Zur Beurteilung der unterschlächtigen Wasserräder.

Von Prof. *A. Fliegner.*

Als *disponible Arbeit* der unterschlächtigen Wasserräder wird ganz allgemein die *angehäufte Arbeit* des vor dem Rade ankommenden Wassers angesehen. Wird das Wasser durch eine Spannschütze gestaut, so legt man der Berechnung dieser Arbeit die Geschwindigkeit zu Grunde, mit der es unter der Schütze durchströmt. Hat man es dagegen mit einem Schiffsmühlen- oder Flotschrade zu thun, das ohne jeden weiteren Einbau in das Wasser hineingehängt wird, so rechnet man mit der ursprünglichen Geschwindigkeit im freien Wasserlaufe. So lange es sich dabei, wie gewöhnlich, nur um ein einzelnes Rad handelt, ist dieses Vorgehen durchaus richtig.

Anders stellt sich aber die Sache, wenn in demselben Kanal *nacheinander eine grössere Anzahl von Flotschrädern* arbeitet. Diese Anordnung findet sich untersucht bei Weisbach, Ingenieur- und Maschinen-Mechanik, 5. Aufl. v. G. Hermann, II. Teil, 2. Abteilung, Seite 289, und bei Grashof, Theoretische Maschinenlehre, 3. Band, Seite 175. An beiden Orten ist die *disponible Arbeit für alle Räder zusammen* gleich der *angehäuften Arbeit des Wassers* **vor dem ersten Rade** gesetzt. Damit im Zusammenhange ist dann angenommen, das Wasser komme an jedem folgenden Rade mit der gleichen Geschwindigkeit an, mit der es das vorhergehende verlassen hat. Da nun das Wasser an jedem Rade Geschwindigkeit verliert, so müsste es sich immer langsamer und mit immer grösserer Tiefe bewegen. Um aber nicht zu grosse Wasserverluste unter dem Rade zu ergeben, muss die Sohle des Kanals in der gleichen Höhe wie vor dem Rade bis etwas dahinter fortgesetzt werden. Die Verlangsamung der Geschwindigkeit und die Zunahme der Wassertiefe im Rade könnten daher nur durch eine absolute Erhöhung des Wasserspiegels zu stande kommen. Der Wasserspiegel müsste also an jedem Rade sprungweise *ansteigen.*

Zwischen zwei Rädern kann die Geschwindigkeit w des Wassers aber nur dann konstant bleiben, wenn sie mit dem Profilradius r, dem relativen Gefälle α und den durch den Koefficienten λ eingeführten Widerständen in einem ganz bestimmten Zusammenhange steht, den man am einfachsten in der Chezy'schen Form benutzt:

$$r\,\alpha = \lambda\,\frac{w^2}{2g}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Setzt man voraus, der Kanal habe auf der ganzen in Frage kommenden Strecke rechteckigen Querschnitt mit konstanter Breite, so gehören zu einer kleineren Geschwindigkeit und daher grösseren Tiefe: ein grösserer Wert von r und ein kleinerer von λ. Daher muss nach Glchg. (1) auch α kleiner werden. Die Entwickelungen von Weisbach und von Grashof setzen also eigentlich voraus, dass der Kanal nach jedem Rade eine entsprechend geringere Neigung besitzt. Wenn nun Weisbach ausdrücklich von einem „horizontalen Schnurgerinne" spricht, so steht das hiernach im Widerspruche mit der Annahme, von der er ausgeht. Grashof setzt das Gerinne allerdings „wenig geneigt" voraus; es ist aber nicht ersichtlich, ob er eine konstante oder eine veränderliche Neigung meint.

Aber auch wenn man eine richtige Veränderlichkeit in der Neigung des Kanals voraussetzt, so bleibt doch noch eine Schwierigkeit übrig. Giebt man nämlich den Rädern eine gebräuchliche Grösse und stellt sie in angemessenen, nicht zu grossen, gegenseitigen Abständen auf, so wird die Neigung des Kanals bald so klein, dass das Sohlen- oder Spiegelgefälle zwischen zwei Rädern kleiner ausfällt, als die Erhebung des Wasserspiegels an jedem der benachbarten Räder. Dann würde aber der Wasserspiegel im Mittel absolut ansteigen, und das Schlussergebnis wäre, dass mit zunehmender Räderzahl das Wasser seine vor dem ersten Rade enthaltene Arbeit immer vollständiger abgeben und gleichzeitig der Wasserspiegel immer höher steigen würde.

Wenn man aber auch den Rädern, um diesen Widerspruch zu beseitigen, einen so grossen gegenseitigen Abstand geben wollte, dass der Wasserspiegel nicht mehr im Mittel absolut anstiege, so würde das Wasser doch überall eine grössere Tiefe besitzen, als im freien Wasserlaufe. Jedenfalls wäre also hinter dem letzten Rade ein *eigentliches, grösseres Gefälle aufgestaut,* das auch noch ausgenutzt werden könnte. Dadurch würde aber die disponible Arbeitsleistung vergrössert, und zwar um so mehr, je mehr Räder hinter einander angeordnet sind.

Ausser diesen Schwierigkeiten ist gegen die Auffassung von Weisbach und Grashof noch geltend zu machen, dass die dabei nötige Veränderlichkeit der Neigung des Kanals den wirklichen Verhältnissen kaum jemals entsprechen dürfte. Es ist vielmehr anzunehmen, dass die benutzte Strecke des Kanals *auf ihrer ganzen Länge genau, oder doch wenigstens angenähert, konstante Neigung* besitzen wird. Dann kann sich aber das Wasser zwischen zwei Rädern nicht mehr mit konstanter Geschwindigkeit bewegen. Diese muss sich vielmehr ändern nach den Gesetzen, die für die *ungleichförmige Bewegung* des Wassers in offenen Leitungen gelten. Die Verhältnisse sind also nach der Gleichung der sogenannten *Staukurve* zu beurteilen.

In der Gleichung dieser Kurve sind ausser den schon benutzten noch einige weitere Bezeichnungen nötig. Es bedeutet:

x den horizontal gemessenen Abstand der Punkte des geänderten Wasserspiegels vom Schnittpunkte der horizontalen Asymptote der Kurve mit dem Längenprofil der Sohle des Kanals,

t die Wassertiefe beim gleichförmigen Bewegungszustande für die gleiche Wassermenge, also im freien Kanal,

η den Quotienten aus der wirklichen Wassertiefe in einem Querschnitt bei der ungleichförmigen Bewegung dividiert durch t.

Mit diesen Bezeichnungen schreibt sich die bekannte, allerdings nur angenähert gültige, integrierte Gleichung der Staukurve:

$$x = \frac{t}{\alpha}\left[\eta - \left(1 - \frac{2\alpha}{\lambda}\right)\left(\frac{1}{6}\log.\text{ nat. }\frac{\eta^2+\eta+1}{(\eta-1)^2} - \right.\right.$$
$$\left.\left. - \frac{1}{\sqrt{3}}\text{ arc. cotg. }\frac{1+2\eta}{\sqrt{3}}\right)\right]. \quad (2)$$

Nach dieser Gleichung hat der Wasserspiegel stets einen Punkt mit einer *vertikalen Tangente.* Das zugehörige Tiefenverhältnis, $\equiv \eta_s$, folgt aus einer Form der Differentialgleichung der Kurve zu:

$$\eta_s = \sqrt[3]{\frac{2\alpha}{\lambda}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Die folgenden Untersuchungen sollen nun nur unter einigen vereinfachenden Voraussetzungen durchgeführt werden. Zunächst ist angenommen, der Kanal habe auf dem ganzen benutzten Stück eine *konstante Neigung* α *der Sohle* und einen *rechteckigen Querschnitt* von der *konstanten Breite* b. Ferner sollen nur Räder berücksichtigt werden, die *in gegenseitig gleichen Abständen* aufgestellt sind, die *unter sich gleiche Durchmesser besitzen* und deren *Schaufeln ebene, radial stehende Flächen* sind. Die Räder seien einfach, ohne jede Schützenvorrichtung in den freien Kanal eingehängt. Für alle Räder ist *einerlei Umfangsgeschwindigkeit* u vorausgesetzt, und zwar 0,4 von der Geschwindigkeit im freien Kanal, welcher Wert von u erfahrungsgemäss die grösste Leistung bei einem einzigen Rade ergiebt. Da es sich hier nicht um eine er-