 diejenige in den Zweiggefäßen *a*, v_3 diejenige in den Zweiggefäßen *b* usw. und $Q_1, Q_2 \dots$ die entsprechenden Querschnitte dieser Gefäße bedeutet. Die Zweiggefäße *a* werden als gleichkalibrig betrachtet, ebenso die Gefäße *b* usw. Diese Annahme ist für die größeren Arterien zwar nicht zutreffend, sie nimmt aber an Wahrscheinlichkeit zu, je weiter die Verzweigung fortgeschritten ist.

In der Tabelle 5 ist unter der Kolonne «Arterien» die Art der Verzweigung dargestellt, wie sie unserer Vorstellung zugrunde liegen. Das 1. Bild zeigt die Nierenarterie, die aus der Aorta stammt und sich in 2 gleichmäßige Äste teilt. Das 2. Bild zeigt die weitere Teilung der Arterien bis zu deren Eintritt in das Nierenparenchym. Die Endäste bilden Stammgefäße, von denen die Zweiggefäße in allen Richtungen austreten (3. Bild). Letztere verzweigen sich ihrerseits baumastförmig (4. Bild). Nach nochmaliger Teilung treten aus diesen Gefäßen je 10 intralobuläre Arterien, aus denen je 30–32 Vasa afferentia entstammen. Als Gesamt-

Tabelle 5

Arterien	Innerer Radius r_i in cm	Querschnitt Q in cm^2	Gesamtzahl Z der Gefäße	Gesamtquerschnitt $\sum Q$ in cm^2	Mittlere Geschwindigkeit \bar{v} in cm	Zähigkeitskoeffizient μ'	Druckhöhenverlust in cm pro Längeneinheit	Länge des Gefäßes l in cm	Totaler Druckhöhenverlust h_T in cm	Sekundärer Durchfluß in cm^3
	0,225	0,159	1	0,159	54,6	0,06	0,50	3	1,50	8,68
	a	0,167	2	0,176	49,3	0,06	0,82	2	1,64	
	b	0,145	4	0,264	32,9	0,059	0,72	1,5	1,08	
	c	0,111	8	0,310	28,0	0,059	1,03	1,0	1,03	
	d	0,073	0,0167	24	0,400	21,7	0,057	1,81	0,5	0,90
		0,06			18,0	0,055	2,14	1	2,14	
		0,029	0,00258	240	0,62	14,0	0,048	6,35	1	6,35
		0,023			10,5	0,047	7,25	0,5	3,62	
		0,015	0,000707	1920	1,36	6,4				
	0,013	0,00053	3840	2,04	4,26	0,046	9,0	0,5	4,50	
	0,007	0,000154	38 400	5,91	1,47	0,046	10,7	0,2	2,14	
	0,0015	0,0000071	1 200 000	8,48	1,02	0,046	162	0,05	8,10	
	0,0006	0,0000011	66 000 000	74,6	0,11	0,08	190	0,04	7,6	8,2
	0,0010	0,0000031	1 200 000	3,77	2,04	0,065	1030	0,05	51,5	7,70

zahl der Glomeruli pro Niere wird 1,2 Millionen angenommen. In der Kolonne 2 sind die Radien der einzelnen Blutgefäße in cm angegeben. Für die Nierenarterie wurde ein Mittelwert aus den bekannten anatomischen Tabellen benützt und die Dehnung infolge des vorhandenen Innendruckes mitberücksichtigt. Die Radien der Intralobulärarterien, Vasa aff. und die später zu besprechenden Vasa efferentia und Kapillaren stellen ebenfalls Mittelwerte dar, die aus mikroskopischen Bildern

bestimmt wurden. Insbesondere sind die Angaben im Handbuch der mikroskopischen Anatomie von *Möllendorff*, die Injektionsbilder und die Messungen von *Gaenßlen* verwertet worden³⁾. Die Kolonne 3 gibt die Querschnittsflächen der einzelnen Blutgefäße in qcm. Die Kolonne 4 enthält die Zahl der entsprechenden Gefäße und die Kolonne 5 deren Gesamtquerschnitt. Aus dem Gesamtquerschnitt und dem Durchflusse kann die Geschwindigkeit in den Blutgefäßen berechnet werden. Sie ist in der Kolonne 6 vermerkt. Darnach ist die Geschwindigkeit in der Stammarterie 54,6 cm, nimmt dann infolge der Verzweigung, die eine regelmäßige Zunahme des Gesamtquerschnittes zur Folge hat, allmählich ab, um in den *Vasa aff.* noch eine Geschwindigkeit von 1 cm zu besitzen.

Zur Bestimmung der Gefäßverhältnisse in den Glomeruli wurde ihr Fassungsvermögen berechnet. Bei Kugelform und einem Durchmesser von $200 \mu = 0,02 \text{ cm}$ ist sein Volumen $= \frac{4\pi r^3}{3} = 0,0000042 \text{ ccm}$. Von diesem Fassungsvermögen seien 60% von Kapillaren ausgefüllt, also einem Volumen von 0,0000025 ccm entsprechend. Besitzt die Kapillare einen Durchmesser von $12 \mu = 0,0012 \text{ cm}$, so entspricht dieses Volumen einer Kapillarlänge von 2,2 cm. Nimmt man an, daß sich das *Vas aff.* im Glomerulus in Gefäßschlingen von 400 μ Länge verzweigt, so ergeben sich 55 derartige Schlingen. Dadurch wird der Gesamtquerschnitt auf rund 75 qcm erhöht und die Blutgeschwindigkeit auf rund 1 mm herabgesetzt. Das Blut passiert demnach den Glomerulus in 0,4 Sekunden. Während dieser Zeit wird nach der heutigen Anschauung von den gesamten Glomeruli in einer Niere 1 ccm eiweißfreies Serum pro Sekunde abfiltriert. Der mittlere Durchfluß wird dadurch verkleinert (vgl. letzte Kolonne der Tabelle 5). Am Ausgange der Glomeruli resp. an der Wurzel des *Vas. eff.* ist die Konzentration des Blutes hinsichtlich des Eiweißes und der Formbestandteile am größten. Der Durchfluß beträgt hier noch 7,7 ccm pro Sekunde. Die Geschwindigkeit in diesen Gefäßen ist trotz der Eindickung doppelt so groß wie im *Vas. aff.*, weil der Querschnitt wesentlich kleiner ist. Das *Vas. eff.* spaltet sich in Zweige und löst sich ins eigentliche Kapillarnetz auf⁴⁾. Dieser Vorgang sowie die Ableitung des Blutes durch das Venensystem in die *Vena cava* ist auf der Tabelle 5 nicht mehr verzeichnet. Der Verzweigungsplan ist hier ungefähr gleich

³⁾ Nachträglich machte mich *Uehlinger* auf eine Arbeit seines Schülers *Bruetsch* aufmerksam, in der ebenfalls Messungen verschiedener Gefäße vorgenommen wurden. Die dort angegebenen Werte stimmen recht gut mit den von uns angenommenen überein.

⁴⁾ Bei unserer Darstellung wird die Blutpassage durch die *Art. verae rectae*, die wahrscheinlich unter physiologischen Verhältnissen keine wesentliche Rolle spielen, der Einfachheit halber nicht berücksichtigt.

wie im zuführenden Gefäßsystem, nur sind die Gefäßkaliber etwas größer und dementsprechend die Geschwindigkeiten kleiner. Im Kapillarsystem wird eine mittlere Geschwindigkeit von 0,05 cm angenommen.

Nach dieser Betrachtung des Geschwindigkeitsverlaufes soll die Änderung des Druckes untersucht werden. Hierzu gehen wir von der erweiterten Bernoulli-Gleichung aus. Sie lautet:

$$\frac{k_1 v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1 + h_1 + h'_1 + h''_1 \dots = \frac{k_2 v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z_2 + h_2 + h'_2 + h''_2 \dots$$

$\frac{k \cdot v^2}{2g}$ ist die Geschwindigkeitshöhe, der Koeffizient berücksichtigt das Geschwindigkeitsprofil. $\frac{P}{\gamma}$ bedeutet die Druckhöhe, z die Ortshöhe. h stellt den Energieverlust durch die gewöhnliche innere Reibung dar, h' , h'' usw. die zusätzlichen Verlustglieder infolge Krümmungen, Kaliberänderungen, Verzweigungen usw. Unter physiologischen Bedingungen ist aber:

$$\frac{k_1 v_1^2}{2g} - \frac{k_2 v_2^2}{2g} \approx (h'_2 + h''_2 + \dots) - (h'_1 + h''_1 + \dots)$$

d. h. der Energiegewinn infolge Abbremsung der Blutgeschwindigkeit nach der Peripherie hin reicht gerade aus, um die zusätzlichen Energieverlustglieder auszugleichen. Die Energiegleichung vereinfacht sich außerdem durch die Annahme, daß alle betrachteten Stellen der Nieren in einer Ebene liegen, was bei horizontaler Lage des Körpers annähernd zutrifft. Sie geht deshalb über in:

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} = h_2 - h_1$$

die aussagt, daß das Druckgefälle gleich dem Druckhöhenverluste infolge der gewöhnlichen Reibung im betrachteten Gefäßabschnitt ist. Die letzte Gleichung wird nun schrittweise auf die in den Arterienbildern der Tabelle 5 durch Schnittlinien begrenzten Gefäßabschnitte angewandt. Die Frage, ob zur Berechnung von h die Formel (4) oder (6) anzuwenden sei, entscheidet die Reynoldssche Zahl. Sie beträgt für die Nierenarterie

$$R = \frac{1,05 \times 54,6 \times 0,225}{0,06} = 215.$$

Da diese Zahl für alle andern Gefäße kleiner ist und für Blut, das als heterogene Flüssigkeit aufzufassen ist, die kritische Reynoldssche Zahl nach unseren Untersuchungen bei 800 liegt, ist im ganzen Organ Laminärströmung vorhanden. Es ist also die Formel (4) zu verwenden. Hiefür ist außer der Geschwindigkeit und des Gefäßradius, die wir der Tabelle 5 entnehmen können, Kenntnis des Zähigkeitskoeffizienten, der Länge des Gefäßabschnittes und der Dichte des Blutes notwendig. Letztere beträgt

1,05. Große Schwierigkeiten bereitete uns die Bestimmung der Längen, weil hierüber keine Angaben erhältlich waren. Die in der 9. Kolonne enthaltenen Längen stellen von uns distanzenmäßig, abgeschätzte Werte dar und sind betr. Zuverlässigkeit dementsprechend zu werten. Danach wäre die Gefäßstrecke vom Abgang der Aorta bis zum Eintritt ins Nierenparenchym $3 + 2 + 1,5 + 1 + 0,5 = 8$ cm und diejenige von letzterer Stelle bis zum Glomerulus $1 + 1 + 0,5 + 0,5 + 0,2 + 0,05 = 3,25$ cm lang.

Eine gewisse, allerdings nicht große, Ungenauigkeit liegt in der Wahl des Zähigkeitskoeffizienten. Wie die Kolonne 7 erkennen läßt, ist dieser Koeffizient keine Konstante, obwohl es sich um dasselbe Blut handelt. Er variiert zwischen den Grenzen 0,046 und 0,08. Dies rührt daher, daß bei heterogenen Flüssigkeiten keine Poiseuillesche Strömung, sondern eine Laminärströmung komplizierterer Art vorhanden ist, die mit der Geschwindigkeit und dem Rohrkaliber ändert. Der gestrichelte Koeffizient μ' trägt diesem Umstande Rechnung. Er muß experimentell ermittelt werden. Die Ungenauigkeit beruht nun darauf, daß unsere Untersuchungen in dieser Richtung nicht abgeschlossen sind. In der 8. Kolonne sind die berechneten Werte für den Druckhöhenverlust pro Längeneinheit angegeben. Wir sehen daraus, daß der Druckhöhenverlust in den größeren Arterien relativ klein ist. Irrtümer in unserer Schätzung des Arterien durchmessers und der Länge dieser Gefäßabschnitte machen sich nicht besonders stark geltend. Groß hingegen sind die Druckverluste in den Vasa aff. und Kapillaren und sehr groß in den Vasa eff. Falsche Taxation der Dimensionen dieser Gefäßbezirke führen zu falschen Überlegungen. Wir überlassen es dem Morphologen, die unserer Betrachtung zugrunde gelegten Werte kritisch zu beurteilen. In der Kolonne 10 sind die berechneten Druckhöhenverluste in den betrachteten Gefäßabschnitten angegeben. Darnach wäre der Druckhöhenverlust vom Anfange der Nierenarterie bis zum Ende des Vas afferens $1,5 + 1,64 + 1,08 + 1,03 + 0,9 + 2,14 + 6,35 + 3,62 + 4,5 + 2,14 + 8,1 = 33$ cm. Bei der Passage der Glomeruli würde ein Druckhöhenverlust von 7,6 und des Vas eff., wenn seine Länge $\frac{1}{2}$ mm geschätzt wird, ein solcher von 51,5 cm auftreten. Zur Passage des Kapillargebietes samt seiner Zu- und Ableitung zwischen den Vasa eff. und den Intralobularvenen wird eine Druckhöhe von 15 cm angenommen. Dieser Druckhöhenverlust ist als ein angenäherter Mittelwert aufzufassen. Die Berechnung stößt auf Schwierigkeiten, weil der Verlauf in der Rinden-, Grenz- und Markzone verschieden ist. In der Markzone z. B. ist die Reibung durch die Passage der Arteriae rectae spuriae vermehrt. Es scheint aber, daß dieser Energiemehrverlust durch entsprechende Erweiterung des dazugehörigen

Vas eff. kompensiert wird. Zur Rückströmung von den Intralobulärvenen bis zur Vena cava wird eine Druckhöhe von 12 cm benötigt. Unsere Schätzung der Gefäßdimensionen im Venengebiet ist noch unsicherer als diejenige der Arterien, weil für die ersteren überhaupt keine direkten Messungen vorliegen.

Für einen Durchfluß von 8,68 ccm Blut durch eine Niere wäre demnach eine Druckhöhendifferenz von rund 120 cm Blut resp. eine Druckdifferenz von 126 cm Wasser oder 93 mm Hg nötig. Ist in der Vena cava ein Überdruck von 2 mm Hg vorhanden, so müßte der mittlere Druck in der Aorta 95 mm Hg betragen. Dies trifft zu, wenn der systolische Druck 125 mm und der diastolische 80 mm Hg beträgt. Die Integration der entsprechenden Aortendruckkurve würde einen mittleren Druck von 95 mm Hg ergeben. Die geforderten Druckverhältnisse stimmen mit dem wirklichen Druck so gut überein, daß unsere theoretische Entwicklung an Wahrscheinlichkeit gewinnt.

Zusammenfassend wäre der Druckverlauf in der Niere bei der Annahme eines konstant erhaltenen Druckgefälles so, daß im Kapillarsystem der Glomeruli ein Druck von 85–95 cm, im eigentlichen Kapillarsystem aber ein solcher von 20–30 cm Wasser herrschen würde. Dieser Druckabfall erfolgt bei der Passage der Vasa eff., also zeitlich innerhalb einiger hundertstel Sekunden. Man könnte in Analogie zu einem Wasserfall hier von einem Blutfall zwischen dem Stausee der Glomeruli und demjenigen um die Nierenkanälchen sprechen, denn letztere werden vom 2. Kapillarnetz quasi umschlungen. Bei dieser Darstellung drängt sich aber der Gedanke auf, ob nicht dem sogenannten dünnen Schenkel der Henle-Schleife eine besondere Funktion zukomme. Er findet sich meist an der tiefsten Stelle gegen das Mark hin gelagert, an eine Stelle, an der ohnehin der Kapillardruck besonders niedrig ist. Wäre es nicht möglich, daß die dünne Wandung funktionell eine Dialysiermembran ähnlich der Glomerulumembran darstellt? Der primäre Urin (eiweißfreies Serum) würde so infolge des hohen Kapillardruckes durch die grobporige Membran der Glomeruli in die Bowmansche Kapsel abgepreßt, passiert das Hauptstück der Nierenkanälchen, in denen ein Stoffaustausch durch die begrenzenden Zellen erfolgt, gelangt in die Henle-Schleife und wird zum größten Teil ins Blut zurückgefiltert, weil hier der Kapillardruck sehr klein geworden ist, während der onkotische Druck infolge der Eindickung im Glomerulus größer wurde. Wird die Kanalwand als eine Dialysiermembran mit besonderer Ionenpermeabilität aufgefaßt, so wäre es denkbar, daß die Konzentrationsunterschiede verschiedener Stoffe im Blut und Urin im wesentlichen durch diese Passage auftreten. Der sekundäre Urin würde darauf den weiteren Abschnitt der Nie-

renkanälchen passieren, in dem wiederum ein Stoffaustausch erfolgen würde.

Zum Schlusse möchte ich erwähnen, daß eine spätere Berücksichtigung der Trägheitskräfte, die bei nicht stationären Strömungen erfolgen muß, das heutige Ergebnis ändern kann.

Demonstration stationärer Strömungen in Glas- und Stahlröhren sowie in Gummischläuchen.

Diskussion:

W. R. Heß (Zürich): Es ist sehr erfreulich, daß Herr *Müller* es wagt, physikalische Funktionen in der Symbolik mathematischer Formeln Medizinern vorzutragen. Es bedeutet dies ein Vorstoß gegen die unbegründete Abneigung eines quantitativen Denkens in biophysikalischen Belangen. Freilich ist die mathematische Erfassung biologischer Phänomene nur möglich unter vereinfachenden Annahmen. Trotzdem wird bei geeigneten Fällen eine fruchtbare Erkenntnis erreicht. Auch die natürliche Organisation ist auf Vereinfachung bedacht.

W. Frey (Bern): Der von dem Herrn Vortragenden festgestellte besonders hohe Strömungswiderstand im Bereich der Vasa efferentia der Nieren ist von besonderem Interesse, weil diese Gefäßabschnitte nach den Versuchen von Richards auf nervöse Reize (Adrenalin) besonders leicht ansprechen. Eine Verengung der Vasa efferentia setzt die Nierendurchblutung herab, führt aber gleichzeitig zu einer Steigerung der glomerulären Filtration. Es bleibt abzuklären, ob Renine als Produkt der Nierentätigkeit auf diese Art regulierend einzugreifen vermögen. Die pathologische Anatomie wird dem Verhalten der Vasa efferentia auch spezielle Aufmerksamkeit schenken müssen.

E. Rothlin (Basel): Der Vortragende kommt auf Grund der Anwendung der Blutströmungsgesetze auf die Verhältnisse an der Niere zum Ergebnis, daß der Kapillardruck in den Glomeruli mit 95 cm H₂O wesentlich größer, in den Vasa efferentia hingegen mit 15–30 cm H₂O wesentlich kleiner ist, als der kolloid-osmotische Druck. Nach dem Vortragenden ist somit anzunehmen, daß die physikalischen Druckverhältnisse an sich genügen, um sowohl die Filtration wie auch die Rückresorption zu erklären. Es erhebt sich nun die Frage, wie man diese Schlußfolgerung mit dem ungewöhnlich hohen O₂-Verbrauch der Nieren in Einklang bringen kann. Ist es doch bekannt, daß die Nieren ca. $\frac{1}{10}$ des gesamten O₂-Verbrauchs des Organismus beanspruchen. Wenn Filtration und Rückresorption rein physikalisch erklärt werden können, dann müßte dieser hohe O₂-Verbrauch mit andern biochemischen Prozessen in Zusammenhang gebracht werden, wofür uns zur Zeit die Unterlagen fehlen. Es wäre interessant, die Ansicht des Referenten dazu zu kennen.

E. Uehlinger (St. Gallen): Ich möchte den Vortragenden anfragen, wie sich die mit dem Alter zunehmende Schlingelung und der mit dem Alter zunehmende Wechsel in der lichten Weite der Arteriae lobulares in bezug auf die Abnahme des Druckgefälles in den Nieren auswirken.

C. Wegelin (Bern) macht darauf aufmerksam, daß im lebenden Körper die Strömungsverhältnisse in den Nieren noch durch die Sperrmechanismen am Übergang des Vas afferens zum Glomerulus kompliziert werden. Die betreffenden Polsterzellen vermögen durch ihre Anschwellung den Druck im Vas efferens noch weiter herabzusetzen. Aber es müssen durch Modellversuche, wie sie von Herrn *Müller* vorgeführt worden sind, zunächst die Grundlagen für unsere Kenntnisse über die Strömung geschaffen werden.

A. Müller (Fribourg), Schlußwort:

An *E. Rothlin* (Basel): Bei der vorgetragenen Hypothese werden die Nierenkanälchenzellen nicht als passive Begrenzungswand, sondern als, an der Harnbereitung, aktiv beteiligtes Epithel angesehen. Woran sich offenbar Herr *Rothlin*, übrigens mit Recht,

stößt, ist das Mißverhältnis zwischen dieser zugesprochenen Funktion und dem hohen Energieaufwand. Hierüber kann ich keine direkte Erklärung abgeben, möchte aber auf die großen Streuungen der Versuchsergebnisse hinsichtlich des Sauerstoffverbrauches hinweisen.

An *E. Uehlinger* (St. Gallen): Über den Einfluß pathologischer Veränderungen auf den Druckverlauf läßt sich nur etwas aussagen, wenn quantitative Angaben vorliegen. Eine Schlingelung des Gefäßes bei gleichbleibendem Innendurchmesser z. B. hätte einen höheren Druckabfall zur Folge. Gewöhnlich tritt aber eine Ausweitung des Gefäßes auf, die diese Wirkung kompensiert resp. überkompensiert.

Zusammenfassung

Der Vortrag will eine gewisse Übersicht über den Stand der jetzigen Kenntnisse über die stationäre Strömung geben und gleichzeitig auf die Bedeutung derselben für den Kreislauf hinweisen. Stationäre Strömung ist in einem Leitungssysteme dann vorhanden, wenn der Durchfluß in einem beliebig gewählten Querschnitte sich zeitlich nicht ändert. In einem theoretischen Teile werden die Strömungsgesetze entwickelt und auf verschiedene Modelle angewandt. In einem zweiten Teile werden die Gesetze auf den Nierenkreislauf übertragen unter der vereinfachenden Annahme, daß in demselben stationäre Strömung vorhanden sei. Bei dieser Berechnung erwies sich die heutige Annahme eines Durchflusses von 1500 Liter pro Tag durch beide Nieren als wahrscheinlich. Gleichzeitig ergaben sich interessante Resultate über die Druckverhältnisse insbesondere in den beiden Kapillarsystemen, die eine vorwiegend mechanisch bedingte Flüssigkeitsverschiebung zwischen den Blutkapillaren und Nierenkanälchen und umgekehrt vermuten lassen.

Résumé

Ce travail a pour but de donner un aperçu des connaissances actuelles sur l'écoulement stationnaire et d'en souligner l'importance pour le système circulatoire. Il y a «courant constant» dans un système de canaux quand le volume de liquide passant par une section quelconque ne subit pas de modification à des moments successifs. Dans la partie théorique les lois des écoulements sont exposées et appliquées à divers modèles. Dans une seconde partie, ces lois sont appliquées à la circulation rénale, en admettant, pour simplifier, qu'il y règne un courant constant. Il résulte que l'hypothèse actuelle d'un passage de 1500 litres par jour à travers les reins peut être considérée comme vraisemblable. En même temps il en découle des résultats intéressants, en particulier en ce qui concerne les conditions de pression dans les deux systèmes capillaires. Il semble qu'un déplacement de liquide d'origine principalement mécanique, entre les capillaires sanguins et les canalicules rénaux, ait lieu dans les deux sens.

Riassunto

Il presente lavoro ha lo scopo di dare un resoconto delle conoscenze attuali sull'argomento delle «correnti costanti» e di sottolinearne l'importanza per il sistema circolatorio. Si parla di una «corrente costante» in un sistema di canali quando il volume del liquido passando attraverso una regione qualunque non subisce modificazioni durante momenti successivi. Nella parte teorica sono esposte le leggi delle correnti che si applicano a diversi modelli. In una seconda parte queste leggi sono applicate alla circolazione renale, ammettendo per semplificare, che regna una corrente costante. Sembra che l'ipotesi attuale di un passaggio di 1500 litri al giorno attraverso i reni può essere considerato come molto probabile. Nello stesso tempo ci pervengano risultati interessanti, soprattutto per ciò che concerne le condizioni di pressione di due sistemi capillari. Sembra che uno spostamento di liquido di origine principalmente meccanica, tra i capillari sanguigni ed i canaletti renali, abbia luogo nei due sensi.

Summary

The lecture is a review of present knowledge on the constant flow of liquids and at the same time its importance with regard to the circulation is referred to.

A constant flow is present in a conduction system when the flow through a chosen part of vessel does not vary in time. In the theoretic part the laws governing blood flow are discussed and are applied to various models. In the second part these laws are applied to renal circulation, it being simply assumed that a constant flow exists in the kidneys. According to this calculation, the assumption that 1500 liters flow through both kidneys per day would appear to be probable. At the same time interesting results were obtained as to pressure conditions, particularly in both capillary systems. It seems that a displacement of fluid of mechanical origin, between the blood capillaries and renal canaliculi, occurs in both directions.