Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 29/30 (1897)
Heft: 19

Artikel: Ein neues Momentenplanimeter
Autor: Fliegner, A.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-82470

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 01.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

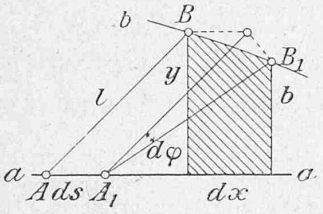
INHALT: Ein neues Momentenplanimeter. — Neue Zufahrtslinien zum Simplon-Tunnel. — Litteratur: Les locomotives suisses. — Konkurrenzen: Strassenbrücke über die Aare von der Stadt Bern nach dem Lorraine-Quartier. — Nekrologie: † Robert Landolt. † Paul Blondel. — Vereinsnachrichten: Gesellschaft ehemaliger Polytechniker, Sektion Zürich: Frühjahrsexkursion. Stellenvermittelung. XXVIII. Adressverzeichnis.

Ein neues Momentenplanimeter.

Von *A. Fliegner.*

In einem rechtwinkeligen Koordinatensystem, dessen horizontale Achse aa ist, Fig. 1, sei eine Kurve bb gegeben. Für das von aa, bb und zwei unendlich benachbarten Ordinaten y begrenzte Flächenelement ist dann:

Fig. 1.



der *Flächeninhalt*:

$$dF = y\,dx, \quad . \quad (1)$$

das *statische Moment* in Bezug auf die Achse aa:

$$dM = \frac{1}{2}\,y^2\,dx, \quad (2)$$

das *Trägheitsmoment* in Bezug auf die gleiche Achse:

$$dT = \frac{1}{3}\,y^3\,dx. \quad (3)$$

Will man auf ein Planimeter kommen, mit dem man diese Grössen unmittelbar messen kann, so muss man den analytischen Ausdruck für sie zunächst umformen. Zu diesem Zwecke denkt man sich eine gerade Linie AB von der konstanten Länge l so bewegt, dass ihr Endpunkt A stets auf der Achse aa, der Endpunkt B stets auf der Kurve bb bleibt. Für das betrachtete Flächenelement muss dann A auf aa um ds nach rechts fortrücken und die Linie AB sich gleichzeitig um den Winkel $d\varphi$ im Sinne des Uhrzeigers drehen. Dadurch ändert sich der Neigungswinkel α von l gegenüber aa um $-d\alpha$, und es ist:

$$d\varphi = -\,d\alpha. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Nach Fig. 1 bestehen zwischen den verschiedenen Grössen folgende Beziehungen: zunächst ist

$$dx = ds + l\,d\varphi \sin\alpha$$

oder, wegen (4)

$$dx = ds - l \sin\alpha\,d\alpha. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Ferner ist

$$y = l \sin\alpha. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Setzt man (5) und (6) in die Ausdrücke (1) bis (3) ein, so folgt:

$$dF = l \sin\alpha\,ds - l^2 \sin^2\alpha\,d\alpha, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

$$dM = \frac{1}{2}\,l^2 \sin^2\alpha\,ds - \frac{1}{2}\,l^3 \sin^3\alpha\,d\alpha, \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

$$dT = \frac{1}{3}\,l^3 \sin^3\alpha\,ds - \frac{1}{3}\,l^4 \sin^4\alpha\,d\alpha. \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Für ein endliches Kurvenstück bb müssten diese Ausdrücke zwischen den zugehörigen Grenzen integriert werden.

Bei den Anwendungen handelt es sich aber immer um Flächen, die von einer *geschlossenen* Kurve begrenzt sind. Dann geht die Anordnung eines Planimeters nur so zu treffen, dass die Gerade l durch *Rückdrehung* in ihre anfängliche Lage zurückkehrt, so dass also $\int_b d\alpha$ verschwindet. Gleichzeitig werden auch die drei negativen Integrale von der Gestalt

$$\int_b \sin^n\alpha\,d\alpha = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

und die Integration der Ausdrücke (7) bis (9) ergiebt daher einfach:

$$F = l \int_b \sin\alpha\,ds, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

$$M = \frac{1}{2}\,l^2 \int_b \sin^2\alpha\,ds, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

$$T = \frac{1}{3}\,l^3 \int_b \sin^3\alpha\,ds. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Die drei hier auftretenden Integrale sollen auf mechanischem Wege so ermittelt werden, dass man nach Umfahren der ganzen Fläche mit einem Fahrstifte die drei Grössen F, M und T unmittelbar an entsprechenden Teilungen ablesen kann.

Die Bestimmung des ersten Integrals und damit die des Flächeninhaltes der Figur erfolgt mit dem bekannten Linear-Planimeter in seinen verschiedenen Anordnungen.

Um die beiden anderen Integrale finden zu können, ist man bisher so vorgegangen, dass man die Potenzen des Sinus durch Sinus und Kosinus von *Vielfachen* des Winkels α ausgedrückt hat, nach den Beziehungen:

$$\sin^2\alpha = \frac{1}{2}\,(1 - \cos 2\,\alpha) \text{ und}$$

$$\sin^3\alpha = \frac{1}{4}\,(3 \sin\alpha - \sin 3\,\alpha).$$

Damit werden die beiden Momente, da im ersten $\int_b ds$ verschwindet

$$M = -\frac{1}{4}\,l^2 \int_b \cos 2\,\alpha\,ds \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

$$T = \frac{1}{4}\,l^3 \int_b \sin\alpha\,ds - \frac{1}{12}\,l^3 \int_b \sin 3\,\alpha\,d\alpha. \quad . \quad (15)$$

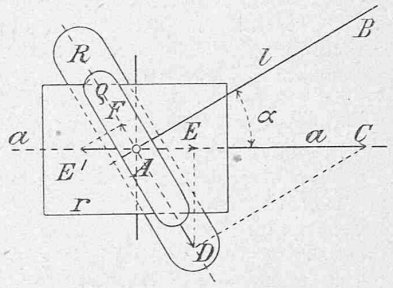
Hiernach sind die *Amsler*'schen Momentenplanimeter konstruiert, die einzigen, die ich auf der Landesausstellung in Genf vorgefunden habe. Sie erfordern Zahnräder, durch die die Drehung des Fahrarmes auf zwei andere Arme verdoppelt und verdreifacht übertragen wird. Durch diese Zahnräder erhält aber der ganze Apparat senkrecht zur Achse aa eine verhältnismässig grosse Ausdehnung. Ausserdem müssen zur Bestimmung des Trägheitsmomentes *zwei* Ablesungen und eine kleine Rechnung vorgenommen werden. Und endlich gleiten die drei Messrollen in ihren Achsrichtungen stark auf dem Papier oder ihrer sonstigen Unterlage hin und her.

Diese Uebelstände kann man jedoch umgehen. Es sind Momentenplanimeter möglich, die keine Zahnräder brauchen, die daher kleiner ausfallen, bei denen jedes Moment durch nur eine einzige Ablesung unmittelbar gefunden werden kann, und die auch ein bedeutend geringeres schädliches Gleiten der Messrollen zeigen.

Zunächst soll das geometrische Gerippe eines solchen Planimeters entwickelt werden.

In Fig. 2 sei wieder aa die Achse, in Bezug auf welche die Momente gesucht sind. A sei der Drehpunkt des Fahrarmes AB am Apparat. An diesem Arme ist eine Rolle vom Halbmesser R vorausgesetzt, deren Drehachse im gezeichneten Grundrisse mit der Richtung des Fahrarmes zusammenfällt und die die Zeichnungsebene in dem Punkte berührt, in dem die verlängerte Drehachse A des Fahrarmes die Zeichnungsebene schneidet. Wird der Punkt A auf aa um $ds = \overline{AC}$ nach rechts zu bewegt, so rückt die Drehachse der Rolle R sich selbst parallel um

Fig. 2.



$$\overline{AD} = \sin\alpha\,ds \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

nach rechts unten zu fort. Dabei dreht sich die Rolle so, dass ihr Berührungspunkt mit der Zeichnungsebene um die gleiche Strecke nach links oben fortschreitet, während sich

ihr oberster Punkt um $\overline{AD}$ wieder nach rechts unten zu bewegt. Der Teil des Umfanges U, um den sich diese Rolle abwälzt, ist daher

$$dU = \sin\alpha\, ds. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

Damit wird nach (11) der *Flächeninhalt*:

$$F = l\int_b dU = lU. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

Diese Rolle ist also im wesentlichen die Messrolle der bekannten Linear-Flächen-Planimeter, nur dass ihre Drehachse nicht, wie sonst, neben, sondern über, in oder unter dem Fahrarme liegt.

Die Rolle R wird in ihrem höchsten Punkte von einer Walze mit dem Halbmesser r berührt. Diese Walze ist so am Gestelle des Apparates gelagert, dass ihre Drehachse *senkrecht zu aa* steht. Der Grundriss dieser Achse muss daher aa in A schneiden.

Bewegt sich nun A in aa um $\overline{AC}$ nach rechts, so ist eben gezeigt worden, dass sich der höchste Punkt der Rolle R, also ihr Berührungspunkt mit der Walze r, um $\overline{AD}$ nach rechts unten hin mitbewegt. Zerlegt man $\overline{AD}$ in zwei Komponenten, die eine parallel, die andere senkrecht zu aa, so giebt die erste, $\overline{AE}$, den Teil des Umfanges u der Walze r, um welchen deren tiefster Punkt nach rechts zu mitgenommen wird, vorausgesetzt natürlich, dass Rolle und Walze mit genügendem Drucke gegen einander gepresst werden. Um die andere Komponente von $\overline{AD}$ gleitet die Rolle R gegenüber der Walze r in der Richtung senkrecht zu aa. Die Drehung von r ist nach Fig. 2 und Gleichung (16):

$$du = \overline{AE} = \overline{AD}\sin\alpha = \sin^2\alpha\, ds, \quad . \quad . \quad (19)$$

und damit wird nach (12) das *statische Moment*

$$M = \frac{1}{2}l^2\int_b du = \frac{1}{2}l^2 u. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

Um endlich das Trägheitsmoment bestimmen zu können, ist noch eine weitere Rolle vom Halbmesser ϱ nötig, die am Fahrarme so befestigt ist, dass ihre Drehachse senkrecht über der Drehachse der Rolle R und dem Fahrarme, also auch zu beiden parallel liegt und dass sie die Walze r in deren höchster Erzeugenden berührt. Dann fällt die Projektion dieses Berührungspunktes ebenfalls nach A.

Wenn nun bei Bewegung von A in aa um $\overline{AC}$ die tiefste Erzeugende der Walze r um $\overline{AE}$ nach rechts fortrückt, so bewegt sich ihre höchste Erzeugende um den gleichen Betrag $\overline{AE'} = \overline{AE}$ nach links und nimmt gleichzeitig die Rolle ϱ im tiefsten Punkte um einen Teil des Umfanges v mit, der nach Figur und nach Gleichung (19) wird:

$$dv = \overline{AE'}\sin\alpha = \overline{AE}\sin\alpha = \sin^3\alpha\, ds. \quad . \quad . \quad (21)$$

Diesen Wert in (13) eingesetzt, ergiebt das *Trägheitsmoment* zu

$$T = \frac{1}{3}l^3\int_b dv = \frac{1}{3}l^3 v. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

Legt man in gleicher Weise eine grössere Anzahl von Rollen übereinander, die Achsen der mit ungerader Ordnungsnummer parallel zum Fahrarme, die der anderen senkrecht zu aa, und zwar so, dass alle Berührungspunkte in die Vertikale durch die Drehachse des Fahrarmes fallen, so ist ohne weiteres ersichtlich, dass man beliebig höhere Momente unmittelbar an der zugehörigen Rolle ablesen kann.

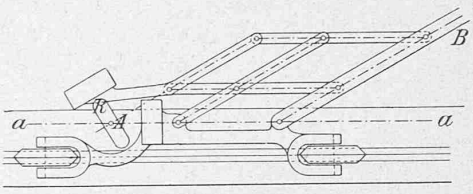
Die Dimensionen eines Planimeters, das als höchstes das Trägheitsmoment zu messen gestattet, würden etwa folgendermassen gewählt werden können: Die Länge des Fahrarmes $l = 2\ dm$. Soll dann einer vollen Umdrehung der untersten Rolle R eine Fläche von genau $1\ dm^2$ entsprechen, so müsste nach (18) sein $1 = 2 \,.\, 2R\pi$, woraus folgt $R = 0{,}0796\ dm$. Wenn an der mittleren Walze r eine volle Umdrehung einem statischen Moment von $1\ dm^3$ entsprechen soll, so folgt nach (20) aus $1 = {}^1/_2 \,.\, 2^2 \,.\, 2r\pi$, dass $r = R$ gemacht werden muss. Für die Rolle ϱ endlich ergiebt sich aus (22), wenn sie für ein Trägheitsmoment von $1\ dm^4$ gerade eine Umdrehung machen soll $1 = {}^1/_3 \,.\, 2^3 \,.\, 2\varrho\pi$, also $\varrho = 0{,}0597\ dm$. Zur Untersuchung grösserer Flächen müsste man den Fahrarm länger nehmen. Dabei wären die Durchmesser der Rollen so zu wählen, dass einer Umdrehung mehr als eine Einheit in Dezimetern entspricht. Bis zu zehn Einheiten zu gehen, würde aber nur bei ganz grossen Apparaten möglich sein.

Konstruktiv lässt sich ein solcher Apparat noch verschiedenartig anordnen. Die geradlinige Führung parallel zu aa wird am sichersten dadurch erreicht, dass man ein Lineal mit einer Keilnute benutzt, in der sich ein Wagen auf zugeschärften Rädern verschiebt. Die untere Rolle R kann auf dem Zeichenpapier selbst aufliegen, oder auch, um sich von der Rauheit des Papieres unabhängig zu machen, auf dem entsprechend verbreiterten Lineal. In beiden Fällen muss die Drehachse für den Fahrarm *über* die oberste Rolle ϱ gelegt werden, so dass der Wagen ziemlich hoch ausfällt. Er muss dann senkrecht zu aa genügend breit gemacht werden, um hinreichend stabil zu sein. Man kann aber auch das Lineal heben und den Fahrarm *darunter* lagern, dann *müsste* die Rolle R auf dem Lineal gleiten. Diese Anordnung wird nur wenig höher, als die vorige.

Die Rollen R, r und ϱ dürfen nicht unveränderlich am Fahrarme und Wagen gelagert werden, sondern müssen in vertikaler Richtung verschiebbar sein, damit sie sich mit genügendem Drucke berühren können. Eine solche Verschiebbarkeit geht auf verschiedene Art zu erreichen. In folgenden Figuren ist vorausgesetzt, die Rollen seien dazu an den Endpunkten von Hebeln gelagert, die um feste horizontale Achsen am Fahrarme und Wagen drehbar sind. Gezeichnet sind aber nur die Platten, auf denen die Lagerböcke für die Achsen befestigt sein sollten.

Man kann die ganze Höhe des Apparates verkleinern, wenn man den Fahrarm und die Rollen *nebeneinander* legt. Damit sich dann die Achsen der Rollen R und ϱ stets parallel zum Fahrarme einstellen, und die Berührungspunkte in der gleichen Vertikalen bleiben, muss man die Rollenachsen und den Fahrarm durch ein Parallelogramm verbinden, wie es in Fig. 3 dem Wesen nach angedeutet ist. Die untere Rolle R kann man dabei sowohl auf dem Papier als auf dem Lineal aufruhen lassen.

Fig. 3.

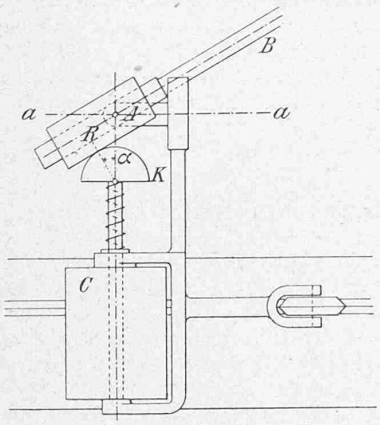


Bei der Anordnung mit Parallelogramm, und wenn bei der zuerst besprochenen Anordnung die Rolle R auf dem Lineal gleitet, kann der Fahrarm nicht unter aa gedreht werden; der Winkel α bleibt dann zwischen 0 und 90^0. Gleitet dagegen die Rolle R bei der ersten Anordnung auf dem Papier, so sind auch negative Werte von α möglich, nur müsste der Wagen dazu genügend breit gemacht werden. Dann würde dieses Planimeter angenähert die Breite des *Amsler*'schen erreichen. In allen diesen Fällen muss aber die untere Rolle R auf dem Papier oder dem Lineal noch stark in der Linie aa hin und her gleiten. Man kann jedoch dieses nachteilige Gleiten auch fast vollständig beseitigen, wenn man eine Anordnung trifft, ähnlich wie bei den *Kugelplanimetern* der Firma *C. Coradi* in *Zürich-Unterstrass*.*)

Fig. 4 stellt ein solches Planimeter schematisch dar. Am Wagen ist ein Cylinder vom Halbmesser C gelagert, dessen Drehachse senkrecht zu aa steht. Mit diesem Cylinder ist eine Halbkugel vom Halbmesser K koachsial so verbunden, dass sie sich ihm gegenüber in der Achsrichtung verschieben kann, dass sie sich aber genau gleich mit ihm drehen muss. Eine an geeigneter Stelle angebrachte Feder sucht die Kugel vom Cylinder zu entfernen

*) Schweiz. Bauztg. 1888 Bd. XI S. 141.

Fig. 4.



und presst sie mit genügendem Drucke gegen die Walze vom Halbmesser R, die am Fahrarme mit zu diesem paralleler Achsrichtung gelagert ist. Diese Walze tritt hier an die Stelle der früheren unteren Rolle R.

Bewegt sich der Apparat um ds in der Richtung von aa fort, so wälzt sich der Cylinder C auf dem Papier oder Lineal ab und dreht sich dabei um den Winkel $d\varphi$, so dass

$$C\,d\varphi = ds \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

ist. Die Kugel K dreht sich um den gleichen Winkel $d\varphi$ mit, und da der Radius nach ihrem Berührungspunkte mit der Rolle R in der betrachteten Stellung des Apparates die Grösse $K \sin\alpha$ besitzt, so wird R um einen Teil dU seines Umfanges mit gedreht, der mit (23) folgt zu

$$dU = K \sin\alpha\, d\varphi = \frac{K}{C} \sin\alpha\, ds. \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

Setzt man hieraus $\sin\alpha\, ds$ in (11) ein, so folgt:

$$F = l \int_b \frac{C}{K}\, dU = l\,\frac{C}{K}\, U. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

Legt man dann, wie bisher, die beiden Rollen r und ϱ so über R, dass die Berührungspunkte in der Vertikalen durch den Drehzapfen des Fahrarmes bleiben, so wälzen sich r und ϱ gleichzeitig um Teile du und dv ihrer Umfänge ab, die sich nach früher und mit (24) finden zu:

$$du = dU \,.\, \sin\alpha = \frac{K}{C} \sin^2\alpha\, ds, \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

$$dv = du \,.\, \sin\alpha = \frac{K}{C} \sin^3\alpha\, ds. \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

Mit den sich hieraus ergebenden Werten von $\sin^2\alpha\, ds$ und $\sin^3\alpha\, ds$ erhält man aus (12) und (13):

$$M = \frac{1}{2}\, l^2 \frac{C}{K}\, u, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

$$T = \frac{1}{3}\, l^3 \frac{C}{K}\, v. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

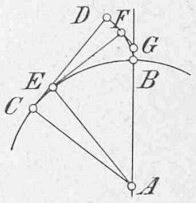
Gegenüber den Werten aus (18), (20) und (22) tritt also bei Anwendung einer Kugel noch der Faktor C/K auf. Unter den früheren Bedingungen für die Teilungen würden daher die Radien der drei Messrollen K/C mal so gross gemacht werden müssen, als vorhin. Da die Halbkugel nie vollständig ausgenutzt werden kann, so geht K etwas grösser zu nehmen als C, aber nur so viel, dass der grösste vorhandene Parallelkreis keinen grösseren Halbmesser erhält als C, sonst hätte die Kugel keinen Platz. Durch die Einschaltung einer solchen Kugel gingen also die Radien R, r und ϱ nur wenig zu vergrössern. Zu verkleinern gehen sie dagegen beliebig, da es für $K < C$ vom geometrischen Standpunkte aus keine Grenze giebt.

Bei einem derartigen Planimeter ist zwar das starke Gleiten der Rolle R in der Richtung aa beseitigt. Ganz ohne schädliches Gleiten arbeitet es aber doch nicht, da sich der Berührungspunkt der Kugel in der Erzeugenden von R noch verhältnismässig stark verschiebt. Ausserdem wälzen sich die drei Messrollen auch nicht genau aufeinander ab. Die Höhe der zuletzt besprochenen Anordnung ist ungefähr gleich gross, wie die der ersten. Dagegen wird es möglich sein, durch genügende Verlängerung des Cylinders C diesem allein die geradlinige Führung parallel zu aa zu übertragen, so dass ein Lineal ganz entbehrlich werden würde. Der Winkel α geht dann auch negativ zu machen und zwar dem absoluten Werte nach ebenso gross, wie auf der positiven Seite.

Wenn man sich die drei Messrollen nicht unmittelbar berühren lässt, sondern die Bewegung überall durch zwischengeschaltete Kugeln überträgt, so kann man auch diesen Apparat noch wesentlich verbessern.

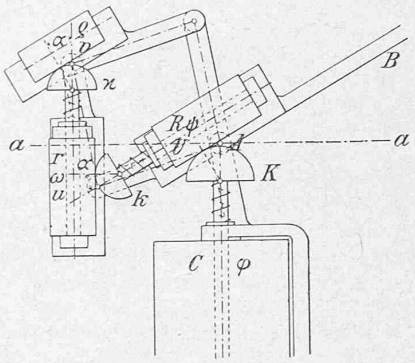
Zunächst geht das Gleiten der Kugel an der sie berührenden Walze gegenüber der in Fig. 4 gezeichneten Anordnung bedeutend herunterzuziehen. Um das nachzuweisen, sei in Fig. 5 AB die Drehachse der Kugel. Sollte sich die Erzeugende der Walze, mit der Berührung in B beginnend, auf der Kugel genau abwälzen, bis der Berührungspunkt z. B. nach C kommt, so müsste sich ihr Punkt B in der Evolvente BD fortbewegen. Bei einseitiger Benutzung der Kugel könnte man dieses Evolventenstück durch einen Kreisbogen ersetzen und erhielte so ein nur sehr geringes Gleiten. Soll dagegen der Berührungspunkt auch auf die andere Seite von AB rücken, so müsste B dort in der zu BD symmetrischen Evolvente geführt werden. Das ist aber konstruktiv nicht ausführbar. Dagegen kann man doch den Punkt D so bewegen, dass er sich nach der gleichen Seite von der Drehachse AB entfernt, wie der Berührungspunkt C, wenn auch nicht im genau richtigen Verhältnisse. Dazu würde man am zweckmässigsten eine Lage des Berührungspunktes zwischen B und C, aber näher an C, wählen, z. B. E, und im Endpunkte F der Tangente in E eine zu ihr Senkrechte ziehen, bis sie AB in G schneidet. GF wäre dann der Abstand, in dem der Drehpunkt der Erzeugenden ausserhalb des Cylinders angenommen werden müsste. So würde die Tangente anfangs zu viel, hinter E zu wenig seitlich verschoben, und es müsste die Lage von E gegenüber B und C so ausprobiert werden, dass das Gleiten möglichst klein ausfällt. Aus der Figur ist auch ohne weiteres ersichtlich, dass durch eine solche Verlegung des Drehpunktes die achsiale Verschiebung der Kugel gegenüber dem Cylinder bedeutend verkleinert wird.

Fig. 5.



Es sei nun in Fig. 6 C wieder der Cylinder, durch dessen Fortrollen die geradlinige Führung von A in aa bewirkt wird. Bewegt sich dann A um ds, so drehen sich der Cylinder C und die Kugel K um $d\varphi$ und nehmen die erste Messwalze R um dU mit, das sich auch berechnet, wie in (24). R dreht sich dabei um den Winkel $d\psi$, und es ist mit (24)

Fig. 6.



$$dU = R\, d\psi = \frac{K}{C} \sin\alpha\, ds. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

Diese Messrolle wird, wie vorhin in (25), den *Flächeninhalt* F angeben.

Koachsial mit der ersten Messrolle R und ihr gegenüber auch achsial verschiebbar, aber nicht drehbar, ist eine zweite Kugel vom Halbmesser k angebracht. Diese legt sich gegen die zweite Messrolle r, deren Achse senkrecht zu aa erhalten wird. Bei Drehung von R und k um $d\psi$ wird r um $d\omega$ mitgedreht, und es ist der abgewälzte Umfang, da die Drehachse der Kugel mit der Berührungsnormalen zwischen k und r auch den Winkel α einschliesst, mit (30)

$$du = r\, d\omega = k \sin\alpha\, d\psi = \frac{K\,k}{C\,R} \sin^2\alpha\, ds. \quad . \quad (31)$$

Damit folgt nach (12) das *statische Moment* der Fläche zu

$$M = \frac{1}{2}\, l^2 \frac{C\,R}{K\,k}\, u. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

Die zweite Messrolle gestattet also auch, unmittelbar an einer Teilung das statische Moment abzulesen.

In gleicher Weise trägt diese Rolle ebenfalls eine in axialer Richtung verschiebbare, aber sich gleich mit ihr drehende Kugel vom Halbmesser $\varkappa$. Diese Kugel berührt die dritte Messwalze vom Halbmesser ϱ, deren Achse parallel zum Fahrarme, also unter α gegen aa geneigt stehen muss. Drehen sich r und $\varkappa$ um $d\omega$, so nehmen sie ϱ um dv mit, das sich mit (31) berechnet zu:

$$dv = \varkappa \sin \alpha \, d\omega = \frac{Kkz}{CRr} \sin^3 \alpha \, ds, \quad . \quad . \quad (33)$$

und damit ergiebt (13)

$$T = \frac{1}{3} l^3 \frac{CRr}{Kkz} v, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (34)$$

so dass sich also an einer Teilung der Messwalze ϱ auch das *Trägheitsmoment* der Fläche unmittelbar ablesen lässt.

Durch Hinzufügung weiterer Walzen, deren Achsen abwechselnd senkrecht zu aa und parallel zum Fahrarme gerichtet sein und die je von der vorhergehenden durch eine zwischengeschaltete Kugel mitgenommen werden müssten, könnte man beliebig höhere Momente durch unmittelbare Ablesung bestimmen.

Die richtige Richtung der Achsen der Messwalzen kann man dadurch sichern, dass man sie an den Seiten eines Parallelogrammes lagert. Der Drehpunkt A des Fahrarmes und ein weiterer Punkt am Gestelle des Apparates bestimmen Richtung und Länge der festen Seite dieses Parallelogrammes. An der zu ihr parallelen Seite ist die zweite Messwalze befestigt, während die erste und die dritte Walze an den beiden anderen parallelen Seiten gelagert sind. Legt man die Drehzapfen der Walzen gegenüber den sie berührenden Kugeln ausserhalb der Walzen, so schliessen ihre Achsen mit den Seiten des Parallelogrammes gewisse Winkel ein, die aber unveränderlich sind, so dass diese Neigung die richtige Lage der Walzenachsen gegenüber aa und dem Fahrarme nicht beeinflusst.

Auf diese Weise ist ein Momentenplanimeter gefunden, bei dem das schädliche Gleiten auf das kleinste überhaupt mögliche Mass gebracht worden ist. Der Apparat ist nicht sehr breit und auch nicht mehr so hoch, wie die zuerst besprochenen; seine Höhe wird nicht grösser, als die eines gewöhnlichen Linear-Planimeters. Dagegen hängt er allerdings auf der Seite des Fahrarmes ziemlich weit über. Macht man aber die Walze C genügend lang und schwer, so sollte der Apparat doch hinreichend stabil ausgeführt werden können. Es ist auch nicht ausgeschlossen, dass man die erste Kugel nicht unmittelbar am Cylinder C anbringt, sondern an einer von C durch Zahnradübersetzung getriebenen Vorgelegewelle, wie bei den *Coradi*schen Linear-Kugel-Planimetern. Dann geht der Fahrarm mehr in der Mitte des Gestelles zu lagern, und so vollkommene Stabilität zu erreichen. Auch wird das Fortrollen des Apparates genau in der Richtung von aa so besser gesichert, da die ziehende Kraft näher an seinem Schwerpunkte angreift.

Wenn man den Apparat mehr bei positiven Werten des Winkels α benutzt, als bei negativen, so ist es besser, die weiteren Messwalzen an der Rückwärtsverlängerung des Fahrarmes zu lagern, wie in der Figur, weil sich dann die Winkel des Parallelogrammes weniger von 90° entfernen. Erstreckt sich dagegen die zu untersuchende Fläche angenähert gleich weit auf beide Seiten der Achse aa, so kann man die übrigen Messwalzen auch auf die andere Seite von A legen.

Da in den Ausdrücken für den Flächeninhalt und die Momente die Quotienten der Halbmesser der Cylinder dividiert durch die Halbmesser je der koaxialen Kugeln auftreten, so hat man es durch Wahl dieser Verhältnisse in der Hand, den Teilungen der Messwalzen eine zweckmässige Grösse zu geben.

Schliesslich möge noch einmal ausdrücklich darauf hingewiesen werden, dass die Zeichnungen nur schematische Darstellungen der verschiedenen Apparate sein sollen. Vor einer Ausführung müssten sie noch in konstruktiver Richtung gründlich durchgearbeitet werden. Namentlich wird es vielleicht Schwierigkeiten verursachen, bei der letzten Form des Apparates die Kugeln genügend reibungsfrei zu lagern. An dem nötigen Halslager würden sich möglicherweise Kugel-Lager empfehlen. Das zu entscheiden, ist aber Sache eines ausführenden Kleinmechanikers.

Zürich, März 1897.

Neue Zufahrtslinien zum Simplon-Tunnel.

In dem Masse wie das Simplon-Unternehmen seiner Verwirklichung entgegengeht, tritt, wie dies schon früher der Fall war, eine Reihe von Projekten auf, um die kürzeste und beste Verbindung zwischen dem Nordportal des Simplon-Tunnels und Basel bezw. Bern zu schaffen. Denn allgemein wird die Behauptung aufgestellt und verbreitet, dass der Simplon nur dann mit dem Gotthard in wirksame Konkurrenz treten könne, wenn der Weg von Basel nach dem Simplon so stark als möglich abgekürzt werde. Wir wollen uns für heute nicht damit befassen, in diese verkehrspolitischen Erwägungen näher einzutreten, sondern uns darauf beschränken, die verschiedenen Projekte, welche dem erwähnten Bedürfnis einer kürzeren Verbindung dienen sollen, kurz zu erörtern.

Von dem Projekte einer Verbindung des Lauterbrunnenthals mit dem Oberwallis und Zermatt durch eine Bahn unter dem Breithorn, das vor einigen Jahren die Gemüter bewegte, möge hier abgesehen werden, dagegen trat als beachtenswertere und konkurrenzfähigere Linie in letzter Zeit neuerdings das Lötschberg-Projekt in den Vordergrund, das bereits im Jahre 1889 durch eine umfassende Denkschrift von alt Regierungsrat *Teuscher* empfohlen worden ist. [1]) Herr Teuscher stellte sein Projekt einem früheren gegenüber, das die Verbindung des Kanderthals mit dem Wallis durch einen Tunnel unter der Gemmi suchen wollte, entgegen. Nach dem Lötschberg-Projekt hat die normalspurig anzulegende Alpenbahn bis nach Frutigen Steigungen bis auf 15 ‰ und von dort bis zum Tunneleingang im Gasternthal solche von 25 und 30‰, die auch vom Südportal bis nach Visp vorherrschen. Der 6850 *m* lange Tunnel liegt 1495 *m* über Meer. Was wir vor acht Jahren über dieses Projekt gesagt haben, dürfte auch heute noch zutreffen. Wir sagten ungefähr folgendes:

Abgesehen von den strategischen Gesichtspunkten würde die Lötschbergbahn für den Kanton Bern bedeutende Vorteile bieten, doch können wir ein Bedenken, das sich uns aufgedrängt hat, nicht unterdrücken: Mit grossen Opfern hat man im Interesse des billigen Betriebes und der grösseren Konkurrenzfähigkeit mit dem Gotthard und Mont-Cenis den Tunnel des Simplon so tief als möglich angenommen. Der Kulminationspunkt der Simplonbahn wird sich auf etwa 700 *m* über Meer erheben und die Zufahrtsrampen werden keine grösseren Maximalsteigungen als 12,5‰ erhalten. Die Simplonbahn wird somit eine vollständige Thalbahn werden und um den Verkehr von Frankreich unter gleich günstigen Verhältnissen durch den Simplon zu leiten, liegen bereits sorgfältige Studien vor, um die Juraübergänge entsprechend tiefer zu legen. Nun soll sich an diesen mit grossen Opfern erkämpften, tief gelegten Alpenübergang, der in betriebstechnischer Hinsicht allen andern überlegen ist, ein zweiter Alpendurchstich mit Steigungen von 25 und 30‰ und einer Kulminationshöhe von fast 1500 *m* anreihen, der dazu angethan ist, alle jene Vorteile wieder illusorisch zu machen. Die Wirkung würde wohl die sein, dass sich der Massen-Güter-Verkehr auch nach der Ausführung der Lötschbergbahn durch das Rhonethal bewegen und dass daher für die letztere nur ein Teil des von Norden kommenden Güterverkehrs und der Personen-Verkehr übrig bleiben würde.

Diesen Bedenken hat eine Variante, die Herr Teuscher aufstellte, teilweise Rücksicht getragen. Nach derselben

[1]) Schweiz. Bauzeitung Bd. XIV Nr. 9.