

Kinematische Theorie der statisch bestimmten Träger

Autor(en): **Land, Robert**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **9/10 (1887)**

Heft 26

PDF erstellt am: **29.06.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-14438

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

INHALT: Kinematische Theorie der statisch bestimmten Träger. Von Robert Land in Dresden. — Miscellanea: Die eidgenössischen Räthe. Schweizerisches Gewerbeblatt. Zahnradbahn in Langres. Schweizerischer Bundesrath. Münster zu Alt-Breisach. Münster zu Ulm. Ausstellungen in Wien. — Concurrenzen: Dom zu Bremen. Naturhistorisches Museum in Münster (Westfalen). — Preisausschreiben: Der Verein zur Beförderung des Gewerbefleisses in Preussen. Apparat zur Verwerthung von Naphta-Rückständen. — Necrologie: † Carl Schmidt. † Carl von Kurtz. — Vereinsnachrichten. Stellenvermittelung.

Kinematische Theorie der statisch bestimmten Träger.

Von *Robert Land* in Dresden.

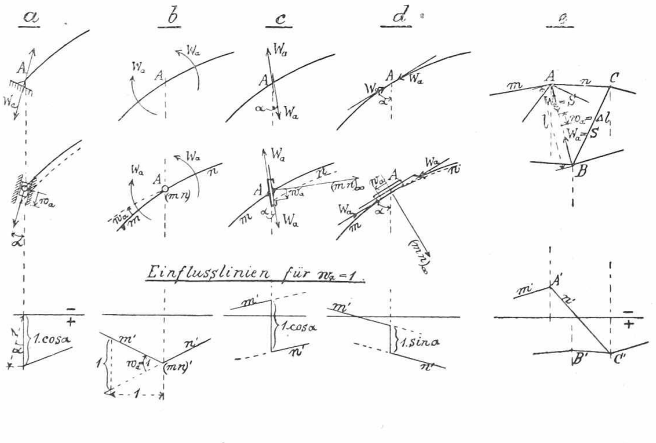
In zwei Aufsätzen vom Mai und November des Jahrgangs dieser Zeitung wird von Herrn Prof. Müller-Breslau ein kinematisches Verfahren zur Ermittelung der Stabspannungen und Auflagerdrücke von statisch bestimmten Trägern angewandt, welches auch in der zweiten Auflage der Graphischen Statik des genannten Verfassers Aufnahme finden soll. Da in beiden Arbeiten von meinem früheren Hinweis der kinematischen Behandlungsweise derartiger Träger keine Erwähnung gethan wird, gestatte ich mir die nachfolgenden Mittheilungen zu machen.

In einer im Januar d. J. im „Wochenblatt für Baukunde“ erschienenen (auch Herrn Prof. Müller-Breslau überreichten) Abhandlung: „*Die Gegenseitigkeit elastischer Formänderungen als Grundlage einer allgemeinen Theorie der Einflusslinien aller Trägerarten, sowie einer allgemeinen Theorie der Träger überhaupt*“ wies ich ganz allgemeine Beziehungen zwischen der, von äusseren Ursachen z. B. Kräften, an einer bestimmten Stelle A eines ganz beliebigen Trägers erzeugten *statischen Wirkung* W_a nebst ihrer *zugehörigen beabsichtigten Formänderung* w_a und den hierbei entstehenden *Verschiebungen der Kraftangriffspunkte* in der Kraftrichtung nach. Beziehungen, welche durch das dort abgeleitete allgemeine *Gesetz der Gegenseitigkeit elastischer Formänderungen* ausgedrückt werden. Besteht die äussere Ursache nur aus einer wandernden Einzellast P, so lassen sich diese Beziehungen durch einen einfachen, sehr allgemeinen Satz über die Einflusslinien der statischen Wirkungen ausdrücken, der hier gleich in der Form gegeben werden möge, wie er für statisch bestimmte Träger gilt:

I. Die Einflusslinie irgend einer statischen Wirkung W_a bei einer beliebigen Stelle A eines Trägers für eine über denselben wandernde Einzellast $P = 1$ ist gleich der Biegungslinie des Trägers, welche entsteht, wenn die bei A beabsichtigte, zu W_a gehörige Formänderung w_a eine Grösse gleich der zeichnerischen Darstellung der wandernden Einzellast: $w_a = P = 1$ annimmt, wobei die Auflagerbedingungen im Uebrigen erfüllt bleiben müssen und Durchbiegungen nach abwärts positiv, nach aufwärts negativ zu rechnen sind.

Unter „*Biegungslinie*“ ist hierbei die Linie der senkrechten Durchbiegungen oder Verschiebungen verstanden, welche entsteht, wenn man letztere von einer Geraden, *Nulllinie* genannt, unter den einzelnen Trägerpunkten aufträgt. Unter „statischer Wirkung und zugehöriger Formänderung“ wird hierbei verstanden, Fig. 1, *(a—e)*:

Fig. 1.



a) ein *Auflagerdruck* und die beabsichtigte *Verschiebung* des Auflagerpunktes in der Druckrichtung;

b) ein *Biegungsmoment* und die beabsichtigte gegenseitige Verdrehung der zugehörigen benachbarten Trägertheile,

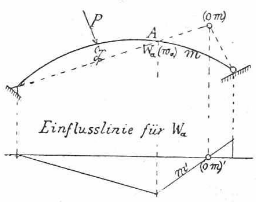
c) eine *Schubkraft* und die beabsichtigte gegenseitige *Parallelverschiebung* der zugehörigen benachbarten Trägertheile;

d) eine *Längskraft* (Normalkraft) und die beabsichtigte *Längenänderung* in der Trägeraxe oder, was dasselbe ist, die gegenseitige (parallele) Verschiebung der benachbarten Trägertheile in der Längsrichtung (ineinander);

e) eine *Stabspannung* bei Fachwerken und die beabsichtigte *Stabverlängerung*,

In der genannten Arbeit wurde bemerkt (S. 25), dass die Ermittelung der Einflusslinien für statisch bestimmte Träger ohne Zuhülfenahme der Kräftelehre erfolgen kann und ganz in das Gebiet der *geometrischen Bewegungslehre* (oder Kinematik) gehört *). Dies folgt unmittelbar aus dem *Sinne* des Satzes I. Denn indem man die *beabsichtigte Formänderung* w_a *ermöglicht,* und zwar durch Einführung eines Gelenkes im Falle *b,* bezw. Einführung einer Gleitverbindung (kinematisch Prismenverbindung oder Richtpaarung genannt) in Richtung der gesuchten Kraft in den Fällen *a, c, d,* sowie Durchschneiden oder Wegnehmen des betreffenden Stabes im Falle *e,* geht der starre Träger in eine *einfach bewegliche Gliederverbindung* oder zwangläufige kinematische Kette über. Der Beweis des allgemeinen Satzes I ergiebt sich nun (nach dem in meinem früheren Aufsatze angegebenen Verfahren) einfach wie folgt:

Fig. 2.



Wirkt auf den Träger (Fig. 2) nur eine einzige Kraft P, welche bei A eine statische Wirkung W_a verursacht, so löse man die Starrheit bei A im Sinne der von W_a beabsichtigten Formänderung w_a d. h. führe den starren Träger in der angegebenen Weise in eine kinematische Kette über und bringe bei der beweglichen Verbindung bei A eine der gesuchten entgegengesetzt gerichtete Wirkung W_a an, welche das Eintreten der Formänderung w_a gerade *verhindert.* Verschiebt sich bei einer äusserst klein gedachten Formänderung w_a der Kraftangriffspunkt von P in Richtung von P um δ_p (Projection der wirklichen Verschiebung auf die Kraftrichtung), so ist die Bedingung des Gleichgewichtes nach dem Satze von den gedachten möglichen Verschiebungen: $-W_a w_a + P\delta_p = o$, also:

$$1) \qquad W_a = \frac{1}{w_a} P\delta_p$$

Setzt man $P = 1$ und $w_a = 1$ d. h. macht man die Formänderung w_a gleich der zeichnerischen Darstellung von $P = 1$, so wird

$$2) \qquad W_a = 1 . \delta_p \text{ d. h.}$$

*) Die dort angekündigte grössere Arbeit über diesen Gegenstand wurde bereits vor längerer Zeit der Redaction der Zeitschrift des Architecten- und Ingenieur-Vereins zu Hannover eingereicht, aber als für diese Zeitschrift zu umfangreich zurückgewiesen. Dieselbe wird im 1. Hefte der Zeitschrift des Oesterr. Ingenieur- und Architecten-Vereins für 1888 erscheinen.

die statische Wirkung W_a wird dargestellt durch die Verschiebung δ_p des Kraftangriffspunktes in der Kraftrichtung.

Für eine senkrecht wirkende über den ganzen Träger wandernde Einzellast $P = 1$ ergiebt sich hieraus sofort der Satz I.

Macht man die Formänderung w_a nicht gleich 1, sondern lässt sie zunächst noch unbestimmt, indem man eine *beliebige*, die Auflagerbedingungen im Uebrigen erfüllende Verschiebung der kinematischen Kette annimmt und *nachträglich* die hierbei entstehende Grösse von w_a feststellt, so ergiebt sich W_a, wenn gleichzeitig verschiedene Kräfte P wirken, nach Gleichung 1) zu

$$1^{a}) \qquad W_a = \frac{1}{w_a} \Sigma P \delta_p.$$

Dies ist die allgemeine, für jede statische Wirkung W_a geltende Gleichung, aus welcher sich sofort W_a ergibt, wenn w_a und δ_p auf kinematischem Wege ermittelt sind. Der von Hrn. Prof. Müller-Breslau im Mai d. J. auf Seite 122 für Fachwerke angegebene Beweis der Gleichung $\Sigma Pc = o$ ist nur eine umständlichere Fassung dieses von mir früher angeführten einfacheren Beweises.

Durch die äusserst klein angenommene kinematische Formänderung w_a [= 1] wird sich jedes einzelne starre Trägerstück m oder Glied der kinematischen Kette um einen gewissen Punkt der, mit den festen Auflagern oder Stützpunkten fest verbunden gedachten Zeichnungsebene oder Stützebene E_o drehen; dieser Punkt ist der *„Pol des Gliedes m gegen die feste Zeichnungsebene* E_o und wird kurz mit $(m\,o) \equiv (o\,m)$ bezeichnet; er ist der Schnittpunkt der Senkrechten zu den Verschiebungsrichtungen zweier Punkte des Gliedes m. Mit Benutzung dieser, nach bekannten Verfahren gewöhnlich leicht zu ermittelnden Pole lassen sich die Einflusslinien als Biegungslinien sehr bequem ermitteln; denn da die senkrecht unter den Polen befindlichen Trägerpunkte keine senkrechte Verschiebung besitzen (sondern nur eine wagerechte), folgt sofort die wichtige Beziehung:

II. Der zu jedem starren Trägerstück m gehörige Theil m' der (darunter gezeichneten) Einflusslinie schneidet die Nulllinie senkrecht unter dem Pol $(o\,m)$; vergl. Fig. 2.

Weiter ergibt sich durch rein kinematische Betrachtungen:

III^a. Die Theile der Einflusslinie, welche zu gelenkartig verbundenen Trägerstücken gehören, schneiden sich senkrecht unter dem zugehörigen Gelenkpunkt; überhaupt schneiden sich die zu zwei ganz beliebigen Gliedern m und n gehörigen Theile m' und n' der Einflusslinie senkrecht unter dem Pol $(m\,n)$; vergl. Fig. 1, *b* und *e*.

Sind zwei starre Trägerstücke durch eine *Gleitverbindung* mit einander verbunden, so dass sie sich gegenseitig parallel verschieben, so lässt sich eine derartige Gleitung durch eine Drehung um einen senkrecht zur Gleitrichtung befindlichen unendlich fernen Punkt ersetzen, welcher demnach als gemeinschaftlicher Pol für beide Trägerstücke aufgefasst werden kann, und daraus folgt unter Benutzung von Satz III^a:

III^b. Die Theile der Einflusslinie, welche zu gleitend verbundenen Trägerstücken gehören (bei Schub- und Längskräften) sind einander parallel und haben einen in der Lothrichtung gemessenen Abstand gleich der gegenseitigen Verschiebung in lothrechter Richtung, vergl. Fig. 1, *c* und *d*.

Die Polbestimmung)*. Das allgemeine von *Burmester* hauptsächlich begründete Verfahren der Polbestimmung kann auf zwei Arten geschehen, entweder unmittelbar mit Hülfe der durch die Anordnung der Glieder gegebenen Pole, oder mittelbar durch vorherige Aufsuchung der wirklichen Verschiebungen bezw. der, durch Rechtsdrehung derselben um 90° gebildeten sogenannten senkrechten Verschiebungen. Beide Verfahren werden durch Einführung folgender Bezeichnungsweise übersichtlich gestaltet:

$l \,|\, A$ bedeutet eine Linie l, welche durch einen Punkt A geht,

$a \,|\, b$ bedeutet den Schnittpunkt der Geraden a und b,

$\dfrac{A-B}{C-D}$ bedeutet den Schnittpunkt zweier Verbindungslinien $A-B$ und $C-D$.

Aus der Beziehung, dass die 3 Pole je dreier beliebigen Glieder auf einer Geraden liegen, folgt das allgemeine Verfahren der Polbestimmung *erster* Art. Sucht man nämlich den Pol (mn) zweier Glieder m und n, so setze man dieselben einmal mit einem Gliede p, das andere Mal mit einem Gliede q in Beziehung; aus der Bedingung, dass (mn) sowol auf der Geraden $(mp) - (np)$ als auf $(mq) - (nq)$ liegen muss, folgt die *allgemeine Formel der Polbestimmung:*

$$(m\,n) = \frac{(m\,p) - (n\,p)}{(m\,q) - (n\,q)}, \text{ vergl. Fig. 3.}$$

Fig. 3.

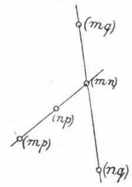
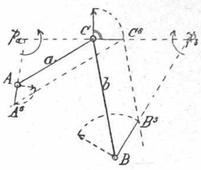


Fig. 4.



Sind für das *zweite* Verfahren die Endpunkte A^s, B^s der senkrechten Verschiebungen zweier zu zwei Gliedern a, b, gehörigen Punkte A und B gegeben, so ergibt sich der entsprechende Punkt C^s zu einem, beiden Gliedern gemeinsamen Gelenkpunkt C (nach Burmester) aus der Beziehung:

$$C^s = \frac{l \,|\, A^s \,\|\, AC}{l \,|\, B^s \,\|\, BC}; \text{ vergl. Fig. 4:}$$

der Schnittpunkt je zweier zu einem Gliede gehörigen senkrechten Verschiebungen liefert den Pol des Gliedes gegen das festgedachte Glied.

Jedes der beiden Verfahren hat gewisse Vor- und Nachtheile; ein Vortheil des ersten Verfahrens der Polbestimmung ist, dass man hierbei vielfach auch andere, eigentlich für die Ermittelung der Einflusslinien nicht nöthige Pole erhält, welche aber nach Satz III^a zu werthvollen Proben der Richtigkeit der Zeichnung benutzt werden können.

Beispiel:

Die verschiedenen Einflusslinien für den Bogenträger mit einem Scheitelgelenk G und zwei in verschiedener Höhe gelegenen Kämpfergelenken A, B bei einer wandelnden Einzellast $P = 1$ sollen ermittelt werden, Fig. 5.

Fig. 5.

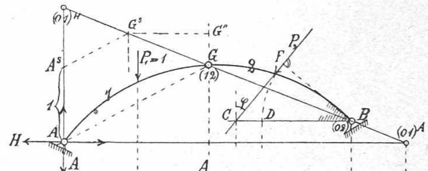


Fig. 6.

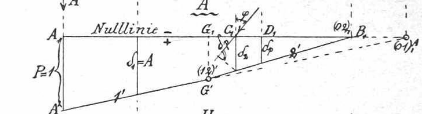
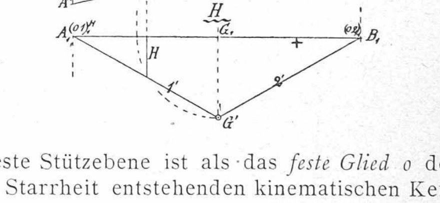


Fig. 7.



Die feste Stützebene ist als das *feste Glied o* der nach Lösung der Starrheit entstehenden kinematischen Kette aufzufassen.

*) Vergl. meinen Aufsatz: *Ueber die statische und geometrische Bestimmtheit der Träger*, insbesondere der Fachwerkträger“, Centralblatt der Bauverwaltung 1887, S. 363–370; auch als Sonderabdruck. Verlag von Ernst & Korn, Berlin, erschienen.

a) Die Einflusslinie des senkrechten Auflagerdruckes A ist gleich der Biegungslinie, welche entsteht, wenn die beabsichtigte *senkrechte Verschiebung* des festen Auflagers A eine Grösse $= 1$ annimmt, Fig. 6.

Die beweglichen Glieder AG und BG werden kurz mit 1 bezw. 2 bezeichnet. Von den Polen sind durch die Anordnung gegeben: $(02) = B$; $(12) = G$. Pol $(01)^A$ (der Verschiebung in Richtung A entsprechend) ergibt sich aus den Bewegungsrichtungen von A und G zu:

$$(01)^A = \frac{l \,|\, A \text{ wagerecht}}{(02)-(12)}.$$

Projicirt man jetzt die Pole $(01)^A$ und $(02) = B$ auf die darunter gezeichnete Nulllinie $A_1 B_1$, macht bedingungsgemäss die lothrechte Verschiebung $\overline{AA'} = 1$, so geht die Biegungslinie 1' durch $(01)_1^A$, wodurch G' und die Biegungslinie 2' bestimmt ist. Die unter einer Last $P_1 = 1$ befindliche Ordinate δ_1 gibt sofort die Grösse des erzeugten Auflagerdruckes A an, gemessen mit $\overline{AA'} = P = 1$ als der zeichnerischen Darstellung der Lasteinheit.

Für eine *schräge* Kraft P_2, welche mit der Lothrichtung einen Winkel φ bildet und am Gliede 2 angreift, ergibt sich der Auflagerdruck A nach Formel 2) zu $A = P_2.\delta_p$, wobei δ_p die Verschiebung des Kraftangriffspunktes in der Kraftrichtung ist. Als Angriffspunkt wählt man hierbei zweckmässig den Schnittpunkt C der Kraftrichtung mit der durch den zugehörigen Pol des Gliedes, hier (02), gezogenen Wagerechten, welche man mit dem Gliede 2 starr verbunden denkt. Die wirkliche Verschiebung von C ist nämlich lothrecht und gleich der darunter befindlichen Ordinate δ_2 der Biegungslinie, daher ist: $A = P_2.\delta_2 \cos\varphi = P_2 \delta_p$.

Noch einfacher erhält man δ_p als die Ordinate eines Punktes D_1, welcher von $(02)_1$ einen wagerechten Abstand $\overline{B_1 D_1} = \overline{BD} = \overline{BF}$ gleich dem senkrechten Abstand des zugehörigen Poles (02) von P_2 besitzt; denn die Verschiebung des zu dem Gliede 2 gehörig gedachten Punktes F ist gleich δ_p und gleich der Verschiebung aller Punkte, welche auf einem mit $\overline{BF}$ um $(02) = B$ geschlagenen (und mit 2 starr verbunden gedachten) Kreise liegen, also auch gleich der lothrechten Verschiebung des, auf der Wagerechten durch B befindlichen Punktes D. Da diese Beziehungen für alle Arten Einflusslinien gelten, so erkennt man, dass jeder Theil m' einer *Einflusslinie nicht nur für senkrecht wirkende Lasten, sondern in Verbindung mit dem zugehörigen Pol (o m) auch für beliebig gerichtete Kräfte sofort die statische Wirkung liefert.*

b) Die Einflusslinie des wagerechten Auflagerdruckes H ist gleich der Biegungslinie, welche entsteht, wenn die beabsichtigte *wagerechte Verschiebung* des Auflagers A (nach aussen) eine Grösse $= 1$ annimmt; Fig. 7.

Während die Pole (02) und (12) ungeändert bleiben, ergibt sich jetzt der Pol $(01)^H = \dfrac{l \,|\, A \text{ lothrecht}}{(02)-(12)}$, weshalb die Einflusslinie die gezeichnete Gestalt besitzen muss. Die senkrechte Durchbiegung $\overline{G_1 G'}$ von G ergibt sich hier am einfachsten durch Ermittelung der senkrechten Verschiebungen. Macht man deshalb $\overline{AA^s} = 1$, so findet man den zu G entsprechenden Punkt $G^s = \dfrac{l \,|\, A^s \,||\, AG}{B-G}$. Es ist nun $\overline{G_1 G'}$ gleich der lothrechten Projection der wirklichen Verschiebung von G oder gleich der wagerechten Projection der senkrechten Verschiebung; also $\overline{G_1 G'} = \overline{G^s G''}$.

c) Die Einflusslinie des Biegungsmomentes M_z um einen Punkt Z der Trägeraxe ist gleich der Biegungslinie, welche entsteht, wenn die um Z beabsichtigte *Verdrehung* eine Grösse $= 1$ annimmt.

Fig. 8.

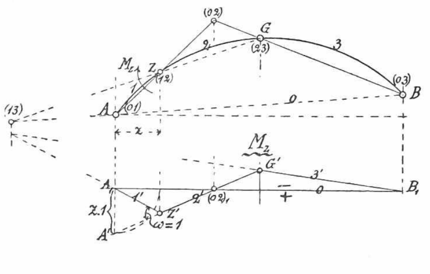


Fig. 9.

Die Verdrehung wird durch Anbringen eines Gelenkes bei Z ermöglicht, Fig. 8. Dadurch entstehen aber aus dem gegebenen starren Gliede AG zwei neue starre Glieder $AZ = 1$ und $ZG = 2$; das Glied BG werde deshalb jetzt mit 3 bezeichnet. Die so entstandene bewegliche Verbindung bildet, zusammen mit dem festen Gliede 0, welches hier durch einen starren Stab AB vertreten gedacht werden kann, ein *Gelenkviereck* und es ist daher:

$$\text{Pol}\,(02)^M = \frac{(01)-(12)}{(03)-(32)} = \frac{A-Z}{B-G}.$$

Es muss demnach die Einflusslinie die in Fig. 9 gezeichnete Gestalt haben. Verlängert man die Linie 2' bis zum Schnitt A', so ist $\sphericalangle A_1 Z' A'$ der (in Wirklichkeit äusserst klein gedachte und nur verzerrt dargestellte) Verdrehungswinkel $\omega = 1$ der beiden Glieder 1 und 2. Sonach ist $\overline{A_1 A'} = z.\omega = z.1$, womit die Einflusslinie bestimmt ist. Zeichnungsprobe: 1' und 3' müssen sich in einem Punkte schneiden, welcher senkrecht unter dem Pol $(13) = \dfrac{(01)-(03)}{(12)-(23)}$ liegt.

In ganz ähnlicher Weise erhält man auch die *Einflusslinie einer äusseren Faserspannung* des Querschnittes bei Z, indem man den hinzugefügt gedachten Gelenkpunkt nicht im Schwerpunkte des Querschnittes, sondern in dem, zu der betr. Faser gehörigen *Kernpunkt* K anbringt und die benachbarten Trägertheile um diesen Kernpunkt um einen Winkel $\omega = \dfrac{1}{Fk}$ dreht, wobei F den Querschnitt und k den Abstand des Kernpunktes vom Schwerpunkte bedeutet; vergl. meine früheren Mittheilungen im Wochenblatt für Baukunde 1887, S. 25.

d) Die Einflusslinie der Schubkraft V_z für den Punkt Z (senkrecht zur Tangente t an Z gerichtet) ist gleich der Biegungslinie, welche entsteht, wenn die bei Z beabsichtigte gegenseitige *Querverschiebung* der benachbarten Trägertheile eine Grösse $= 1$ annimmt; Fig. (10).

Fig. 10.

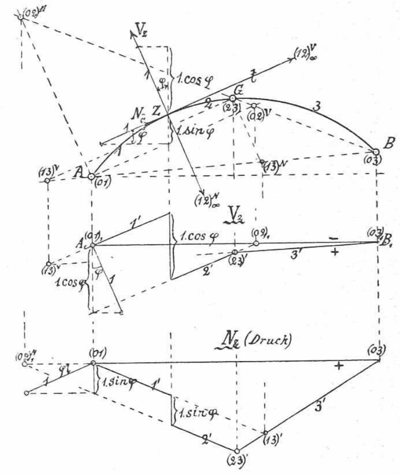


Fig. 11.

Fig. 12.

Der Pol (12) liegt in tangentialer Richtung unendlich fern und werde mit $(12)^V_\infty$ bezeichnet. Dann ergibt sich:

$$(02)^V = \frac{(01)-(12)^V_\infty}{(03)-(32)} = \frac{l \,|\, A \,||\, t}{B-G}.$$

Ist der Winkel zwischen t und der Wagerechten gleich φ, so ist die, durch die Parallelverschiebung bei Z um die Grösse 1 entstehende gegenseitige *lothrechte* Verschiebung der Trägerstücke 1 und 2 gleich $1.\cos\varphi$. Da ferner nach Satz III[b] die Biegungslinien 1' und 2' parallel sein müssen, ergibt sich die Fig. 10 gezeichnete Einflusslinie ohne weitere Erklärung. Zeichnungsprobe: 1' und 3' schneiden sich senkrecht unter dem Pol $(13)^V = \dfrac{(01)-(03)}{(12)^V_\infty-(23)}$.

e) Die Einflusslinie der Längskraft (Normalkraft) N_z für den Punkt Z ist gleich der Biegungslinie, welche entsteht, wenn die bei Z in Richtung von t beabsichtigte gegenseitige *Längsverschiebung* der benachbarten Trägertheile eine Grösse $= 1$ annimmt.

Der Pol (12) liegt jetzt in radialer Richtung (senkrecht zu t) unendlich fern und werde mit $(12)^N_\infty$ bezeichnet. Es ergiebt sich jetzt:

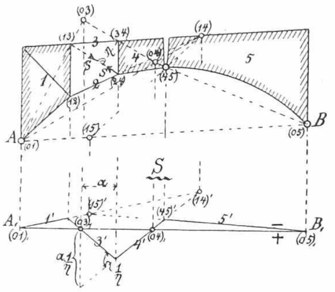
$$(02)^N = \frac{(01) - (12)^N_\infty}{(03) - (32)} = \frac{l \mid A \perp t}{B - G}.$$

Die durch die Parallelverschiebung bei Z in Richtung von t um die Grösse 1 erfolgende gegenseitige *lothrechte* Verschiebung der Trägerstücke 1 und 2 ist gleich $1 . \sin\varphi$. Da ferner die Biegungslinien 1' und 2' parallel sein müssen, ergibt sich die in Fig. 12 gezeichnete Einflusslinie. Zeichnungsprobe: 1' und 3' schneiden sich senkrecht unter dem Pol $(13)^N = \frac{(01) - (03)}{(12)^N_\infty - (23)}$.

f) Die *Einflusslinie der Spannung S eines Stabes l* eines Fachwerks ist gleich der Biegungslinie, welche entsteht, wenn die beabsichtigte *Stabverlängerung* $\varDelta l = 1$ wird, oder was dasselbe ist, wenn nach Wegnahme des Stabes die Vergrösserung $\varDelta l$ der Entfernung l eine Grösse $= 1$ annimmt.

Fig. 13.

Fig. 14.



Für das in Fig. 13 gezeichnete Bogenfachwerk mit 3 Gelenken soll die Einflusslinie der Spannung S der gestrichelten *Diagonale* ermittelt werden. Nach Wegnahme der Diagonale entstehen 5 gegenseitig bewegliche starre Glieder, wie die Zeichnung angibt. Durch die Anordnung sind gegeben die Pole (01), (05), (12), (13), (24), (34), (45); die anderen Pole werden folgendermassen gefunden:

$$(14) = 2 \mid 3 = \text{Schnittpunkt von 2 mit 3.}$$

$$(04) = \frac{(01) - (14)}{(05) - (45)}; \; (03) = \frac{(01) - (13)}{(04) - (34)}.$$

Hiernach muss die Einflusslinie für auf den Obergurt wirkende Kräfte die in Fig. 14 gezeichnete Gestalt haben; denn durch eine Verlängerung der betrachteten Diagonale um $\varDelta l = 1$ vergrössert sich der gegenüberliegende von 3 und 4 gebildete Winkel um eine Grösse $w = \frac{1}{\eta}$, wenn η die Länge der von (34) auf die Diagonale gefällten Senkrechten bedeutet (da man sich die Verlängerung $\varDelta l$ am Fusspunkte dieser Senkrechten allein wirksam denken kann), wesshalb auch der nach abwärts gerichtete Knickwinkel zwischen 3' und 4' die Grösse $\frac{1}{\eta}$ besitzt. Trägt man sonach unter $(03)_1$ von der Nulllinie aus die Ordinate $\alpha . \frac{1}{\eta}$ auf, wobei α der wagrechte Abstand der Pole (03) und (34) ist, so erhält man mit Leichtigkeit die gesuchte Einflusslinie, wie die Zeichnung angibt. *Zeichnungsproben* sind hierbei: der Schnittpunkt von 1' und 4' muss senkrecht unter (14), sowie der Schnittpunkt von 1' und 5' senkrecht unter $(15) = \frac{(01) - (05)}{(14) - (45)}$ liegen.

Durch Ermittelung der senkrechten Verschiebungen (im Burmester'schen Sinne) würde man in diesem Beispiele und vielen anderen nur auf wesentlich umständlicherem Wege zum Ziele gelangen. In manchen anderen Fällen empfiehlt es sich, zunächst eine beliebige, die sonstigen Bedingungen ausser $\varDelta l = 1$ erfüllende Biegungslinie zu zeichnen und *nachträglich* daraus die Längenänderung $\varDelta l$ zu ermitteln, sowie Formel 1'' anzuwenden, wie dies am Anfange des Aufsatzes bemerkt ist.

Auch auf verschiedenen anderen kinematischen Wegen gelangt man zu den Einflusslinien, wie dies im 1. Hefte der Zeitschrift des österr. Ing.- u. Arch. Vereins zu finden sein wird, so namentlich auch durch eine, von mir *„Polfigur der Verschiebungen“* genannte Figur, welche entsteht, wenn man von einem Punkte *O*, *Pol* genannt, die wirklichen bezw. senkrechten Verschiebungen nach Grösse und wirklicher bezw. dazu senkrechter Richtung aufträgt, welche Figur mit der gegebenen einfach beweglichen Figur in einfachen Beziehungen steht, aus denen sich z. B. die Aenderung $\varDelta \, A \, B$ der Entfernung zweier beliebigen Punkte *A*, *B* sofort ergiebt.

Die hier gegebenen kurzen Mittheilungen, lediglich Folgerungen meines früheren Aufsatzes, hätte ich ebenso gut bald nach Erscheinen desselben Anfang dieses Jahres veröffentlichen können, ich hielt dies jedoch nicht für nöthig, da ich mir das *Gedankenvorrecht der allgemeinen kinematischen Behandlungsweise* statisch bestimmter Träger, wie sich dieselbe nach meinen früheren Andeutungen aus dem Sinne der dort entwickelten Sätze ohne Weiteres ergiebt, genügend gewahrt zu haben glaubte (was hoffentlich von anderer Seite anerkannt werden wird) und weil ich andrerseits meiner späteren grösseren Veröffentlichung nicht weiter vorgreifen wollte. Die Hinzufügung des kinematischen Grundgedankens, dass sich bei der angenommenen Formänderung W_a jedes starre Trägertheil um den zugehörigen Pol dreht und deswegen die Einflusslinien als Biegungslinien aufgefasst, senkrecht unter den Polen die Ordinate Null besitzen müssen (was doch lediglich aus dem Hinweis der kinematischen Behandlungweise folgt), hielt ich deswegen für überflüssig, da ich mich in genannter Arbeit nur auf die Mittheilung *neuer Gedanken* beschränkte, deren weitere Ausführung, die auf verschiedenen Wegen erfolgen kann, der späteren Arbeit vorbehalten blieb, die Veröffentlichung derselben hat sich aber leider aus verschiedenen Ursachen verzögert, deren Beseitigung nicht in meiner Macht lag.

Schliesslich bemerke ich, dass ich die hier dargelegten Grundzüge der kinematischen Theorie statisch bestimmter Träger bereits Anfang Februar d. J. den Professoren Burmester, Fränkel und Mohr des hiesigen Polytechnikums privatim mitgetheilt und auch am 28. März d. J. im hiesigen Architekten- und Ingenieur- Verein vorgetragen habe.

Dresden, Anfang Dezember 1887.

Miscellanea.

Die eidgenössischen Räthe haben heute ihre Sitzungen geschlossen und werden im März zu einer ausserordentlichen Frühjahrssession zusammentreten. Ertheilt wurden die Eisenbahn-Concessionen Thunersee-Beatenberg, Ecluse-Plan und Therwil-Flühen. Betreffend des Verwaltungsgebäudes und der Festigkeitsprüfungsanstalt wurde dem nationalräthlichen Beschlusse zugestimmt, dagegen wurde ein bundesräthlicher Antrag auf Bestellung von Commissionen für die Vorberathung des Nordostbahn-Rückkaufes von beiden Räthen abgelehnt.

Schweizerisches Gewerbeblatt. Mit Ende dieses Jahres tritt Herr Arch. *Jung* in Winterthur von der Redaction des Schweizerischen Gewerbeblattes zurück, die er während acht Jahren in so vorzüglicher und uneigennütziger Weise geführt hatte. In seinem Abschiedswort an die Leser des Gewerbeblattes sagt Herr Jung: „Nur ungerne übernahmen wir im Jahre 1880 die Redaction des Blattes, weil wir uns wohl bewusst waren von der Schwierigkeit der übernommenen Aufgabe und weil wir uns keineswegs berufen fühlten, allen Anforderungen entsprechen oder den so vielseitigen Wünschen seitens des Gewerbestandes in jeder Beziehung gerecht werden zu können. Aus diesen Gründen erklärten wir uns damals nur zu einer provisorischen Uebernahme der Redaction bereit und wenn es aus dem Provisorium schliesslich ein achtjähriges Definitivum geworden ist, so lag einzig an den Verhältnissen die Schuld, nicht aber etwa in dem Wunsche, um jeden Preis die Würde eines Redactors zu besitzen; denn diese Würde ist oft und war auch für uns häufig sehr zweifelhafter Natur. Es war uns eben auch nicht erspart, hie und da recht dornenvolle Pfade zu wandeln, und wenn wir glaubten, in besten Treuen geschrieben zu haben, so mussten wir manchmal in Erfahrung bringen, dass man uns missverstanden hatte oder nicht verstehen