INHALT: Dynamische Theorie des Indicators. — Drei-Phasen-Wechselstrommaschine der Maschinenfabrik Oerlikon. — XXXII. Hauptversammlung des Vereins deutscher Ingenieure zu Düsseldorf und Duisburg vom 17. bis 20. August 1891. — Correspondenz. — Miscellanea: Electrische Strassenbahn in Bremen. Ueber das Eisenbahnunglück in Zollikofen bei Bern. Kirche in Enge bei Zürich.

Dynamische Theorie des Indicators.

Von Prof. *A. Fliegner.*

(Schluss.)

§ 4. *Die indicirte Arbeit.*

Die Maschinen werden gewöhnlich nur zu dem Zwecke indicirt, die am Kolben verrichtete *Arbeit* zu erfahren. Bezeichnet F den Querschnitt des Maschinenkolbens, s seinen Hub, so wird für einen Hin- und Hergang auf einer Seite desselben die in Meterkilogrammen auszudrückende Arbeit gewonnen:

$$L = F \int p\, d s. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

Unter der Annahme eines Kurbelradius r und einer unendlich langen Kurbelstange ist $s = r(1 - \cos \varphi)$. Setzt man hieraus ds und ausserdem p aus Glchg. (2), nur mit φ statt ωt, in (27) ein, so folgt:

$$L = F r \sum_{n=0}^{n=\infty} \int_0^{2\pi} (a_n \cos n\varphi + b_n \sin n\varphi) \sin \varphi\, d\varphi. \quad (28)$$

Die einzelnen Integrale dieser Reihe haben, abgesehen von den constanten Factoren, die Formen:

$$\int_0^{2\pi} \cos n\varphi \sin \varphi\, d\varphi \text{ und } \int_0^{2\pi} \sin n\varphi \sin \varphi\, d\varphi,$$

sie verschwinden daher sämmtlich mit einziger Ausnahme desjenigen mit $\sin n\varphi$ für $n = 1$, nämlich:

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 \varphi\, d\varphi = \pi. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

Die am Kolben verrichtete Arbeit wird daher aus (28) einfach

$$L = F b_1 \pi r. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

Handelt es sich um eine doppeltwirkende Maschine, so bedeutet L auch die Arbeit bei einer halben Umdrehung der Kurbelwelle, und dann zeigt Glchg. (30), dass der Factor b_1 des Gliedes mit $\sin 1 . \varphi$ der Reihe, multiplicirt mit dem Kolbenquerschnitt, der *mittleren constanten Tangentialkraft an der Kurbelwarze* gleich wird.

Statt dieser gesuchten Arbeit erhält man durch den Indicator eine andere dargestellt, nämlich $L_i = F \int p_i\, d s$, oder, wenn man p_i aus Glchg. (9) einsetzt und im Uebrigen theilweise umformt, wie vorhin:

$$L_i = F \Bigg[r \sum_{n=0}^{n=\infty} \int_0^{2\pi} (A_n \cos n\varphi + B_n \sin n\varphi) \sin \varphi\, d\varphi + \quad (31)$$

$$+ r \int_0^{2\pi} e^{-\frac{\mu \varphi}{2 M_\omega}} (C_1 \cos \varkappa\varphi + C_2 \sin \varkappa\varphi) \sin \varphi\, d\varphi - \gamma \int_0^0 ds \mp \varrho \int_0^0 ds \Bigg].$$

Von den in diesem Ausdrucke enthaltenen Integralen verschwindet das vorletzte mit γ.

Hat der Indicator constante Widerstände ϱ, so ändern dieselben bei jeder Umkehrung der Bewegung des Indicatorkolbens ihr Vorzeichen. Das letzte Glied in Glchg. (31) kann daher im Allgemeinen nicht verschwinden. Da aber ϱ jedenfalls sehr klein bleibt, so kann dieses letzte Glied keinen wesentlichen Einfluss auf L_i ausüben.

Das zweite Integral in Glchg. (31) lässt sich nur dann allgemein lösen, wenn man $\varrho = 0$ voraussetzt, weil nur dann die beiden Constanten C_1 und C_2 für die ganze Zeit der Bewegung ungeändert bleiben. Da aber $\varkappa$, s. Glchg. (9^c), im Allgemeinen keine ganze Zahl ist, so fallen die *cos* und *sin* an der oberen Grenze nicht fort und der Ausdruck behält eine sehr unbequeme Gestalt. Ich will ihn daher hier nicht angeben, sondern nur hervorheben, dass er *nicht verschwindet.* Das würde natürlich ebensowenig der Fall sein, wenn man ϱ berücksichtigen und nach jedem Stillstande des Indicatorkolbens C_1 und C_2 neu berechnen müsste. Hieraus folgt aber, dass man bei vorhandenen *Federschwingungen die Arbeit nicht richtig erhält,* wenn man nur einfach die vom Indicator aufgezeichnete Fläche ausmisst. Vor längerer Zeit habe ich einmal, ich weiss allerdings nicht mehr wo und von wem, die Behauptung ausgesprochen gefunden, der Flächeninhalt bleibe der gleiche, möge die Feder in Schwingungen gerathen oder nicht, weil solche Schwingungen schliesslich keinerlei Arbeit aufzehren oder erzeugen. Die vorliegende Untersuchung zeigt, dass diese Behauptung nicht richtig ist. Es handelt sich eben beim Indicator *nicht* um *Verrichtung*, sondern um *Aufzeichnung* von Arbeit.

Das erste Glied in Glchg. (31), die Reihe, entspricht hier auch der eigentlichen indicirten Arbeit, so wie sie sich bei Abwesenheit von Federschwingungen und mit Vernachlässigung von ϱ ergibt. Wie bei der Reihe Glchg. (28) verschwinden aber auch hier alle Integrale mit Ausnahme desjenigen mit B_1 *sin* $1 . \varphi$. Daher wird

$$L_i' = F B_1 \pi r. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

Ob B_1 grösser oder kleiner ist als b_1, lässt sich nicht allgemein angeben. Bei *Kraftmaschinen* aber herrscht der höchste Druck immer in der Nähe des Anfanges des Kolbenhubes, also bei kleinen Werthen von φ. Das erste Glied der Reihe p, Glchg. (2), muss daher eine Welle ergeben, deren Berg auch bei kleinen Werthen von φ liegt; es wird folglich voraussichtlich $0 < \vartheta_1 < 1/2\, \pi$ werden. b_1 ist dann natürlich positiv. Da nun, wie oben nachgewiesen wurde, jedenfalls $\Theta_1 > \vartheta_1$, $H_1 > b_1$ sein muss, so folgt, dass auch $B_1 > b_1$ werden wird. Bei *Kraftmaschinen* ist also *die indicirte Arbeit stets zu gross* zu erwarten. Bei Arbeitsmaschinen, z. B. Pumpen, kann dagegen ϑ einen ganz anderen Werth annehmen und sich das Verhältniss zwischen B_1 und b_1 umkehren. Aber auch dann kann der Indicator die Arbeit *nicht genau* darstellen.

Wenn man das den früheren Zahlenangaben zu Grunde liegende Diagramm, für welches sich $b_1 = 1{,}48895$ ergeben hat, in dieser Richtung nachrechnet, so findet man für verschiedene minutliche Umdrehungen folgende Werthe von B_1:

Minuten-Umdrhgn.:	60	120	180	240	300
$B_1 =$	1,50031	1,51246	1,52539	1,53920	1,55389
$B_1 / b_1 =$	1,00763	1,01579	1,02447	1,03375	1,04361

Das letzte Verhältniss wächst nur wenig rascher als die Umdrehungszahl. Da das untersuchte Diagramm dem normalen Diagramm einer *eincylindrigen* Dampfmaschine vollkommen entspricht, während bei dem der Rechnung zu Grunde gelegten Indicator ungewöhnlich grosse Massen angenommen wurden, so wird man erwarten müssen, dass bei derartigen Maschinen keine stärkeren Abweichungen als die eben gefundenen auftreten werden.

Wie sich andere Maschinen in dieser Richtung verhalten, lässt sich nicht ohne besondere Untersuchung angeben. Eine solche geht aber in jedem einzelnen Falle ohne grosse Schwierigkeiten durchzuführen, vorausgesetzt dass ein normales Diagramm ohne Federschwingungen zur Verfügung steht. Es genügt zu diesem Zwecke, die Factoren A_1 und B_1 der Glieder der Reihe p_i' für $n = 1$ zu bestimmen, und zwar auch auf Grund der Glchgn. (25), also:

$$A_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} p_i' \cos \varphi\, d\varphi; \qquad B_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} p_i' \sin \varphi\, d\varphi. \quad (33)$$

Da die hierbei nöthigen Curven für eine Umdrehung nur eine einzige vollständige Welle bilden, so ist diese Bestimmung durchaus genügend genau auf graphischem Wege durchführbar.