**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
**Band:** 47/48 (1906)
**Heft:** 4

**Artikel:** Beiträge zur Dynamik der elastischen Flüssigkeiten
**Autor:** Fliegner, A.
**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-26047

**Nutzungsbedingungen**
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 12.07.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

INHALT: Wettbewerb für das Sekundarschulhaus an der Riedtli- und Röslistrasse in Zürich IV. — Beiträge zur Dynamik der elastischen Flüssigkeiten. II. — Die neue Basler Rheinbrücke. (Schluss.) — Die Ermittlung der Schnittpunkte bei gekreuzten Diagonalen. — Miscellanea: Museum von Meisterwerken der Naturwissenschaft und Technik in München. Festhütte für das schweizer. Turnfest 1906 in Bern. Ausstellung moderner Gewebe im Kunstgewerbemuseum zu Zürich. Torturm zu Büren. Wasserkraftanlage am Reichenbachfall. Völkerschlacht-Denkmal in Leipzig. — Literatur: Zeitungskatalog für 1906 der Annoncen-Expedition Rudolf Mosse. — Konkurrenzen: Schul- und Gemeindehausbau in Willisau-Land. Höhere Töchterschule auf der Hohen Promenade in Zürich. — Preisausschreiben: Plakat für das eidg. Turnfest 1906 in Bern. — Nekrologie: † J. Simon. — Vereinsnachrichten: Bernischer Ingenieur- und Architekten-Verein. Zürcher Ingenieur- und Architekten-Verein. G. e. P.: Stellenvermittlung.

*Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur unter der Bedingung genauester Quellenangabe gestattet.*

I. Preis. Motto: «Strassenbild». — Verfasser: Architekten *Bischoff & Weideli* in Zürich und St. Gallen.

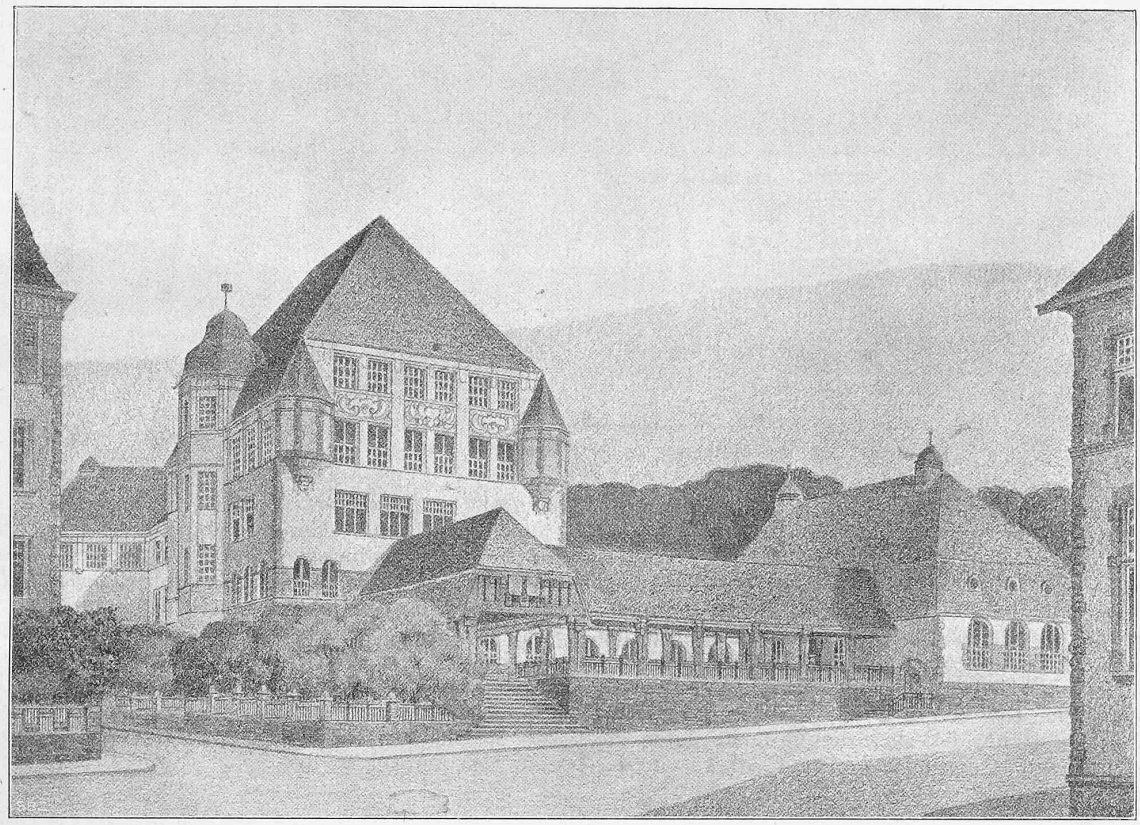


Schaubild der Anlage von Südwesten.

## Wettbewerb für das Sekundarschulhaus an der Riedtli- und Röslistrasse in Zürich IV.

Die Veröffentlichung der in diesem Wettbewerb prämiierten Arbeiten beginnen wir mit der Darstellung der beiden von den Architekten *Bischoff & Weideli* in Zürich und St. Gallen verfassten Projekte Nr. 7 mit dem Motto: „Strassenbild" und Nr. 72 mit dem Motto „Im Herbst", die einen I. und II. Preis erhielten; zur Beurteilung verweisen wir auf das preisgerichtliche Gutachten (S. 19—21 d. Bds.). (Schluss folgt.)

## Beiträge zur Dynamik der elastischen Flüssigkeiten.

Von Professor Dr. *A. Fliegner* in Zürich.

II.

Eine zweite einschlagende Untersuchung, die ich besprechen möchte, rührt von *Lorenz*[1]) her. Dabei beschränke ich mich auf die Vorgänge beim Strömen vollkommener Gase durch längere *zylindrische* Rohre. Bezeichnet

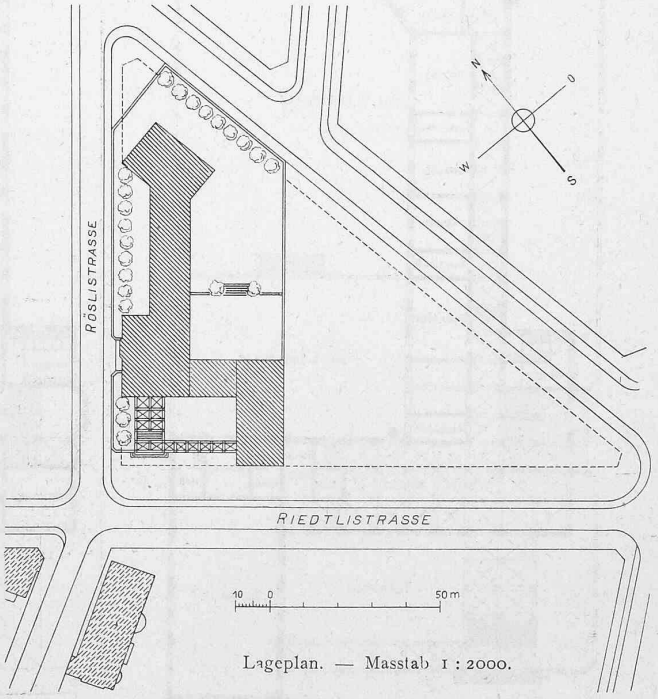
$\varkappa$ den Exponenten der Adiabate,
$\zeta$ einen Widerstandskoeffizienten,
$a$ die Schallgeschwindigkeit,
$w$ die Geschwindigkeit in einem Querschnitt,
$x$ den in der Achsrichtung gemessenen Abstand des Querschnittes von einem beliebigen Ausgangspunkte,

so entwickelt *Lorenz* auf S. 129 Gleichung (13):

$$\frac{d\,lgn\,p}{dx} = \varkappa\,\zeta\,\frac{w^2}{a^2}\,\frac{a^2 + w^2(\varkappa - 1)}{w^2 - a^2} = \frac{1}{p}\,\frac{dp}{dx} \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Aus dieser Gleichung zieht er (S. 130, unten) den Schluss, *„dass der Druck im Rohre in der Stromrichtung stetig abnimmt und daher die Stromgeschwindigkeit sicher nicht vor der Mündung die Schallgeschwindigkeit erreicht."*

[1]) *Hans Lorenz*, Technische Wärmelehre, § 12, S. 129.



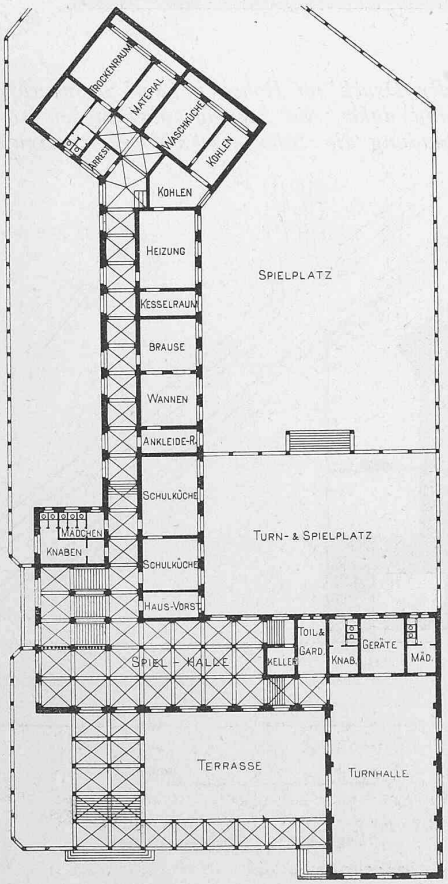

Lageplan. — Masstab 1 : 2000.

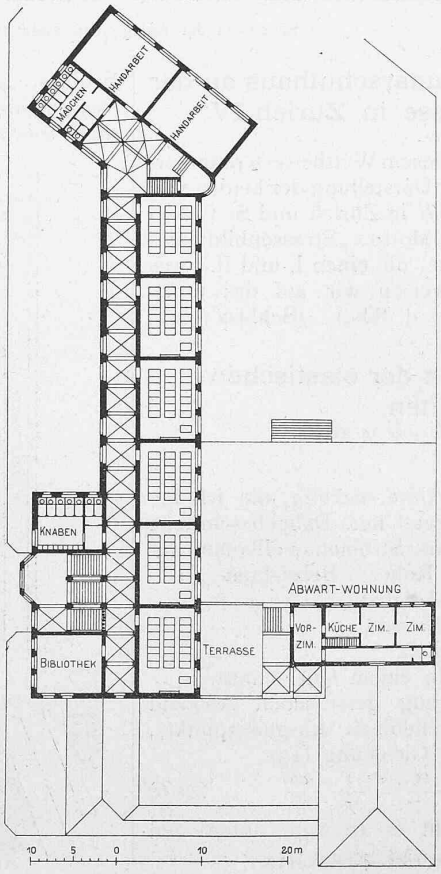
## Wettbewerb für das Sekundarschulhaus an der Riedtli- und Röslistrasse in Zürich IV.

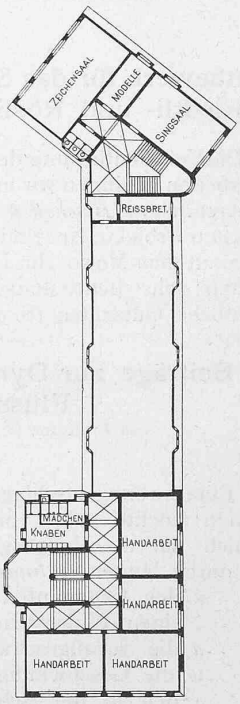
I. Preis. Motto: «Strassenbild». — Verfasser: Architekten *Bischoff & Weideli* in Zürich und St. Gallen.

Ansicht der Westfassade an der Röslistrasse. — Masstab 1 : 600.

Bis hieher bleibt die Entwickelung durchaus unanfechtbar. Anders steht es aber mit der Fortsetzung. Denn es heisst unmittelbar darauf: „Dies letztere trat bei den Versuchen ein, sobald zwischen dem Mündungsdruck und dem Druck vor der Mündung eine endliche Differenz bestand", sodass für die Mündungsebene in der obigen Gleichung „$dp/dx = -\infty$ zu setzen ist". Der Entwickelung fügt *Lorenz* eine Figur bei, welche die Aenderung des Druckes als $f(x)$ darstellt. Die Kurve sinkt, anfangs langsamer, später rascher, sie schneidet aber die Ordinate durch die Mündungsebene unter einem *endlichen* Winkel mit der Vertikalen. Ausserhalb der Mündungsebene setzt sich die Linie als horizontale Gerade fort, die aber endlich tiefer liegt, als der Endpunkt des ersten Stückes. Die Kurve $p = f(x)$ zeigt also in der Mündungsebene eine *Unstetigkeit*. Und das stimmt auch mit dem Aussehen solcher Strahlen überein, wie es durch photographische Aufnahmen von *Parenty*, *Gutermuth* und namentlich umfangreich von *Robert* nnd *Paul Emden* festgestellt worden ist. In allen diesen Abbildungen beginnt der Strahl unmittelbar ausserhalb der Mündungsebene mit einem divergenten Kegel von endlichem Winkel an der Spitze. Die äussersten Flüssig-




Grundrisse vom Erdgeschoss, vom ersten Obergeschoss und vom Dachgeschoss.

Masstab 1 : 800.

## Wettbewerb für das Sekundarschulhaus an der Riedtli- und Röslistrasse in Zürich IV.

I. Preis. Motto: «Strassenbild». — Verfasser: Architekten *Bischoff & Weideli* in Zürich und St Gallen.

Ansicht der östlichen Hoffassaden. — Masstab 1 : 600.

keitsteilchen nehmen also *plötzlich* eine endliche radiale Geschwindigkeit an, was eine *unendlich grosse radiale Beschleunigung* voraussetzt. Eine solche kann aber nur entstehen, wenn auf jedes unendlich kleine Flüssigkeitsteilchen in radialer Richtung ein *endlicher Ueberdruck* wirkt[1]). Trotzdem scheint *Lorenz* eine *stetige* Abnahme des Druckes vom Mündungsdrucke bis zum umgebenden Drucke anzunehmen, sonst könnte er nicht, noch dazu im vollen Widerspruche mit der mathematischen Behandlungsart solcher Unstetigkeiten, das Stück der Ordinate zwischen den beiden unstetigen Punkten der Kurve als einen Teil der Kurve und die Ordinate selbst als eine ihrer Tangenten ansehen. Tatsächlich hat die Kurve in der Mündungsebene nur *zwei* verschiedene *Punkte* mit *nur zwei* verschiedenen Tangenten, von denen die eine endlich geneigt, die andere horizontal verläuft, sodass dort $dp/dx$ auch sprungweise aus einem endlichen negativen Wert in den Wert Null übergeht.

Dazu kommt noch, dass sich die Druckabnahme jedenfalls nur allmählich von der Oberfläche des Strahles nach seinem Inneren zu fortpflanzt. In der Strahlachse behält also der Quotient $dp/dx$ auch ausserhalb der Mündungsebene zunächst voraussichtlich noch den gleichen Wert bei, den er unmittelbar vorher innerhalb hatte. Die Auffassung von *Lorenz* erscheint daher sowohl vom physikalischen, als auch vom mathematischen Standpunkte aus als vollkommen unhaltbar.

Infolge des unstetigen Vorganges nach dem Verlassen der Mündungsebene gilt übrigens die von *Lorenz* entwickelte Gleichung überhaupt *nur bis an die innere Seite der Mündungsebene*, wie ich das vorhin unmittelbar nach der Gleichung (5) auseinandergesetzt habe. Und da nun der innere Teil der Kurve $p = f(x)$ in der Mündungsebene mit endlicher Neigung aufhört, so folgt sogar aus seiner Gleichung, *dass in der Mündungsebene die Schallgeschwindigkeit noch nicht erreicht sein kann.* Dann führt also diese Gleichung zu demselben Ergebnis, zu dem ich an anderer Stelle auf anderem Wege gekommen bin.[2])

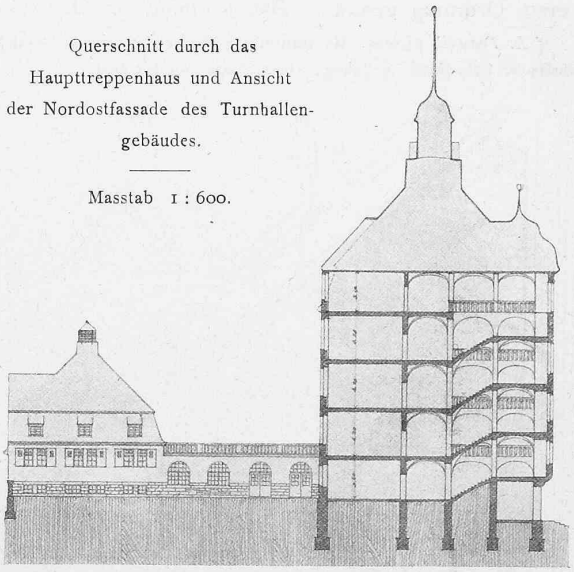
Bei Herleitung seiner unrichtigen Schlussfolgerung dürfte *Lorenz* durch die Untersuchungen von *Zeuner* beeinflusst worden sein, der neuerdings die Hypothese aufgestellt hat, dass bei einem zylindrischen Rohr in der Mündungsebene stets die Schallgeschwindigkeit erreicht werde, *„unabhängig von den Widerständen in der Leitung“*[1]). Zu dieser Annahme kommt *Zeuner* aber auf Grund von Versuchen mit einem zylindrischen Rohre von 5,1 *mm* Durchmesser, bei denen der letzte Druck 74 *mm* vor dem Ende des Rohres beobachtet wurde. Es liegt also doch wohl eine zu weite und daher zu unsichere Extrapolation vor. Auch führt diese Annahme, wie *Schüle* gezeigt hat, für die Abhängigkeit der Ausflussmenge vom Druck auf einen Verlauf, der von vornherein sehr wenig Wahrscheinlichkeit besitzt und der auch durch die Versuche in keiner Weise bestätigt wird.[2])

III.

Streitig ist noch die Frage, ob in einem freien Strahl einer elastischen Flüssigkeit, in welchem sich *Wellen* ausgebildet haben, im Mittel nur die Schallgeschwindigkeit herrscht, oder ob dabei auch eine bedeutend grössere mittlere Strömungsgeschwindigkeit vorhanden sein kann. Die gewöhnlichen Bewegungsgleichungen gelten für einen solchen Strahl nicht mehr, weil die Bedingung der Homo-

Querschnitt durch das Haupttreppenhaus und Ansicht der Nordostfassade des Turnhallengebäudes.

Masstab 1 : 600.



[1]) Siehe meine Untersuchung: «Ueber den *Clausius*schen Entropiesatz», Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich, 1903, Seite 16 u. f.

[2]) Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich, 1902, S. 34 und 35.

[1]) Technische Thermodynamik, 1900, I. Bd., S. 264 bis 273.

[2]) *Dingler*, 1903, **318**, 355.

geneität auch nicht mehr angenähert erfüllt ist. Man kann daher aus diesen Gleichungen keinerlei Schlüsse ziehen.

Nun hat unlängst *Prandtl* eine Rechnung durchgeführt, aus der er auf Geschwindigkeiten schliesst, die auf ein Mehrfaches der Schallgeschwindigkeit ansteigen.[1]) Um aber leichter rechnen zu können, ist er von gewissen vereinfachenden Annahmen ausgegangen.

Zunächst setzt er „die Strömung als völlig verlustfrei und ohne Wärmeaustausch vor sich gehend" voraus. Die letzte Annahme dürfte das Schlussergebnis kaum wesentlich beeinflussen. Von der zweiten erscheint mir das aber zweifelhaft. Wenigstens habe ich bei vorläufigen Versuchen über periodisch veränderliche Bewegung in einer geschlossenen Leitung sehr grosse Widerstände festzustellen Gelegenheit gehabt.

Ferner berücksichtigt *Prandtl* in keiner Weise den *unstetigen* Vorgang beim Verlassen der Mündungsebene. Er nimmt sogar an, dass *alle* Flüssigkeitsteilchen die Bewegung im Freien mit *achsialen* Geschwindigkeiten beginnen, während tatsächlich die äussersten Teilchen zu ihrer achsialen Geschwindigkeit plötzlich noch eine radiale von endlicher Grösse annehmen. Diese Vernachlässigung dürfte auch grösseren Einfluss ausüben.

Endlich rechnet *Prandtl* „alle Schwankungen nur auf die erste Ordnung genau". Dabei nimmt er als Bahnen der einzelnen Flüssigkeitsteilchen Sinuslinien von sehr kleiner Wellenhöhe an. Gleichzeitig vernachlässigt er aber eine Aenderung des Querschnittes vollständig, indem er die Kontinuitätsgleichung mit meinen Bezeichnungen in der einfachen Gestalt $w/v = konst.$ benutzt. Wenn man nun ausdrücklich voraussetzt, dass alle Schwankungen, also auch die relativen Bewegungen in achsialer und radialer Richtung, sehr klein bleiben, so muss man aus derartig abgeleiteten Formeln natürlich finden, dass die in der Mündungsebene in Form von Ueberdruck noch verfügbare Arbeit zum weitaus grössten Teil in Strömungsenergie übergeht.

Um den Einfluss aller dieser Annäherungen einigermassen beurteilen zu können, habe ich die Geschwindigkeit berechnet, welche in einem freien Gasstrahle herrschen müsste, wenn die Zustandsänderung des Gases vom Inneren des Ausflussgefässes mit $p_0$, $T_0$ bis zum Eintritt des äusseren Druckes $p$ mit $T$ *genau adiabatisch und ohne Wellenbildung* vor sich gehen würde. Dann

[1]) *L. Prandtl*, «Ueber die stationären Wellen in einem Gasstrahl». Physikalische Zeitschrift, 5. Jahrg., 1904, Seite 599 bis 601.

II. Preis. — Verfasser: Architekten *Bischoff & Weideli* in Zürich und St. Gallen.

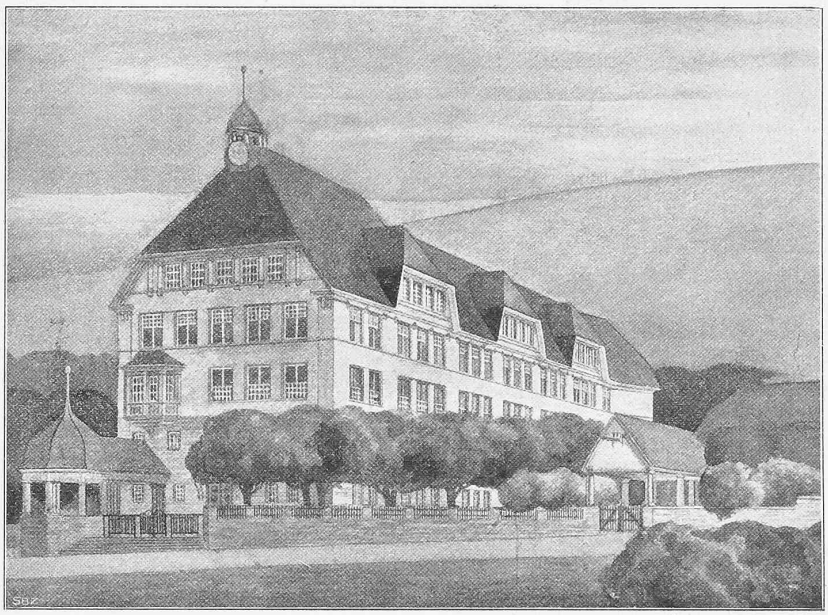
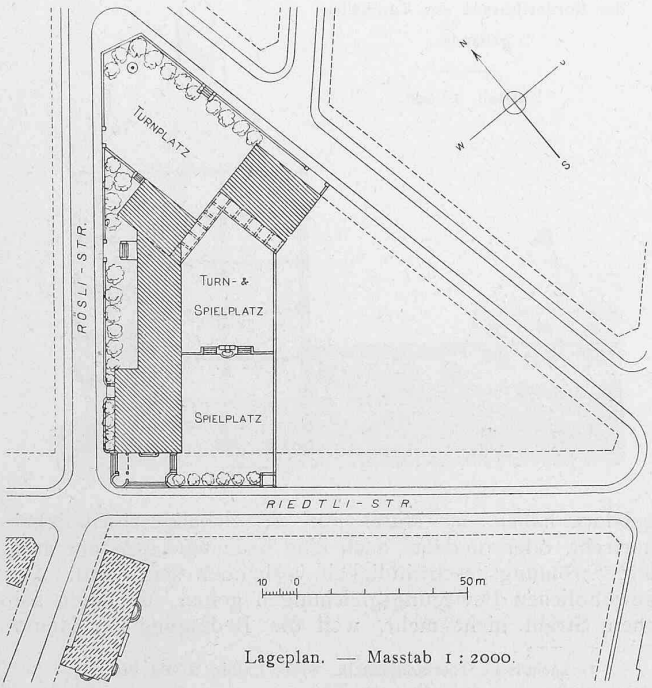
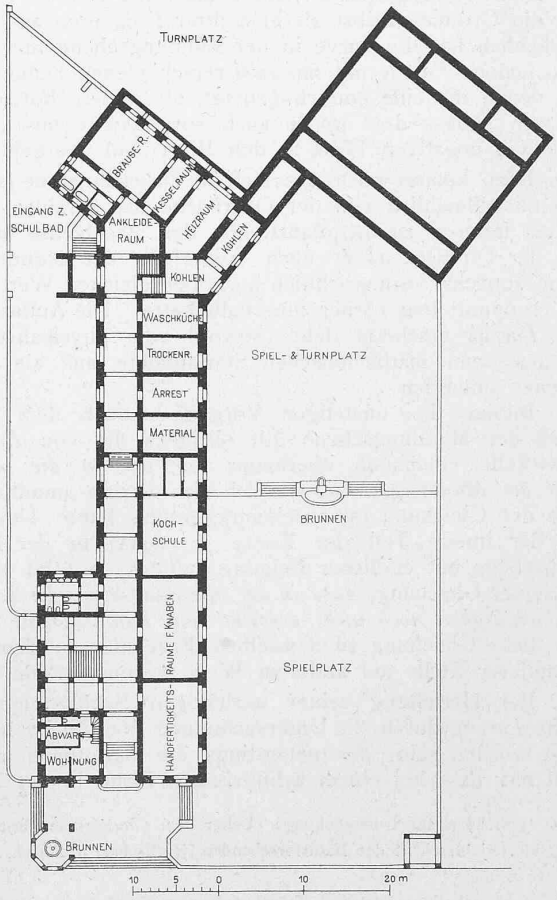


Schaubild des Gebäudes von Süden.



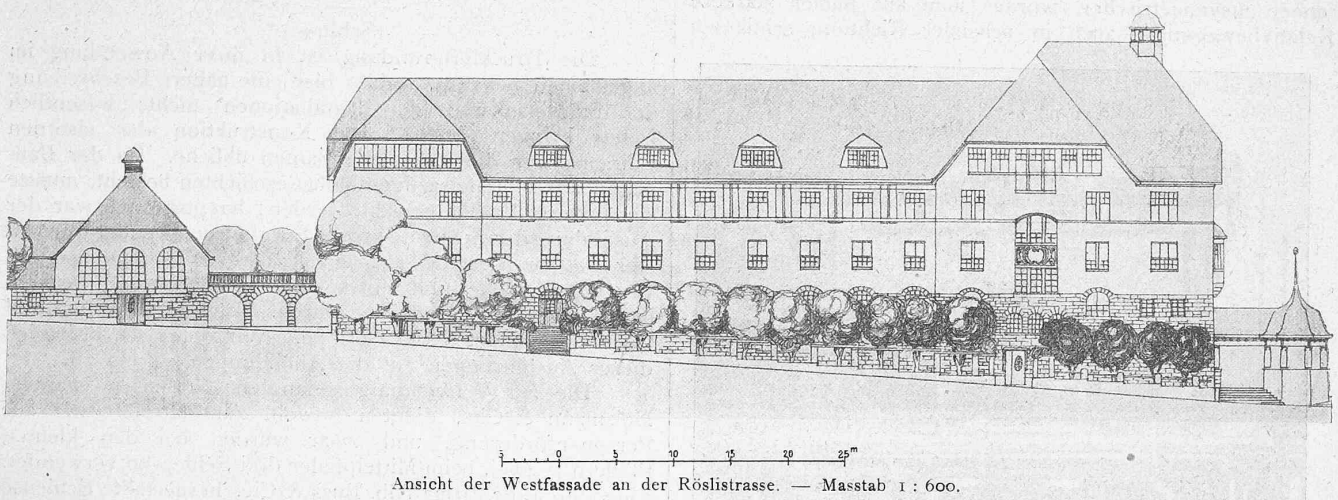

Lageplan. — Masstab 1 : 2000.




Grundriss vom Unter- und Erdgeschoss. — Masstab 1 : 800.

## Wettbewerb für das Sekundarschulhaus an der Riedtli- und Röslistrasse in Zürich IV.

II. Preis. Motto: «Im Herbst». — Verfasser: Architekten *Bischoff & Weideli* in Zürich und St. Gallen.



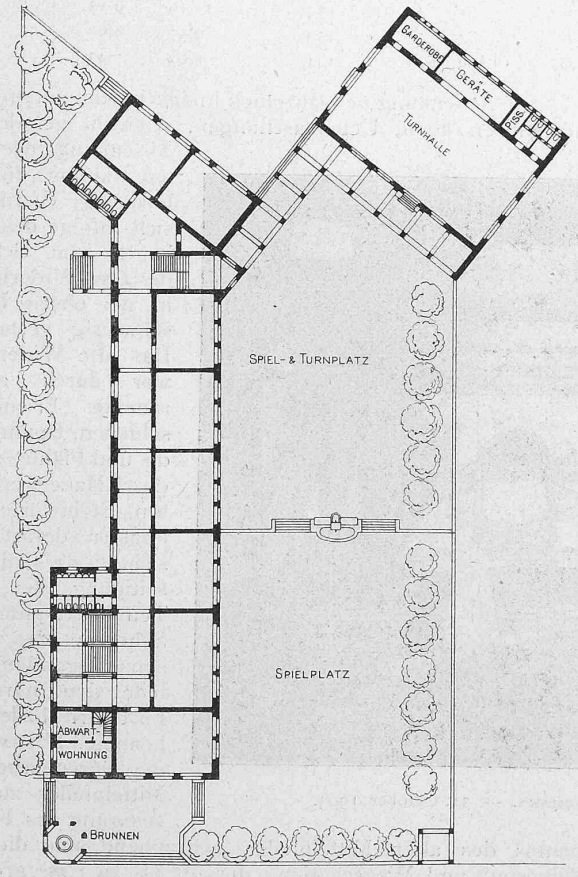
Ansicht der Westfassade an der Röslistrasse. — Masstab 1 : 600.

gölte für $w$ die obige Gleichung (1), oder in anderer Schreibweise:

$$w = \sqrt{2g \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} R T_0 \left[ 1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}} \right]} \quad . \; . \; (7)$$

Das Gas würde unter dem Drucke $p$ eine Temperatur $T = T_0 \, (p/p_0)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}$ annehmen, und dieser entspricht eine *Schallgeschwindigkeit:*

$$a = \sqrt{\varkappa g R T} = \sqrt{\varkappa g R T_0 \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}} \quad . \; . \; (8)$$




Grundriss vom ersten Ober- und Erdgeschoss.
Masstab 1 : 800.

Dividiert man Gleichung (7) durch (8), so erhält man für das Verhältnis dieser beiden Geschwindigkeiten:

$$\frac{w}{a} = \sqrt{\frac{2}{\varkappa - 1} \left[ \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}} - 1 \right]} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (9)$$

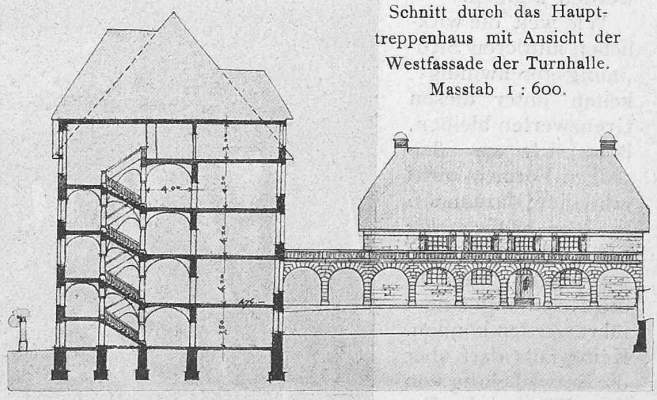
Hieraus folgt mit $\varkappa = 1{,}41$ das Verhältnis $w/a$ für einige Werte von $p_0/p$ zu:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{p_0}{p}$ = | 2 | 3 | 4 | 6 | 10 | 20 | 50 | 100 | 200 |
| $\frac{w}{a}$ = | 1,0437 | 1,3550 | 1,5562 | 1,8263 | 2,1565 | 2,6035 | 3,2151 | 3,7060 | 4,2297 |

Für die gleichen Druckverhältnisse und auch mit $\varkappa = 1{,}41$ gibt *Prandtl* für den Quotienten aus der *mittleren* Strömungsgeschwindigkeit $w_m$ durch die Schallgeschwindigkeit die Werte:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{w_m}{a}$ = | 1,045 | 1,355 | 1,555 | 1,825 | 2,15 | 2,61 | 3,21 | 3,69 | 4,22 |

Man wird zugeben müssen, dass die beiden Zahlenreihen für $w/a$ und $w_m/a$ unter sich *vollständig übereinstimmen*, denn die kleinen, noch dazu nicht gleichartigen

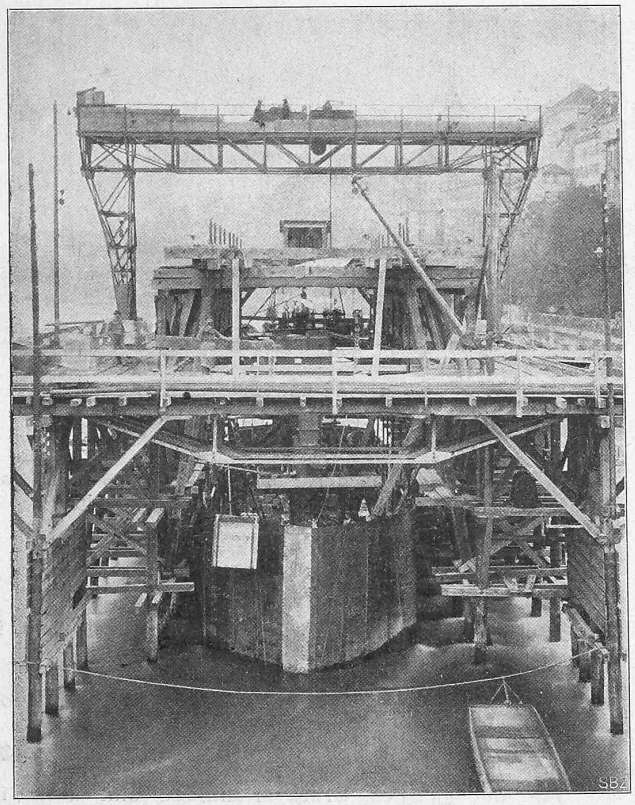


Schnitt durch das Haupttreppenhaus mit Ansicht der Westfassade der Turnhalle.
Masstab 1 : 600.

Abweichungen lassen sich leicht dadurch erklären, dass die beiden Rechnungen von Anfang an mit verschiedener Stellenzahl der Logarithmen durchgeführt worden sind. Daraus folgt aber, dass die Annäherungen von *Prandtl*, was die Arbeitsverhältnisse anbetrifft, einer *vollständigen Vernachlässigung aller Relativbewegungen* gleichkommen.

In Strahlen mit Wellen treten dagegen in Wirklichkeit Querschnittsänderungen auf, die mit dem Ueberdrucke wachsen und die schliesslich recht hohe Beträge erreichen. So zeigt beim grössten Ueberdrucke, den *Robert Emden* herstellen konnte, der Bauch einen beinahe doppelt so grossen

Durchmesser, als die Mündung.[1]) Das deutet auf stärkere radiale Bewegungen hin. Gleichzeitig verlaufen die Schlieren immer unsymmetrischer, woraus man auf immer stärkere Relativbewegungen auch in achsialer Richtung schliessen



Phot. von *H. Besson* in Basel. Aetzung von *M. R. & Cie.* in München.
Abb. 24. Absenken des Caissons für Pfeiler I. — 12. Nov. 1903.

muss. Zur Erzeugung dieser Relativbewegungen wird eine immer grössere Arbeit erforderlich, die sich dann nicht mehr in mittlere Strömungsenergie umsetzt. Die oben berechneten Werte von $w$ stellen also nur obere Grenzwerte dar, die tatsächlich gar nicht erreicht werden können.

Wie weit die wirklichen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten unter diesen Grenzwerten bleiben, lässt sich aus den obigen Formeln nicht erkennen, dazu müsste vielmehr die *wahre* Stärke der Relativbewegungen *genau* in die Rechnung eingeführt werden können. Keinesfalls darf aber die Entwickelung von *Prandtl* als ein Beweis dafür angesehen werden, dass in einem Strahle mit Wellen wirklich eine die Schallgeschwindigkeit weit übersteigende mittlere Strömungsgeschwindigkeit herrscht. Sie lässt nicht einmal entscheiden, ob die Schallgeschwindigkeit überhaupt überschritten wird.

[1]) *Robert Emden*, «Ueber die Ausströmungserscheinungen permanenter Gase». Habilitationsschrift. Leipzig, Joh. Ambr. Barth, 1899, Tafel I. Fig. 15.

## Die neue Basler Rheinbrücke.

Von Ingenieur *E. Gutzwiller* in Basel.

(Schluss.)

Die Druckluftgründung ist in ihrer Anwendung im allgemeinen bekannt, sodass hier eine nähere Beschreibung der Bauweise und der Installationen nichts wesentlich Neues bringen dürfte. Die Konstruktion der eisernen Caissons war die für solche Bauten übliche. Da der Baugrund aus z. T. felsartigen Molasseschichten besteht, musste sie äusserst kräftig gewählt werden; hauptsächlich war der Ausbildung der Schneide grosse Sorgfalt zugewendet worden. Der Caisson bestand aus einem äussern Umfassungsblech von 6,0 *m* Höhe und einem innern Mantel und Deckenblech, die luftdicht genietet waren. Kräftige Konsolen und Querträger bildeten das Gerippe. Wir verweisen bezüglich dieser Ausführungen auf die Abbildungen 24 bis 28.

Die zur Verwendung gelangten Schleusen, System Holzmann & Cie., dienten sowohl zur Material- wie zur Personenförderung, und zwar wurden bei den kleinen Pfeilern je zwei, beim Mittelpfeiler drei Schleusen verwendet. Eine durch die Firma Alb. Buss & Cie. hergestellte Schleuse mit verschiedenen Verbesserungen erzielte wesentlich grössere Leistungen als die Holzmannsche; immerhin war die Förderung von so vielen Nebenfaktoren abhängig, dass die Tagesfortschritte und Leistungen sehr verschieden waren und eine bestimmte, für alle Fälle gültige Formel nicht gegeben werden kann. Die Grundflächen und Abteufungen der einzelnen Pfeilercaissons finden sich in nachfolgender Tabelle zusammengestellt.

| Caisson-Bezeichnung | Objekt | Grundfläche | Fundationstiefe unter Null | Fundationstiefe unter Sohle | Anzahl der Schleusen |
|---|---|---|---|---|---|
| | | $m^2$ | *m* | *m* | |
| A | Ufermauer | 130 | — 14,09 | 15,50 | 2 |
| B | Pfeiler 1 | 170 | — 14,07 | 8,70 | 2 |
| C | « 2 | 170 | — 13,54 | 10,30 | 2 |
| D | « 3 | 316 | — 12,06 | 9,55 | 3 |
| E | « 4 | 153 | — 11,19 | 9,55 | 2 |
| F | « 5 | 153 | — 9,57 | 8,67 | 2 |
| G | Landpfeiler | 141 | — 6,03 | 7,43 | 1+1 |

Die Absenkung der einzelnen Pfeiler brachte im grossen und ganzen keine Ueberraschungen, wiewohl gerade die Absenkung des ersten Caissons für die linkseitige Ufermauer sich infolge des Vorbaues zum Schutze des alten Widerlagers in der obern Partie schwierig gestaltete. Das alte Widerlager war durch eingerammte Eisenbahnschienen, Spundwände und Pfähle, sowie durch Mauerwerk, Beton, Steinwürfe und Pflaster derart versichert, dass die Beseitigung der zum Teil direkt unter der Schneide des Caissons liegenden Bauteile den normalen Fortschritt bedeutend hemmte. Ebenso war die Sprengarbeit im Mittelpfeiler zur Beseitigung des Fundamentes des alten Mittelpfeilers zeitraubend, und die Zerkleinerung und Wegschaffung der oft bis zu 1 $m^3$ grossen, harten Sandsteinknauer verursachten viele Störungen. Der harte, z. T. molasseartige Baugrund war schwer zu lösen,

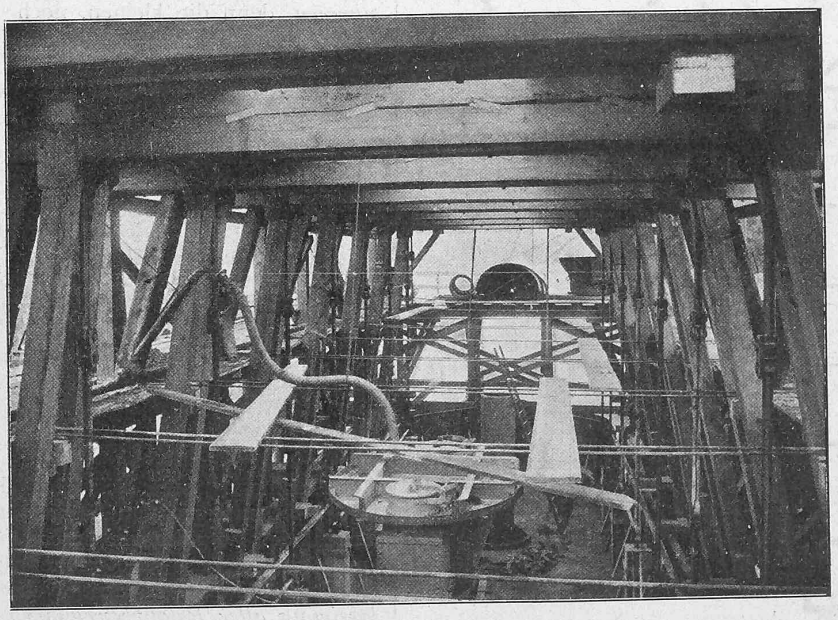


Abb. 25. Das Innere eines Caissongerüstes. — 31. Oktober 1903.