Zu den "Knickfragen"

Autor(en): **Jasinski, Felix**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **25/26 (1895)**

Heft 10

PDF erstellt am: **26.06.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-19240

Zu den „Knickfragen".

In den Nummern 3 und 4 der Schweiz. Bauzeitung des laufenden Jahres, betrachtet Ingenieur Mantel in seinen Knickfragen die Konsequenzen einiger von mir im Septemberheft der „Annales des ponts et chaussées" vorgeschlagenen Formeln und im speciellen die Resultate der angenäherten Formel zur Berechnung der Tragfähigkeit einer Druckstrebe in einer Brücke mit mehrfachem Strebensystem. Zunächst sehe ich mich veranlasst, dem geehrten Verfasser der genannten „Knickfragen" meinen wärmsten Dank dafür auszusprechen, dass er in seiner tief durchdachten Abhandlung die schweizerischen Ingenieure mit meinem bescheidenen Beitrag zur Knickfestigkeit bekannt zu machen sucht. Besonders hoch schlage ich die kritische Beleuchtung meiner Arbeit über die Knickfestigkeit im Organ des Ingenieur- und Architektenvereins desjenigen Landes an, welches die Heimat des Begründers der Theorie der Knickfestigkeit, des berühmten Geometers Leonhard Euler ist, und in welchem noch vor kurzem die berühmten Knickversuche von Tetmajer erschienen sind.

Zur allseitigen Aufklärung der von Ingenieur Mantel berührten Knickfragen, möchte ich den Ausführungen derselben einige Bemerkungen hinzufügen.

I. Am Schlusse seiner Abhandlung führt Mantel aus, ich sei der Ansicht, dass sich die Tragkraft einer Druckstrebe auch dann noch nach der Formel

$$P = \frac{E J_1 \pi^2}{l^2}\left\{1 + \frac{J_2}{J_1} + \frac{Z l^2}{E J_1 \pi^2}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

oder nach Mantel

$$P = \frac{E J_1 \pi^2}{l^2} + \frac{E J_2 \pi^2}{l^2} + Z \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1_1)$$

berechnen liesse, wenn die Elasticitätsgrenze des Materials überschritten ist, d. h. wenn

$$\frac{P}{F_1} > \sigma_e \text{ oder } \frac{Z}{F_2} > \sigma_e.$$

Hierin steckt ein einfaches Missverständnis, denn ich habe diese Meinung nicht nur niemals ausgesprochen, sondern wiederholt das Gegenteil behauptet. Im Teile III meiner genannten Arbeit führe ich Gründe an zu Gunsten dessen, dass der Reduktionsfaktor μ auch nach der Ueberschreitung der Elasticitätsgrenze in der Druckstrebe d. h. auch wenn $\frac{P}{F_1} > \sigma_e$ $\left(\text{wobei jedoch } \frac{Z}{F_2} < \sigma_e\right)$ mit genügender Annäherung, nach der für vollständig elastische Körper ausgeführten Formel:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{J_2}{J_1} + \frac{Z l^2}{E J_1 \pi^2}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

berechnet werden kann. Dieses aber bedeutet keineswegs, dass man in solchen Fällen auch die Tragkraft nach der Formel (1) berechnen könne, sondern bedeutet bloss, dass die Tragkraft nach einer empirischen Formel, am besten nach der Tetmajerschen

$$P = F_1\left(a - b\frac{\mu l}{i_1}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1_2)$$

bestimmt werden müsse, indem man in diese Formel für μ seinen Wert (2) setzt.

II. Auch stimme ich nicht damit überein, dass bei der Berechnung der Tragkraft einer Druckstrebe in einer Brücke mit mehrfachem Strebenzug, nur die Strebenlänge zwischen zwei benachbarten Kreuzungsstellen in Frage kommt.

In Anbetracht der Wichtigkeit dieser beiden Fragen erlaube ich mir, auf dieselben etwas näher einzugehen.

Punkt I. Im ersten Teile meiner citierten Arbeit habe ich für einige Knickfälle absolut elastischer, stabförmiger Körper, denjenigen Wert der Druckkraft bestimmt, bei dem die Achse des Körpers sich eben auszubiegen beginnt d. h. bei dem die geradlinige Gleichgewichtslage der Achse aufhört eine stabile zu sein. Die erhaltenen Formeln bestimmen aber bei ihrer Anwendung zur Berechnung physikalischer Körper nur dann den faktischen Wert der Tragkraft dieser Körper, wenn die in den letzteren hervorgerufenen Spannungen die Elasticitätsgrenze des Materials nicht überschreiten. Diese Anschauung ist zwar nicht neu, jedoch mehrfach in meiner Arbeit unterstrichen, behufs Vermeidung von Fehlern, die mit der Anwendung der abgeleiteten Formeln ausserhalb der Elasticitätsgrenze verbunden sind. Da bei Ueberschreitung der Elasticitätsgrenze des Materials, sich das Verhältnis zwischen der Deformation und der specivischen Spannung bedeutend vergrössert, so wird auch die faktische Tragkraft des Körpers bedeutend kleiner sein, als die theoretische. Ueber diese Verhältnisse können nur Versuche einiges Licht werfen; bis jetzt ist freilich für Eisen nur der prismatische Körper mit zwei freien Enden in dieser Richtung genügend untersucht und geprüft worden und desshalb nennen wir diesen Fall den „Grundfall".

Die Versuche haben klargelegt, dass die bekannte Eulersche Formel nur anwendbar ist, wenn

$$\frac{l}{i} > \begin{matrix} 114 \text{ für Schweisseisen.} \\ 110 \text{ für Flusseisen.} \end{matrix}$$

Unter diesen Grenzen wird die Tragkraft eines auf Knick beanspruchten Stabes mit genügender Genauigkeit durch die liniäre Gleichung von Tetmajer

$$P = F\beta = F\left[a - b\left(\frac{l}{i}\right)\right]$$

ausgedrückt. Die Zahlenwerte a und b, die ich aus den Versuchen von Tetmajer, Bauschinger und Considère bestimmt habe, wichen nur sehr wenig von denjenigen des Prof. Tetmajer ab. — Um die praktische Anwendung meiner theoretischen Untersuchungen zu ermöglichen, habe ich für alle betrachteten Knickfälle den Reduktionskoefficienten der Länge μ bestimmt; d. h. denjenigen Koefficienten, der mit der wirklichen Stablänge multipliziert, eine Länge giebt, bei welcher derselbe Stab sich bei demselben obern Wert der Knickspannung auszubiegen beginnen würde, vorausgesetzt, dass die Enden dieses Stabes frei beweglich wären und dass die wirkenden Kräfte bloss aus axialen Druckkräften, die an den beiden Enden angreifen, bestehen würden. Es führt also der Reduktionsfaktor μ jedes Mal den betrachteten Fall zum Grundfall zurück und er ist ermittelt worden, durch den Vergleich der Eulerschen Formel mit denjenigen theoretischen Formeln, welche die Zerknickungsspannung des Materials in jedem einzelnen Falle ausdrücken. Im Teile III meiner Abhandlung habe ich, gestützt teilweise auf theoretische Untersuchungen, teilweise auf empirische Daten, bewiesen, dass in vielen Knickfällen der Reduktionsfaktor seinen Wert auch nach Ueberschreitung der Elasticitätsgrenze in der Druckstrebe beibehält, oder aber nur um ein Unbedeutendes von dem Werte μ abweicht, der sich für eine Beanspruchung der Druckstrebe innerhalb der Elasticitätsgrenze laut Formeln ergiebt.*)

Auf solche Weise scheint es mir, dass meine theoretischen approximativen Formeln für den Reduktionsfaktor μ auch dann noch bei praktischen Berechnungen Anwendung finden können, wenn die Bruchspannung in der Druckstrebe die Elasticitätsgrenze überschreitet; aber gleichzeitig bin ich weit von dem Gedanken, dass in diesen Fällen auch die Formeln (1) oder (1_1) benützt werden dürfen, durch

*) Hierbei muss ich jedoch bemerken, dass die Anwendung der Formel (2) nach Ueberschreitung der Elasticitätsgrenze in der Druckstrebe, ausschliesslich gestattet werden kann, so lange $\frac{Z}{F_2} < \sigma_e$.

welche das Tragvermögen elastischer Stäbe bestimmt wird. Dieses Princip bildet die Grundlage bei allen praktischen Anwendungen meiner Formeln, wie solches unter anderm auch aus den Zahlenbeispielen zu ersehen ist, die im Teile III genannter Arbeit durchgeführt sind.

Daselbst habe ich zur praktischen Anwendung der abgeleiteten Formeln folgendes Verfahren vorgeschlagen: Man berechne μ nach der Formel (2), bestimme hierauf das Verhältnis $\frac{\mu l}{i}$ und je nachdem, ob dieses Verhältnis grösser oder kleiner ist als 114 für Schweisseisen und 110 für Flusseisen, berechne man die Tragkraft des Stabes entweder nach der Eulerschen Formel

$$P = E\pi^2 \left(\frac{i_1}{\mu l}\right)^2 F_1$$

oder aber nach der Tetmajerschen

$$P = F_1 \left(a - b \frac{\mu l}{i_1}\right)$$

Demselben Abschnitt III habe ich als Zahlenbeispiel die nach der vorgeschlagenen Methode durchgeführte Berechnung eines Brückenträgers der Nicolai-Bahn beigefügt.

Punkt II. Bei Anwendung dieser Rechnungsmethode muss für Z diejenige Spannung der Zugstrebe gesetzt werden, die sich für sie bei der normalen Laststellung ergiebt, welche der maximalen Spannung der Druckstrebe D_{max} entspricht. Ausserdem dürfen wir nicht zulassen, dass D_{max} grösser wird als $\frac{1}{4} P$; denn nur auf solche Weise garantieren wir die Druckstrebe vor einer Ausknickung infolge von Stössen, Erschütterungen oder sonstigen unvorhergesehenen lokalen Zusatzspannungen, die in der Druckstrebe unabhängig von der Zugstrebe auftreten können. Letztere kann dabei sogar zufällig entlastet sein. Wir haben durchaus nicht beabsichtigt, die Druckstrebe auf den vierten Teil derjenigen Spannung zu berechnen, die in derselben bei einer 4-fachen Brückenbelastung aufgetreten wäre. In diesem Falle würde sich der Wert von D gleichzeitig mit dem von Z viermal vergrössern: aber eine derartige Belastungsweise ist durchaus nicht die ungünstigste für die Druckstrebe. — Ein geringes Nachlassen in der Anspannung der Zugstrebe Z kann bei normaler Brückenbelastung einen viel grössern Einfluss auf die Tragfähigkeit der Druckstrebe ausüben, als eine derartige Vergrösserung der Belastung selbst. Halten wir uns an das Beispiel der Mumpfschen Brücke und setzen wir im Gegensatz zur Annahme Mantels voraus, dass die Zugkraft Z verschieden von D_{max} und zwar bei einer gewissen Laststellung etwas kleiner als dieselbe sei, etwa um 30 %, so wird die in dem genannten Beispiele betrachtete Druckstrebe schon bei einem Werte von $D = 10^t$ zerknickt. In der That wird für $Z = 10^t (1 - 0{,}30) = 7^t$ die Tragkraft

$$P = 2{,}75 + 7^t = 9{,}75^t < D.$$

Dieser Wert ist um vieles kleiner als die Tragkraft des zwischen zwei benachbarten Kreuzungsstellen gelegenen Druckstrebeteils, welche Kraft Mantel richtig zu 25^t berechnet hat. *Es wäre unrichtig und dabei gefährlich anzunehmen, dass die Ausknickung einer Druckstrebe in einer Brücke mit mehrfachem Strebesystem, in Anbetracht des gleichzeitigen Wachsens von Z und D, nur in einer Wellenlinie vor sich gehen könne, deren fixen Punkte mit den Kreuzungsstellen der Streben zusammenfallen.*

Zu einer derartigen Schlussfolgerung gelangt man bloss durch die Betrachtung des Ausnahmefalles, dass bei jeder möglichen Belastungsweise $D \leq Z$ ist und dass dieses Verhältnis bei einer Vergrösserung der Belastung stabil bestehen bleibt. Aber wir sahen oben, dass diese Bedingung nicht die ungünstigste für die Druckstrebe ist: denn sogar in den Fällen, in denen bei statischer Belastung $D \leq Z$ ist, kann sich dieses Verhältnis leicht durch Stösse oder Erschütterungen ändern: D kann sich unabhängig von Z vergrössern und den Wert von P erreichen. In der Regel aber ist bei normaler Brückenbelastung $D_{max} > Z$ und in den mittleren Brückenfeldern kommt es sogar häufig vor, dass beide sich kreuzenden Streben gleichzeitig gedrückt sind. Infolge dessen, halten wir uns der festen Ueberzeugung, dass man bei der Berechnung einer gedrückten Diagonale in einer Brücke mit mehrfachem Strebensystem, die Möglichkeit eines Ausknickens des ganzen Strebensystems, und nicht nur des Strebenteils zwischen zwei benachbarten Kreuzungsstellen, im Auge haben muss. Zu dem Zwecke stellen wir die Forderung, dass die grösste Druckkraft D_{max}, die in der Druckstrebe bei *normaler* Brückenbelastung auftritt, den $m$ten Teil der Tragkraft P nicht überschreite; wobei wir P unter Annahme derjenigen Zugkraft Z bestimmen, welche in der Zugstrebe bei *normaler* Belastung und einer dem D_{max} entsprechenden Laststellung, entsteht.

Was nun die von Mantel proponierte experimentelle Erprobung meiner Formeln durch den Bruchversuch an der ausser Dienst gestellten Brücke in Mumpf anbelangt, so kann dieselbe natürlich nur höchst erwünscht sein. Es scheint mir jedoch, dass man behufs dessen, aus dem Versuche zunächst nur diejenige Brückenbelastung pro lfd. Meter p, bei welcher der Bruch der Druckstrebe stattfindet, bestimmen müsse. Aus dieser Belastung lässt sich dann die Grösse Z bestimmen, und wenn dieser Wert die Elasticitätsgrenze in der Zugstrebe nicht überschreitet, so berechne man nach der Formel (2) den Reduktionsfaktor μ und hierauf die Tragkraft D nach der Eulerschen oder Tetmajerschen Formel, je nach dem Werte von $\frac{\mu l}{i_1}$.

Sollte sich aber herausstellen, dass der Wert Z die Elasticitätsgrenze in der Zugstrebe überschreitet, so kann streng genommen, die Formel (2) nicht mehr zur Bestimmung von μ benutzt werden; es könnte daher in diesem Falle der vorgenommene Bruchversuch ebenso wenig zur Kontrolle meiner Formel dienen, wie ein Bruchversuch eines auf zwei Stützpunkten frei liegenden Balkens nicht zur Kontrolle der Formel $\sigma = \frac{M \cdot e}{J}$ dienen kann.

Zum Schlusse muss ich hinzufügen, dass ich weit davon entfernt bin, die auseinandergesetzte Rechnungsart des Reduktionsfaktors μ als letztes Wort in dieser Frage anzusehen; vielmehr sehe ich hierin bloss den ersten Schritt, der uns von der bisher üblichen Methode, diesen Koefficienten sozusagen nach Augenmass anzunehmen, abbringen soll.

Felix Jasinski,
Adjunkt-Professor des Institutes der Wegekommunikations-Ingenieure in Petersburg.

Die neue Kirche in Enge-Zürich.

Architekt: Prof. *Friedrich Bluntschli* in Zürich.

VII.

Die Unternehmer. Der Bau ist fast durchweg mit heimischen Kräften erstellt worden. Begreiflicher Weise erhielten unter sonst gleichen Umständen die Mitglieder der Kirchgemeinde Enge den Vorzug. Die Hauptunternehmer waren folgende Herren und Firmen:

Maurerarbeit: *G. Gull* in Zürich II.
Steinmetzarbeit: *J. Huber* in Riesbach, *Antonini M.* und *Daldini & Rossi* in Osogna, Architekt *Alf. Weber* in Zürich für Säulenschäfte aus Bavenogranit.
Zimmerarbeit: *A. Walder* in Wiedikon.
Spenglerarbeiten: *J. Bühler* und *J. Welti*, beide in Enge.
Dachdeckerarbeit: *J. Bollinger* in Hirslanden. †
Grosse Eisenkonstruktionen: *Bosshard & Co.* in Näfels.
Glasmalereien: *Fr. Berbig* in Enge.
Glaserarbeit: *E. Eggmann* und *C. R. Kunz*, beide in Enge.
Gypserarbeit: *Gebr. Berger* in Riesbach.
Schreinerarbeiten: *Ammann-Bodmer* (Orgelgehäuse und Portale) und *H. Moos* in Enge; *G. Neumaier* in Zürich. *Meyer & Hinnen* (Kanzel) in Riesbach und *J. Beck* in Zürich.
Parkette: *Turnheer-Rohn* in Baden.
Mettlacher Plättchen: *Schmid-Krebs* in Zürich I.
Schmiede- und Schlosserarbeiten: *H. Meier, Bauer-Brunner, H. Bühler, B. Muhr*, sämtliche in Enge; *K. Rosenstock* in