

Objekttyp: **TableOfContent**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **13/14 (1889)**

Heft 8

PDF erstellt am: **11.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

INHALT: Einige Aufgaben aus dem Gebiete der Trägheitsellipse. Von Professor W. Ritter. — Das Krematorium auf dem Centralfriedhof in Zürich. (II. Schluss.) — Neues aus dem Gebiete der Cartographie. — Patent-Liste. — Miscellanea: Die Mahlmachine Cyclon. Electricität als Zugkraft. Berechnung der Standfestigkeit hoher Bauwerke.

Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein. — Concurrenzen: Nationalmuseum in Bern. — Vereinsnachrichten. Stellenvermittlung. Hiezu eine Lichtdruck-Tafel: Krematorium auf dem Centralfriedhof in Zürich. Architect Stadtbaumeister A. Geiser.

### Einige Aufgaben aus dem Gebiete der Trägheitsellipse.

Von Professor W. Ritter.

Der Zweck nachfolgender Zeilen besteht darin, graphische Lösungen für einige specielle Aufgaben aus dem Gebiete der Trägheitsellipse anzugeben, die zur Zeit noch wenig oder gar nicht bekannt sind.

Wir stützen uns in unsern Entwicklungen auf folgenden Fundamentalsatz aus der Lehre von der Centralellipse:

Das Centrifugalmoment eines Systems von belasteten Punkten (bezw. einer geschlossenen Figur) in Bezug auf zwei beliebige Axen ist gleich der Summe sämtlicher Gewichte (bezw. gleich dem Flächeninhalte der Figur), multiplicirt mit dem Abstände des Schwerpunktes von der einen Axe und mit dem Abstände des Antipoles dieser Axe von der zweiten\*.)

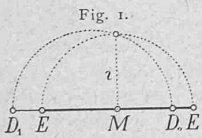
Aus diesem Hauptsatze ergibt sich unmittelbar folgender Nebensatz:

Ist das Centrifugalmoment eines Punktsystems (einer geschlossenen Figur) in Bezug auf zwei Axen gleich Null, so enthält jede dieser Axen den Antipol der andern.

Dieser ebenso einfache als fruchtbare Satz liegt allen nachfolgend beschriebenen Constructionsverfahren zu Grunde. Indessen lassen sich diese Verfahren auch rechnerisch ableiten, und wer nicht gewohnt ist, mit Antipolen und Antipolaren umzugehen, dem wird es nicht schwer fallen, die Richtigkeit der angegebenen Lösungen mit Hülfe algebraischer Rechnungen nachzuweisen.

1. Es sei die Centralellipse für zwei belastete Punkte zu zeichnen.

Die Ellipse für zwei belastete Punkte kann nur in der Richtung der Verbindungslinie eine von Null verschiedene Ausdehnung haben; sie schrumpft also zu einer einfachen Linie von bestimmter Länge zusammen.



Es seien  $D_1$  und  $D_2$  die gegebenen Punkte und  $M$  deren Schwerpunkt. Zeichnet man über  $D_1 D_2$  einen Halbkreis und errichtet man in  $M$  ein Loth, so wird auf diesem der Halbmesser  $i$  der Ellipse abgeschnitten; klappt man diese Strecke nach links und rechts herunter, so bekommt man die Endpunkte  $EE$  der gesuchten Centralellipse.

Legt man nämlich durch  $D_1$  und  $D_2$  zwei beliebige Geraden, so wird das auf diese bezogene Centrifugalmoment offenbar gleich Null; jede der beiden Geraden enthält demnach den Antipol der andern, das heisst, die Punkte  $D_1$  und  $D_2$  liegen in Bezug auf die Ellipse antipolar; sie bilden ein Paar der involutorischen Reihe, in welcher die Punkte  $EE$  das symmetrische Paar sind.

Rechnerisch lässt sich der Beweis wie folgt leisten: Bedeuten  $G_1$  und  $G_2$  die beiden Gewichte, so ist nach einfachen Regeln

$$M D_1 = \frac{G_2}{G_1 + G_2} \cdot D_1 D_2 \quad \text{und}$$

$$M D_2 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} \cdot D_1 D_2.$$

Auf  $M$  bezogen ist aber das Trägheitsmoment des Ganzen

$$(G_1 + G_2) i^2 = G_1 \cdot \overline{M D_1}^2 + G_2 \cdot \overline{M D_2}^2.$$

Setzt man obige Werthe von  $G_1$  und  $G_2$  ein, so ergibt sich

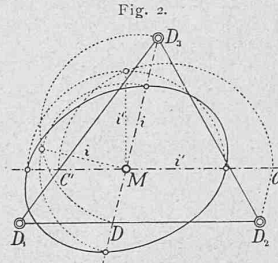
$$i^2 = M D_1 \cdot M D_2.$$

2. Es soll die Centralellipse für drei belastete Punkte gezeichnet werden.

\*) Vergl. Schweiz. Bauzeitung, Bd. XI, S. 122.

$D_1, D_2$  und  $D_3$  (Fig. 2) seien die gegebenen Punkte und  $M$  ihr Schwerpunkt.

Zunächst erhält man leicht zwei conjugirte Durchmesser der Ellipse, wenn man  $M$  mit  $D_3$  verbindet und durch  $M$  eine Parallele  $CC'$  zu  $D_1 D_2$  zieht; denn das Centrifugalmoment wird für diese zwei Durchmesser gleich Null. Da nämlich die Punkte  $D_1$  und  $D_2$  von  $CC'$  gleich weit abstehen, ihre Abstände von  $M D_3$  aber sich umgekehrt verhalten wie ihre Gewichte, so heben sich ihre Centrifugalmomente auf; dasjenige von  $D_3$  ist ohnedies gleich Null.



Das Centrifugalmoment verschwindet aber auch für die Linie  $D_1 D_2$  und eine beliebige durch  $D_3$  gelegte Gerade;  $D_3$  ist demzufolge der Antipol von  $D_1 D_2$ . Auf dem Durchmesser  $M D_3$  bilden somit die Punkte  $D$  und  $D_3$  wiederum ein Paar der durch die Ellipse bestimmten involutorischen Reihe; ein Halbkreis über  $D D_3$  schneidet demnach auf dem in  $M$  errichteten Lothe den Halbmesser  $i$  ab.

Um den andern Halbmesser  $i'$  zu finden, verbinde man  $D_1$  mit  $D_3$  und ziehe  $D_2 C$  parallel zu  $M D_3$ ; dann verschwindet für diese beiden Geraden wieder das Centrifugalmoment des Ganzen;  $C'$  ist somit der Antipol von  $D_2 C$ ; folglich schneidet der Halbkreis mit dem Durchmesser  $CC'$  über  $M$  die Strecke  $i'$  ab.

Hierdurch ist die Ellipse vollständig bestimmt. Leicht kann man aber dreimal so viele Elemente finden, indem man die Construction für die Durchmesser  $M D_1$  und  $M D_2$  und deren conjugirte wiederholt.

3. Es sei die Centralellipse für eine beliebige Anzahl belasteter Punkte bekannt und es soll ein neuer Punkt angeschlossen werden.

Die gestrichelt gezeichnete Ellipse  $M'$  sei gegeben und es soll der Punkt  $D$  damit verbunden werden; der gemeinschaftliche Schwerpunkt sei  $M$ .

Zunächst suche man in der gegebenen Ellipse den zu  $M'D$  conjugirten Durchmesser  $EE'$  und ziehe dazu eine Parallele  $CC'$  durch  $M$ ; dann bilden  $CC'$  und  $MD$  ein Paar conjugirter Durchmesser der neuen Ellipse; denn für die gestrichelte Ellipse liegt der Antipol von  $CC'$  auf  $MM'$ ; das Centrifugalmoment des Ganzen wird daher für die beiden Durchmesser gleich Null.

Die Halbmesser  $i$  und  $i'$  der neuen Ellipse findet man hierauf folgendermassen:

Man dreht zuerst den Halbmesser  $M'F$  der alten Ellipse um  $90^\circ$  nach  $M'G$  und zeichnet den rechten Winkel  $DGD'$ ; dann liegen  $D$  und  $D'$  in Bezug auf die alte Ellipse antipolar. Legt man durch diese Punkte Axen parallel zu  $EE'$ , so verschwindet daher für diese Axen das Centrifugalmoment des alten Systems und — da der neue Punkt  $D$  auf einer der Axen liegt — auch das gesammte Centrifugalmoment.  $D$  und  $D'$  liegen somit auch in Bezug auf die neue Ellipse antipolar und die Strecke  $i$  wird demgemäss durch einen Halbkreis über  $DD'$  abgeschnitten.

Man kann hierbei die Bestimmung von  $D'$  umgehen;

