

# Ueber das Flechtwerk

Autor(en): **Föppl, A.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **17/18 (1891)**

Heft 16

PDF erstellt am: **10.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-86106>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

INHALT: Ueber das Flechtwerk. — Wettbewerb für eine reform. Kirche auf der Bürglerterrasse in Enge bei Zürich. V. — Preisbewerbung zur Erlangung von Entwürfen für eine neue Kirche auf der Bürglerterrasse in Enge. — Geschwindigkeitsmesser für Locomotiven. — Correspondenz. — Preisausschreiben: Studie über die Entwicklung des preussischen Eisenbahnwesens. — Concurrenzen: Kirche in Giessen. — Nekrologie:

† Hans Müller. — Miscellanea: Der Eiffelthurm im Dienste der Wissenschaft. Schweizerisches Landesmuseum. Neues Bundesrathhaus in Bern. Für ein neues Zolldirectionsgebäude in Basel. Versuche über den Zugwiderstand von Schmalspurbahnen. Neues Postgebäude in Zürich. — Vereinsnachrichten: Stellenvermittlung.

## Ueber das Flechtwerk.

Von Dr. A. Föppel, Ingenieur in Leipzig.

In fernerer Verfolgung der in meiner Abhandlung in No. 13 dieser Zeitschrift dargelegten Untersuchungen gelangte ich zu einigen weiteren Resultaten, welche mir wichtig genug zu sein scheinen, um ein Zurückkommen auf diesen Gegenstand in so kurzer Frist zu rechtfertigen. Um die Geduld der Leser nicht zu sehr auf die Probe zu stellen, werde ich indessen nur die wichtigeren Punkte in gedrängter Form hervorheben und über die minder wichtigen mit einigen flüchtigen Andeutungen hinweggehen. Für später behalte ich mir eine Darstellung des Gegenstandes in grösserer Ausführlichkeit vor.

§ 1. Für die Behandlung des räumlichen Fachwerkes erweist sich ein engerer Anschluss an die bereits vollständig durchgearbeitete Theorie des ebenen Fachwerkes als sehr fruchtbar. Zunächst kann jedes ebene Fachwerk ohne Weiteres als ein räumliches Fachwerk angesehen werden, wenn man sich jedem Knotenpunkte desselben eine Auflagerbedingung (nämlich den Zwang in der betr. Ebene zu bleiben) vorgeschrieben denkt.

§ 2. Wie ich es schon in meiner „Theorie des Fachwerkes, Leipzig 1880“ gethan habe, werde ich hier sorgfältig zwischen Fachwerk und Fachwerkträger unterscheiden. Das in § 1 erwähnte ebene Fachwerk kann dann als ein schon theilweise festgehaltenes räumliches Fachwerk bezeichnet werden, das zu einem Träger wird, wenn man ihm noch drei weitere unabhängige Auflagerbedingungen vorschreibt.

§ 3. Aus den gewöhnlichen ebenen Fachwerken lassen sich andere räumliche Gebilde dadurch ableiten, dass man einzelne Auflagerbedingungen durch geeignet geführte Stäbe ersetzt. So erhält man z. B. ein stabiles statisch bestimmtes Fachwerk, wenn man ein eben solches ebenes aus einem ausserhalb der betr. Ebene liegenden Knotenpunkte projectirt, d. h. alle Knotenpunkte des ebenen Fachwerkes durch Stäbe mit dem neu hinzugekommenen Knotenpunkte verbindet. Entfernt man dafür alle Auflagerbedingungen, so ist das neue Gebilde nicht mehr wie das ursprüngliche theilweise festgehalten, da von den Verbindungsstäben drei zur Befestigung des neuen Knotenpunktes dienen und nur die übrigen die früher bestehenden Auflagerbedingungen ersetzen.

§ 4. Als einfachste Stufe des Fachwerkes ist das lineare Fachwerk anzusehen, d. h. ein durch Stäbe vereinigt System von Knotenpunkten, die alle gezwungen sind, auf einer geraden oder auch auf einer krummen Linie zu bleiben, bezw. das nur dann steif ist, wenn die genannte Bedingung erfüllt wird. Eine gewöhnliche Gelenkkette gibt ein Beispiel für ein statisch bestimmtes, lineares Fachwerk.

Die ebenen (oder allgemeiner gesagt die zweidimensionalen) Fachwerke lassen sich leicht aus solchen Gelenkketten ableiten und zwar auf zweifache Art. Man erhält nämlich z. B. ein ebenes Fachwerk, wenn man in dem oben angegebenen Sinne eine Gelenkkette aus einem ausserhalb liegenden Punkte projectirt oder indem man zwei Gelenkketten durch „Füllungsstäbe“ mit einander vereinigt. Der andere Weg besteht darin, dass man ein lineares Fachwerk mit einer gerade hinreichenden Zahl überzähliger Stäbe construirt, dessen Knotenpunkte gezwungen sind, auf irgend einer geschlossenen Linie (in einem eindimensionalen Raume) zu bleiben. Wenn die Zahl der überzähligen Stäbe passend gewählt ist, erhält man durch Ersatz jeder zweifachen Auflagerbedingung durch eine einfache sofort ein statisch bestimmtes zweidimensionales (ebenes) Fachwerk.

Dieselben beiden Wege führen auch zur Ableitung räumlicher Fachwerke aus den zweidimensionalen. Bisher ist vorwiegend nur der erste Weg (wie in § 3) beschritten worden, d. h. man hat räumliche Träger mit Hilfe von

ebenen Bindern zusammengesetzt. Hier werde ich den zweiten vorwiegend befolgen, d. h. räumliche Fachwerke aus übergeschlossenen zweidimensionalen Fachwerken herleiten.

§ 5. Von den leicht abzuleitenden Sätzen über die Verbindung von zwei ebenen Fachwerken oder von einem ebenen mit einem räumlichen oder schliesslich von zwei räumlichen zu einem neuen räumlich (d. h. ohne Auflagerbedingungen) stabilen Gebilde führe ich den folgenden an, der sich mir für Betrachtungen über Bildung räumlicher Fachwerkträger von grossem Nutzen erwies:

„Wenn von zwei räumlichen, statisch bestimmten Fachwerken jedes ein ebenes, statisch bestimmtes Fachwerk als Bestandtheil enthält und diese letzteren unter sich congruent sind, erhält man durch Aufeinanderlegen der räumlichen Fachwerke, so dass sich die congruenten ebenen Bestandtheile decken, ein neues statisch bestimmtes räumliches Fachwerk, sobald man die zur Deckung gebrachten Füllungsstäbe aus demselben entfernt.“

§ 6. Bei der Behandlung ebener Fachwerke spielt die Eintheilung in Gurtung und Füllung eine grosse Rolle. Aus § 4 folgt leicht, was beim räumlichen Fachwerk an die Stelle der Gurtung zu setzen ist. Entsteht es aus der Vereinigung von zwei ebenen Fachwerken durch Füllungsstäbe, so sind es die ebenen Fachwerke, die ich die Mäntel nennen will. Man kann hiernach von einem zweimanteligen räumlichen Parallelträger reden, ohne ein Missverständniss befürchten zu müssen.

So wie indessen die Gliederkette, welche die Gurtung eines ebenen Fachwerkes bildet, nicht notwendig geradlinig zu sein braucht, kann auch der Mantel eines räumlichen Fachwerkes ein nicht ebenes zweidimensionales Gebilde sein, wenn nur die Zufügung einer im Allgemeinen beliebigen Auflagerbedingung zu jedem Knotenpunkte den Mantel zu einem räumlich starren Gebilde macht. So wie man ferner obere und untere Gurtung des ebenen Fachwerkes zu einem einzigen Linienzuge zusammen fassen kann, ist dies auch häufig bei den Mänteln möglich. Man gelangt damit zum Begriffe des einmanteligen Fachwerkes.

§ 7. Eine in sich geschlossene Gliederkette (oder ein eindimensionales statisch bestimmtes Fachwerk) wird erst durch Zufügung von Füllungsstäben zu einem ebenen Fachwerk verwandelt werden. So kann man auch räumliche Fachwerke angeben, welche nur einen geschlossenen Mantel und gar keine als Füllungsstäbe anzusehenden Theile besitzen, dabei aber stabil und statisch bestimmt sind. Der kürzeren Ausdrucksweise wegen werde ich dieselben in der Folge als „Flechtwerke“ bezeichnen.

Fasst man ein Flechtwerk als ein zweidimensionales Fachwerk auf, indem man z. B. jedem Knotenpunkte die Bedingung auferlegt, auf dem Mantel zu bleiben, so ist dieses natürlich statisch unbestimmt.

§ 8. Es erscheint von Interesse, zunächst die einfachsten Formen der Flechtwerke kennen zu lernen. Von den regelmässigen Körpern sind das Tetraeder, das Octaeder und das Ikosaeder Flechtwerke; die Berechnung der in den beiden letzten auftretenden Stabspannungen ist allerdings nicht immer von einfacher Art, aber stets ohne Zuhilfenahme der Elasticitätstheorie durchführbar. Das Hexaeder und das Dodekaeder lassen sich in Flechtwerke umwandeln, wenn man bei jenem auf jeder Seitenfläche eine, bei diesem je zwei Diagonalen einschaltet. Selbstverständlich kann man die beiden letztgenannten Polyeder auch dadurch zu statisch bestimmten Fachwerken machen, dass man Verbindungsstäbe durch den inneren Raum hindurch führt. Diese sind aber dann keine Flechtwerke mehr, sondern einmantelige Fachwerke mit Füllungsstäben.

§ 9. *Lehrsatz.* Jedes geschlossene einmantelige Fachwerk ohne Füllungsstäbe, dessen Seitenflächen durch Dreiecke gebildet werden, die alle in verschiedenen Ebenen liegen, ist im Allgemeinen ein Flechtwerk.

*Beweis.* Bezeichnet man die Zahl der Seitenflächen mit  $m$ , die der Ecken mit  $n$ , so ist (wie leicht ersichtlich)  $\frac{3m}{2}$  die Zahl der vorhandenen Stäbe. Nach einem Satze von Euler ist ferner  $\frac{3m}{2} = m + n - 2$ , also  $\frac{3m}{2} = 3n - 6$ . Wir haben demnach die für ein stabiles statisch bestimmtes Fachwerk erforderliche Stabzahl. Die Worte „Im Allgemeinen“ weisen darauf hin, dass in gewissen, jetzt nicht näher zu untersuchenden Ausnahmefällen diese Bedingung nicht hinreicht.

*Zusatz.* Der Lehrsatz gilt auch, wenn mehrere zusammenhängende Dreiecke des Mantels in eine Ebene fallen, vorausgesetzt dass alle Knotenpunkte des von ihnen gebildeten ebenen Fachwerks auf der Gurtung des letzteren enthalten sind.

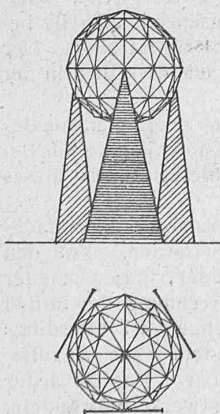
Der in § 5 erwähnte Lehrsatz steht mit diesem Satze in einem leicht ersichtlichen Zusammenhange.

§ 10. Besondere Erwähnung verdienen noch die folgenden Fälle. Man denke sich auf einer Kugel oder einer andern Rotationsfläche ein System von Parallel- und Meridianschnitten gezogen. Betrachtet man alle Schnittpunkte als Knotenpunkte und die zu den Bogenstücken gehörigen Sehnen als Stäbe, so erhält man durch Einschiebung versteifender Diagonalen in die hierbei entstehenden vierseitigen Fächer ein Flechtwerk.

Ein solches entsteht auch, wenn man durch Zusammenlegen ebener Fachwerke mit ihren Gurten ein Prisma herstellt, so dass also jede Seitenfläche und beide Grundflächen von statisch bestimmten ebenen Fachwerken gebildet werden, die mit den benachbarten gemeinsame Knotenpunkte besitzen.

§ 11. Für die Anwendung ist die Betrachtung der Fachwerkträger wichtiger als diejenige der Fachwerke (§ 2). Bekanntlich erhält man aus einem statisch bestimmten räumlichen Fachwerke einen eben solchen Fachwerkträger, wenn man jenem sechs von einander unabhängige Auflagerbedingungen vorschreibt. In einfachster Weise lässt sich dies dadurch verwirklichen, dass man drei Auflagerknotenpunkte auf Pendelstützen gewöhnlicher Art (d. h. solche, die sich um eine Achse drehen) setzt; man hat dann für jeden dieser Knotenpunkte zwei Auflagerbedingungen. Fig. 1 gibt eine allgemeine Vorstellung von einem Träger dieser Art, der z. B. zur Construction eines Wasserthurms (bei speciellerer Ausbildung) Verwendung finden könnte.

Fig. 1.



§ 12. In der Regel wird man indessen vorziehen, räumliche Träger dadurch aus einem Flechtwerke abzuleiten, dass man eine Anzahl von Stäben aus demselben entfernt und dafür eine grössere Zahl von Auflagerbedingungen einführt. Ein Beispiel mag dies näher erläutern. Man lege durch das in § 10 betrachtete Kugelflechtwerk eine Parallelkreisebene oder durch das Prismen (bezw. Cylinder-) Flechtwerk eine durch zwei Kanten gehende Ebene und betrachte eines der beiden hierdurch entstehenden Theilstücke. Dasselbe ist nicht mehr stabil, könnte dagegen leicht wieder stabil und statisch bestimmt dadurch gemacht werden, dass man in der Schnittebene durch Einfügung von  $n-3$  Füllungsstäben zwischen den in der Schnittebene liegenden  $n$  Knotenpunkten ein ebenes Fachwerk herstellt.

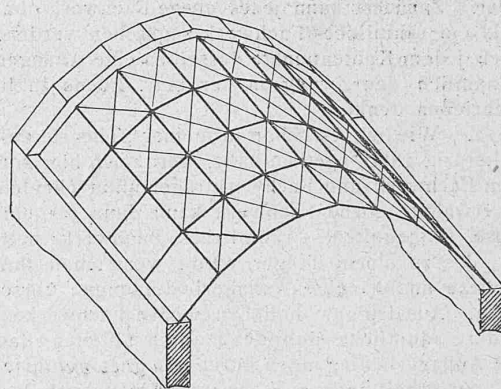
Mit Weglassung dieser  $n-3$  Füllungsstäbe kann indessen aus dem Theilstücke ein stabiler Träger dadurch hergestellt werden, dass man die Schnittebene zur Auflagerebene wählt und im Ganzen  $n+3$  Auflagerbedingungen vor-

schreibt. Für das Kugelflechtwerk gelangt man so zu einem von Hrn. Hacker eingehend behandelten Systeme.

Schreibt man jedem Knotenpunkte der Schnittebene des Kugelflechtwerks zwei Auflagerbedingungen vor und lässt dafür die Spitze fort, so gelangt man gleichfalls zu einem Träger, der die zur statischen Bestimmtheit erforderliche Stabzahl besitzt. Man kann sich die Netzwerkkuppel mit offenem Nabelring daraus hervorgegangen denken. Auch wenn man alle Knotenpunkte der Schnittebene völlig festhält, dafür alle zwischen ihnen verlaufenden Stäbe und die Spitze fortlässt, gelangt man bekanntlich zu stabilen statisch bestimmten Trägern.

§ 13. Besondere Beachtung verdienen aber noch diejenigen Trägerformen, welche in gleicher Art aus den Prismen- oder Cylinder-Flechtwerken hervorgehen. Sie bilden „binderlose“ Ueberdachungssysteme für rechteckige Räume in Gestalt von Tonnendächern und sind seither, soviel mir bekannt ist, nicht gefunden worden. Die bestehende isometrische Figur gibt ein Beispiel dafür. Die Auflagerknoten auf den Widerlagsmauern sind festgehalten und dafür die von denselben ausgehenden horizontalen Stäbe und Diago-

Fig. 2.



nalen beseitigt. Die Berechnung ist ungemein leicht und einfach. Wenn das Sparrenpolygon mit einem Seilpolygon für die bleibende Last zusammenfällt, erfahren nur die Sparrenstäbe Spannungen durch diese. Eine Einzellast zerlegt man in zwei Componenten, die in die Ebenen der sich beiderseits anschliessenden Prismenseiten fallen. Jede Prismenseite stellt einen Fachwerkbalken vor, der die genannte Componente zu den Stirnmauern hinüberleitet. Nach vorn hin hat man sich die Figur gleichfalls bis zu einer Stirnmauer oder einem gleichwerthigen senkrechten Fachwerkbalken fortgesetzt zu denken. Selbstverständlich kann man für die Prismenseiten auch die Netzwerkkuppel anwenden und die Einschiebung senkrechter Fensterwände ist ebensogut möglich als in Fig. 5 meiner frühern Abhandlung. Andere mögliche Umänderungen sind leicht ersichtlich. Will man auf die Widerlagsmauern keinen Horizontalschub übertragen, so kann man das unterste Stockwerk senkrecht stellen, allerdings erfahren dann sämtliche Stäbe des nächsten Stockwerks Spannungen durch die bleibende Dachlast.

Nach diesen wenigen Bemerkungen bedarf es wohl kaum noch eines besonderen Hinweises auf die erheblichen Vorzüge des neuen Systems über das System mit Bindern. Die Materialersparniss wird beträchtlich und auch in ästhetischer Beziehung dürfte der Vortheil entschieden auf seiner Seite sein.

Leipzig, 20. Januar 1891.

### Wettbewerb für eine reformirte Kirche auf der Bülgliterrasse in Enge bei Zürich.

V.

Indem wir auf nächster Seite das uns soeben zugekommene Gutachten des Preisgerichtes seinem vollen Wortlaute nach folgen lassen, fügen wir im Auftrage der Kirchenbaucom-