Zeitschrift: Die Eisenbahn = Le chemin de fer
Herausgeber: A. Waldner
Band: 12/13 (1880)
Heft: 15

Artikel: Beitrag zur Bogentheorie
Autor: Göbel, J.B.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-8620

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 14.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT: Beitrag zur Bogentheorie. Von Dr. J. B. Gœbel, Ingenieur der hessischen Ludwigs-Eisenbahn in Mainz. Mit Zeichnungen. (Schluss.). — Zur Sicherung des Eisenbahn-Betriebes. — Bericht über die Arbeiten an der Gotthardbahn im August 1880. — Revue: Nouvelle invention; Brücke bei Garabit. — Miscellanea: Concurrenz über den Entwurf einer festen Strassenbrücke über den Rhein bei Mainz; Neue Patente in Amerika. — Vereinsnachrichten: Stellenvermittelung.

Beitrag zur Bogentheorie.

Von Dr. *J. B. Gœbel*, Ingenieur der hessischen Ludwigs-Eisenbahn in Mainz.

(Schluss.)

12. Wir benützen nämlich die beiden characteristischen Punkte B und B' des Polarsystems, in Bezug auf welche sogenannte rechtwinklige Involutionen harmonischer Pole und Polaren entstehen, und die gewissermassen als die Brennpunkte des durch das Polarsystem dargestellten imaginären Kegelschnitts angesehen werden können. Dieselben liegen auf der verticalen oder auf der horizontalen Polaraxe, je nachdem $z_h \gtrless z_v$ ist.[7]) Der Abstand η derselben vom Mittelpunkt S findet sich aus der Formel

$$(22) \quad \eta = \sqrt{\pm z_h^2 \mp z_v^2} = \sqrt{\pm \frac{(\lambda m)^2}{3} \mp y_\sigma (y_\varrho - y_\sigma)}$$

worin die oberen oder unteren Zeichen zu nehmen sind, je nachdem $z_h \gtrless z_v$, d. h. je nachdem die Strecke η vertical nach oben und unten oder horizontal nach rechts und links aufzutragen ist. Eine entsprechende Regel gilt offenbar bezüglich der Abstände η', welche die den Brennpunkten B und B' im Polarsystem entsprechenden Geraden (Directrixen) b und b' vom Mittelpunkte S haben. Liegen die Punkte B und B' auf der verticalen Polaraxe, so finden sich die (Vertical-) Abstände der entsprechenden Directrixen vom Mittelpunkte S aus

$$(23a) \quad \eta' = \frac{z_v^2}{\eta} = \frac{z_v^2}{\sqrt{z_h^2 - z_v^2}}$$

Liegen die Brennpunkte auf der horizontalen Polaraxe, so ergeben sich die (Horizontal-) Abstände

$$(23b) \quad \eta' = \frac{z_h^2}{\eta} = \frac{z_h^2}{\sqrt{z_v^2 - z_h^2}}$$

Die constructive Verwendbarkeit eines solchen Punktes B ist evident. Soll z. B. zu irgend einem Punkte Q im Polarsystem die entsprechende Gerade q gefunden werden, so liefert die zum Strahl BQ im Punkte B Normale, durch ihren Schnittpunkt V mit der betreffenden Directrix b bereits einen Punkt der Geraden q. Die Anwendung der *beiden* Punkte B führt also ebenfalls zur vollständigen Lösung.

Die im Vorhergehenden skizzirte Rechnungsmethode soll nunmehr am Beispiel eines bestimmten symmetrischen Polygons practisch durchgeführt werden.

Der Deutlichkeit wegen wurde (Fig. 5) ein Polygon von nur sechs Seiten[8]) gewählt; man wird jedoch finden, dass auch bei einer grossen Anzahl von Polygonseiten die benöthigten Widerlagerreactionen ohne Schwierigkeit und verhältnissmässig rasch ermittelt werden können.

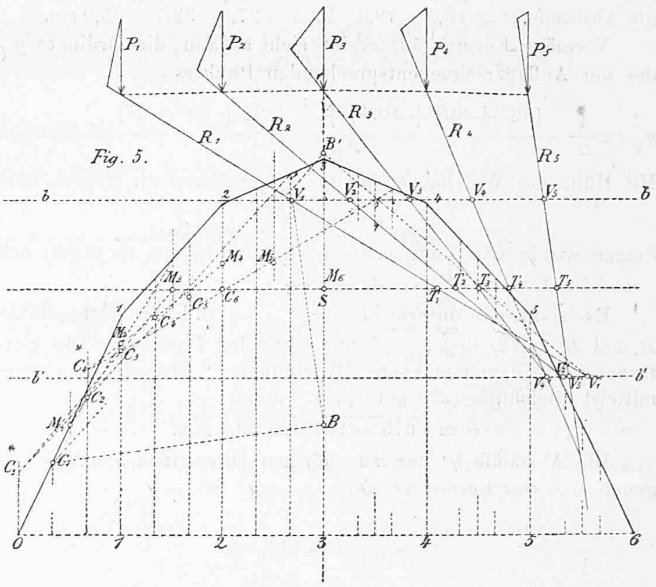
In der Figur beträgt die Längeneinheit λ (der Bogen kann in beliebigen Längen- und Höhenmasstäben gezeichnet sein) 15 *mm*. Ferner wurden angenommen

$$y_1 = y_5 = 32\,mm,\ y_2 = y_4 = 48\,mm,\ y_3 = 55\,mm.$$

7) Auf Seite 84 in letzter Nummer ist statt x_h und x_v überall z_h und z_v, ebenso ist auf gleicher Seite, Spalte 1 Seite 20 von unten, z_h anstatt x_n zu lesen.

8) In den practischen Fällen kann von dem Einflusse der Unstetigkeitsstellen (Eckpunkte) einer solchen Trägeraxe jedenfalls abgesehen werden.

Den in den §§ 4 und 5 angeführten Relationen gemäss wird man damit beginnen, jede der einzelnen Theilstrecken λ nochmals in zwei und in drei gleiche Theile zu theilen.



Auf den Theilverticalen $x = \frac{i\lambda}{2}$ $(i = 1 \ldots 6)$ liegen die Momentancentra $(0, i)^*$, welche ebenso leicht graphisch (§ 10) wie rechnerisch (Gleich. 10) erhalten werden können. Rechnend wird man in jedem Falle (eventuell zur Controle der graphischen Ermittelungen) den Mittelpunkt S (Gleich. 11) bestimmen. Die Momentancentra $(0, i)^*$ sind mit M_i bezeichnet.

Auf den Theilverticalen $x = \frac{i\lambda}{3}$ $(i = 1 \ldots 6)$ liegen die Momentancentra $(0, i)\, i$, deren Bestimmungsweise in § 9 erläutert ist und welche die Bezeichnungen C_i tragen.

Da bei symmetrischem Bogen die „Schnittlinie der Kräfte" gleichfalls eine symmetrische Curve ist, so braucht man zur Construction der Widerlagerreactionen nur die Momentancentra $(0, i)\, i$ von $i = 1$ bis $i = m$. Es wurden jedoch in der Figur, um ein Bild der „Curven der Momentancentra" zu geben, die sämmtlichen Punkte M_i und C_i bestimmt. Für Bogenstücke $(0, i)$ von symmetrisch gelegenen Endpunkten i resultiren Momentancentra, die nicht unabhängig von einander sein können. Man findet in dieser Hinsicht leicht, dass die Abstände zweier solcher Momentancentra M_i und M_{2m-i} von der horizontalen Polaraxe sich umgekehrt verhalten wie die Zahlen i und $2m - i$ und dass die Abstände zweier solchen Momentancentra C_i und C_{2m-i} von der horizontalen Polaraxe sich umgekehrt verhalten wie die Quadrate jener Zahlen. Je zwei solcher Momentancentra M_i liegen auf entgegengesetzten Seiten, alle Momentancentra C_i auf der gleichen Seite der horizontalen Polaraxe.[9])

Es soll nun zunächst die Ordinate y_σ des Mittelpunktes S, d. h. die Ordinate der Punkte M_6 und M_3 berechnet werden. Durch Einführung der gegebenen Zahlenwerthe in Formel (11) erhält man

$$y_\sigma = \frac{2 \,.\, 32 + 2 \,.\, 48 + 55}{2 \,.\, 3} = \frac{215}{6} = 35 \,.\, 8\,mm.$$

Die Lage der horizontalen Polaraxe ist hierdurch vollständig bestimmt. Die auf derselben liegenden Punkte T_1 der Widerlagerreactionen R_i können demnach mittelst Gleichung (20) schon an dieser Stelle gefunden werden. Setzen wir in dieser Gleichung $\lambda = 15$, $m = 3$, so ergibt sich

$$\xi' = \frac{135}{9 - i}$$

9) Etwas abweichend von der üblichen Terminologie sind in der vorliegenden Arbeit als „auf ein Bogenstück wirkende (äussere) Kräfte" kurz die ausserhalb des unbeweglich gedachten (linken) Endquerschnitts des betreffenden Bogenstücks angreifenden Kräfte bezeichnet, was jedoch zu Missverständnissen kaum Veranlassung gegeben haben dürfte.

worin für die verschiedenen Momentancentra C_i, $i = 1$ bis 6 zu setzen ist. Es finden sich bezüglich der Momentancentra

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
die Abstände $\xi' =$	16,9	19,3	22,5	27,0	33,7	45,0 *cm.*

Vermöge Formel (14) ergibt sich sodann die Ordinate y_ϱ des der Auflagersehne entsprechenden Punktes

$$y_\varrho = \frac{1}{2} \; \frac{[32^2 + 80^2 + 103^2] + \frac{1}{3}[32^2 + 16^2 + 7^2]}{215} = 43{,}0\, mm.$$

Mit Hülfe der Werthe von y_σ und y_ϱ berechnen wir (Gleich. (21)

$$\varkappa_v^2 = 257{,}8$$

Setzen wir in Gleichung (19) $m = 3$, $\lambda = 15\, mm$, so ergibt sich

$$\varkappa_h^2 = 675.$$

Es ist also in unserm Falle $\varkappa_h > \varkappa_v$, d. h. die Brennpunkte B und B' (§ 12) liegen auf der verticalen Polaraxe. Die Entfernungen η derselben vom Mittelpunkte S können etwa vermittelst Gleichung (22) gerechnet werden —

$$\eta = \sqrt{675 - 257{,}8} = 20{,}4\, mm.$$

Die Abstände η' der zugehörigen Directrixen b und b' ergeben sich aus Formel (23a)

$$\eta' = \frac{257{,}8}{20{,}4} = 12{,}6\, mm.$$

Diesen Maassen entsprechend sind in der Figur die beiden Brennpunkte B, B' mit ihren Directrixen b, b' eingezeichnet. Mit V_i wurden die auf der Geraden b, mit V'_i die auf der Geraden b' gelegenen Punkte der Widerlagerreactionen R_i bezeichnet. Die Punktepaare $C_i\, V_i$ werden — wie in der Figur bezüglich des Punktes C_1 angedeutet ist — aus dem Punkte B, die Punktepaare $C_i\, V'_i$ werden aus dem Punkte B' durch *rechte Winkel* projicirt (§ 12).

Vermittelst der drei Punte T_i, V_i und V'_i, welche sich so für jede Widerlagerreaction ergeben, kann diese in allen Fällen sehr genau bestimmt werden.

In den meisten Fällen der Praxis wird zwar $\varkappa_v$ im Verhältniss zu $\varkappa_h$ sehr klein werden. So wird z. B. für einen Parabelbogen von der Spannweite l und dem Pfeil f

$$\varkappa_h = 0{,}288\, l, \quad \varkappa_v = 0{,}298\, f.$$

Setzen wir etwa $\frac{f}{l} = 0{,}1$, so wäre auch $\frac{\varkappa_v}{\varkappa_h}$ ungefähr gleich 0,1. Der Abstand der Punkte B von S würde sehr gross, der Abstand der Directrixen b von S daher sehr klein werden, d. h. die zur Bestimmung der Widerlagerreactionen dienenden Punkte T_i, V_i und V'_i würden sehr nahe bei einander liegen, die Widerlagerreactionen selbst könnten also nur ungenau bestimmt werden.

Allein es liegt ganz in der Hand des Zeichners, durch eine passende Höhenverzerrung, die ja an und für sich wünschenswerth erscheint, in jedem Falle ein für die Construction günstiges Verhältniss der Grössen $\varkappa_h$ und $\varkappa_v$ herbeizuführen.

Bei einer Höhenverzerrung muss von vorneherein gefordert werden, dass die horizontalen Distanzen, die in der Zeichnung nicht mehr genau abgegriffen werden können, anderweitig gegeben seien. Dies ist auch nach dem Früheren in Betreff der Momentancentra C in sehr einfacher Weise der Fall.

Sehr leicht kann man für den Bogen Längen- und Höhenmasstab so wählen, dass $\varkappa_v > \varkappa_h$ wird. Dann liegen die beiden Brennpunkte B auf der horizontalen Polaraxe; die beiden entsprechenden Directrixen, auf welchen die Bestimmungsaxe V_i und V'_i der Widerlagerreactionen liegen, sind Verticalen, *deren Abstand von der Symmetrieaxe genau gerechnet werden kann.*

Die Reactionen können füglich an dem in einem und demselben Masstabe aufgetragenen Bogen wieder eingezeichnet werden, ohne dass in Betreff der Längenverhältnisse eine Ungenauigkeit zu befürchten wäre.

Die Aufgabe, die wir behandelt, setzte Symmetrie und feste Enden des Bogens und die meist nur annähernd zutreffende Beziehung voraus $J \cos \varphi = const.$

Die Art der Lösung dürfte jedoch erhellen, dass es auch im ganz allgemeinen Falle stets von Vortheil sein wird, bei der Construction der Widerlagerreactionen die sich darbietenden Beziehungen zur Theorie der unendlich kleinen Rotationen im Auge zu behalten.[10])

Zur Sicherung des Eisenbahn-Betriebes.

Wenn wir in unserer letzten Nummer die Behauptung aufgestellt haben, es geschehe im Ausland für die Erhöhung der Sicherheit im Betrieb der Eisenbahnen mehr als bei uns, so hatten wir hiezu unsere triftigen Gründe. Nicht nur gehen die meisten der auswärtigen Eisenbahngesellschaften in ihrem eigenen und wohlverstandenen Interesse mit aller Energie daran, zweckmässige und bewährte Verbesserungen bei sich einzuführen, sondern es sorgen auch die staatlichen Ueberwachungsbehörden dafür, dass der Betrieb ein möglichst sicherer werde. So ist beispielsweise in Preussen erst vor einem Monat die Revision der Bahnanlagen zum Gegenstand eines neuen Ministerialrescripts geworden. Schon im Jahre 1873 hatte ein Erlass des Handelsministers darauf hingewiesen, dass es geboten erscheine, *der Unterhaltung der Bahnanlagen, insbesondere des Oberbaues, die äusserste Sorgfalt zuzuwenden*, und in dieser Beziehung durch periodische resp. ausserordentliche, durch Commissarien der Direction vorzunehmende Revisionen der Bahnstrecken eine eingehende Controle auszuüben. Die in Folge dessen vorgenommenen Revisionen haben seitdem zwar alljährlich stattgefunden, scheinen jedoch mehr allgemeiner Natur gewesen zu sein und sich auf das Detail nur ausnahmsweise erstreckt zu haben. Der Minister der öffentlichen Arbeiten hat nun, wie die „Zeitschrift des Vereins deutscher Eisenbahnverwaltungen“ in ihrer Nr. 74 berichtet, durch Circularerlass vom 4. September angeordnet, dass eine in das kleinste Detail eingehende Revision mindestens auf einzelnen dazu herausgegriffenen Strecken des Bahncomplexes vorgenommen werde. Die kgl. Eisenbahndirectionen, Commissariate und Commissarien sind desshalb angewiesen worden, sowohl bei den periodischen Bahnrevisionen als auch ausser der Zeit derselben, einzelne beliebig auszuwählende Strecken des unterstellten Bahnbezirks durch einen technischen Commissar einer ganz speciellen und eingehenden Revision zu unterwerfen. Dieselbe hat sich nicht allein auf den Zustand des Bahnplanums und aller Nebenanlagen, der Bauwerke und des Oberbaues zu erstrecken, sondern ist auch auf die bei *Unterhaltung des Oberbaues*, insbesondere bei Auswechselung *der Schienen und Schwellen* und der Erneuerung ganzer Geleisestrecken angewendeten Methoden und die dafür etwa gegebenen speciellen Instructionen, sowie auf *die Signaleinrichtungen* und deren Handhabung auszudehnen. In Bezug auf den Oberbau ist insbesondere die Beschaffenheit der Schienen, Schwellen und der Befestigungsmittel, die Unterbettung und Entwässerung, die nivellitische Lage der Geleise, die Spurweite, die Ueberhöhung in den Curven und die Vermittelung der Uebergänge aus letzteren in gerade Linien einer sorgfältigen Prüfung zu unterziehen. In gleicher Weise wie einzelne Bahnstrecken sind einzelne der im Betriebe befindlichen, beliebig herauszugreifenden Locomotiven und Wagen der verschiedenen Kategorien durch einen Commissar in allen Details einer eingehenden Revision zu unterwerfen, welche — soweit dies zur Erreichung des Zweckes erforderlich — in einer geeigneten Werkstatt vorzunehmen ist. Wahrgenommenen Missständen ist sofort abzuhelfen, und nicht zu versäumen, die Revision auch weiter auszudehnen, sofern das Ergebniss solches angezeigt erscheinen lässt. Ueber den Befund jeder dieser speciellen Revisionen ist stets ein Protocoll aufzunehmen, welches dem Minister zur Kenntniss zu bringen ist.

10) Dass Fig. 1, was auch an deren Aufschrift ersichtlich, schief in den Text eingestellt wurde (die Kraft K soll eine beliebige, nicht gerade eine Verticalkraft repräsentiren), dass ferner in § 8 zwei Gleichungen unbezeichnet blieben und in Gleichung (14) zwei leicht zu verbessernde Druckfehler unterlaufen sind, wird dem Leser nicht entgangen sein. Weiter muss in Fig. 4 der untere der beiden Punkte C_n durch die Bezeichnung $C_n{}^*$ unterschieden werden.