

# Zur Geometrie der konformen Abbildungen von Schaufelrissen

Autor(en): **Prášil, Franz**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **51/52 (1908)**

Heft 7

PDF erstellt am: **26.06.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-27467>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

INHALT: Zur Geometrie der konformen Abbildungen von Schaufelrissen. — Ein Architekten-Atelier in Tavannes. — Ideenwettbewerb für den «Pont de Pérolles» in Freiburg. — Die schweizer. Eisenbahnen im Jahre 1907. — Schweizer. Verein von Dampfkesselbesitzern. — Miscellanea: Versuche mit Zugsicherungsapparaten. XXI. Generalversammlung des Schweiz. Elektrotech-

nischen Vereins. Internationaler Kongress für Kälteindustrie. Dampffähre Warnemünde-Gjedser. Schweizer Motorboote. Diepoldsauer Rheindurchstich. Internationale Vereinigung für gewerblichen Rechtsschutz. Jahresbericht des Landesmuseums in Zürich. Erbauung einer Volksoper in München. — Nekrologie: J. M. Olbrich. — Literatur. Neuigkeiten. — Vereinsnachrichten: G. e. P.

Bd. 52.

Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur unter der Bedingung genauester Quellenangabe gestattet.

Nr. 7.

### Zur Geometrie der konformen Abbildungen von Schaufelrissen.

Von Prof. Dr. F. Prážil.

Im Bd. XLVIII der „Schweiz. Bauzeitung“ wurde im Artikel „Die Bestimmung der Kranzprofile und Schaufelformen für Turbinen und Kreiselpumpen“ auf Seite 289 usf. auf die Anwendbarkeit konformer Abbildungen hingewiesen und das Problem der konformen Abbildung einer Rotationsfläche auf eine Ebene senkrecht zur Drehachse unter Ableitung des Abbildungsgesetzes und Angaben für einige Methoden zur Bestimmung der Radien des konformen Netzes behandelt.

Im folgenden sollen diese geometrischen Studien erweitert und mit Aufgaben in Zusammenhang gebracht werden, die sich bei der Aufzeichnung von Schaufelrissen nach den bisher üblichen Verfahren ergeben.

#### I. Konforme Abbildung einer Rotationsfläche mit gegebener Meridianlinie auf Kreiskegelflächen.

Gauss hat in der im Jahre 1825 in Heft 3 von Schuhmachers astronomischen Abhandlungen erschienenen Originalschrift „Allgemeine Auflösung der Aufgabe: Die Teile einer gegebenen Fläche so abzubilden, dass die Abbildung dem Abgebildeten in den kleinsten Teilen ähnlich wird“ das Problem der konformen Abbildungen vollständig allgemein gelöst und in derselben Schrift an einigen Beispielen erläutert; das Problem hat dann in erster Linie in der Landkartendarstellung (Stereographische Projektion) und weiter bei Untersuchungen auf Grundlage der Potentialtheorie in verschiedenen Gebieten der mathematischen Physik Anwendung gefunden.

Die allgemeine Theorie des Problems der konformen Abbildungen basiert auf bestimmten Eigenschaften der Funktionen komplexen Argumentes; es stellen sich der Anwendung desselben vielfach Ausführungsschwierigkeiten bei den für die vollständige Auflösung nötigen Integrationen entgegen.

Das Problem vereinfacht sich aber wesentlich, wenn man dessen Anwendung auf gewisse einfache Flächenformen beschränkt, zu denen auch die Rotationsflächen gehören. Für solche Flächen ergibt sich eine Lösung wie folgt:

In der Rotationsfläche mit der Meridianlinie  $mm$  (Abb. 1) sei  $p$  ein Punkt auf dem Parallelkreis mit dem Radius  $r$ ; derselbe gehöre dem Flächenstück mit den unendlich kleinen Seitenlängen  $dl$ , gemessen im Meridian, und  $rd\varphi$ , gemessen im Parallelkreis des Punktes  $p$ , an; die Diagonale  $ds$  dieses unendlich kleinen Flächenstückes ist bestimmt durch die Gleichung:

$$ds^2 = dl^2 + r^2 d\varphi^2$$

Dem Punkt  $p$  der Rotationsfläche  $mm$  entspreche in der koaxialen Rotationsfläche mit der Meridianlinie  $MM$  ein Punkt  $P$ , dessen Lage derart angenommen wird, dass derselbe mit dem Punkte  $p$  in derselben Meridianebene liegt; der Radius seines Parallelkreises sei  $R$ , die Seiten des dem obigen entsprechenden unendlich kleinen Flächenstückes seien  $dL$  und  $Rd\varphi$ ; hiermit ergibt sich für die Diagonale die Gleichung:

$$dS^2 = dL^2 + R^2 d\varphi^2$$

Das Problem der konformen Abbildung verlangt, dass das Verhältnis  $\frac{ds^2}{dS^2} = m^2$  für alle, von den Punkten  $p$  und  $P$  innerhalb der Flächen, denen dieselben angehören, aus gezogenen Richtungen denselben Wert hat, also unabhängig ist von dem Winkel, unter dem die Diagonale gegen die Meridianlinie oder den Parallelkreis geneigt ist; ist dies nämlich der Fall, so wird jedem, den Punkt  $p$  enthaltenden

unendlich kleinen Flächenelement mit beliebig geformter Umgrenzungslinie ein ebenfalls unendlich kleines Flächenelement um den Punkt  $P$  mit bestimmter Umgrenzung entsprechen, das dem ersten ähnlich ist.

Bildet man nun

$$\frac{ds^2}{dS^2} = m^2 = \frac{dl^2 + r^2 d\varphi^2}{dL^2 + R^2 d\varphi^2} = \frac{r^2}{R^2} \cdot \frac{\left(\frac{dl}{r}\right)^2 + d\varphi^2}{\left(\frac{dL}{R}\right)^2 + d\varphi^2}$$

so ist ersichtlich, dass dieser Bedingung für die beiden zugeordneten Punkte genügt wird, wenn  $\frac{dl}{r} = \pm \frac{dL}{R}$  gemacht wird, indem dann  $\frac{ds^2}{dS^2} = m^2 = \frac{r^2}{R^2}$ , also nur mehr von der Grösse der zugeordneten Radien abhängig wird; die Abhängigkeit zwischen  $r$  und  $R$  ist dann durch die Gleichung  $\frac{dl}{r} = \pm \frac{dL}{R}$  bestimmt, wenn die Gleichungen der beiden Meridianlinien gegeben und betreffend der Grösse der Radien zweier gewisser Parallelkreise der beiden Flächen eine bestimmte Annahme getroffen ist, wie dies aus der Entwicklung der folgenden, mit Rücksicht auf die praktische Anwendung noch weiter spezialisierten Fälle zu ersehen ist.

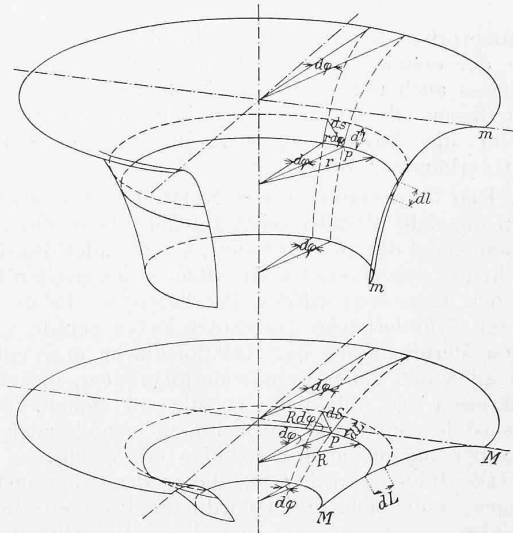


Abb. 1.

Da die obige Entwicklung keine Bedingung betreffend eine Abhängigkeit der Form der beiden Meridianlinien  $mm$  und  $MM$  enthält, so ist es auch zulässig und zudem praktisch bequem, eine der Meridianlinien, z. B.  $MM$  als Gerade zu wählen, wodurch die betreffende Rotationsfläche im allgemeinen zu einer Kreiskegelfläche wird; je nach der Grösse des Winkels  $\alpha$ , unter dem diese Gerade gegen die Axe geneigt ist, erhält man folgende drei Fälle:

1. Fall:  $\alpha = 90^\circ$ , die Rotationsfläche  $MM$  wird zu einer Ebene  $EE$  senkrecht zur Drehachse.
2. Fall:  $90^\circ > \alpha > 0$ , die Rotationsfläche wird eine spezielle Kreiskegelfläche.
3. Fall:  $\alpha = 0$ , die Gerade hat den konstanten Abstand  $R_0$  von der Achse; die Rotationsfläche wird zu einer Zylinderfläche  $ZZ$ .

Die Flächen des zweiten und dritten Falles können in Ebenen ausgebreitet werden, die Bilder der ausgebreiteten Flächen sind naturgemäss den Bildern der Kegel-, bzw. Zylinderfläche in den kleinsten Teilen kongruent, also auch ähnlich; es ergibt sich somit, dass in allen drei Fällen ebene konforme Abbildungen der Rotationsfläche  $mm$  entstehen, d. h. jeder beliebigen Figur in der Rotationsfläche

Zur Geometrie der konformen Abbildungen von Schaufelrissen.

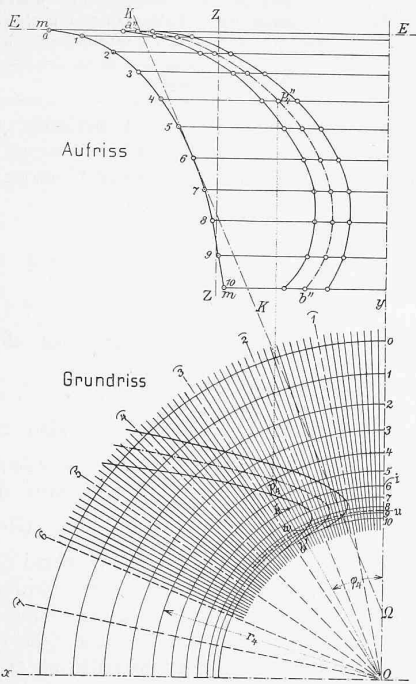


Abb. 2.

*mm* entsprechen in den drei Abbildungen bestimmte der ersten konforme Figuren, die dann naturgemäss auch unter einander konform sind.

Mit dieser allgemeinen Eigenschaft sind eine Reihe für die Anwendung wertvolle besondere Eigenschaften verbunden; wie z. B.:

1. Den Parallelkreisen der Rotationsfläche *mm* entsprechen ebenfalls Parallelkreise auf der Ebene des ersten Falles, am Kegel des zweiten Falles, am Zylinder des dritten Falles; in der ausgebreiteten Kegelfläche des zweiten Falles entsprechen denselben wieder Parallelkreise, in der ausgebreiteten Zylinderfläche des dritten Falles gerade Linien.

Den Meridianlinien der Rotationsfläche *mm* entsprechen in allen drei Fällen gerade Meridianlinien, die zu den Parallelkreisen der Abbildungen senkrecht stehen.

Es ist hierdurch die Aufzeichnung orthogonaler Netze mit einander zugeordneten Netzlinien ermöglicht.

2. Die Bilder von Kurven, die in der Rotationsfläche *mm* liegen, schneiden in zugeordneten Punkten die entsprechenden Netzlinien unter denselben Winkeln; die Abbildungen werden winkeltreu.

3. Aus den Längen der Abbildungen von Kurvenstücken lassen sich die wahren Längen derselben in der Rotationsfläche *mm* bestimmen; dasselbe gilt von Flächenstücken, die von solchen Kurven bzw. deren Abbildungen begrenzt sind.

4. Es können in den Abbildungen Kurven und Kurvenscharen konstruiert werden, denen in der Rotationsfläche *mm* bestimmte Eigenschaften, z. B. die der Aequidistanz, orthogonalen Schnittes usw., zukommen.

5. Man kann die Kurven der Abbildungen als Bahnen bewegter Punkte betrachten und aus den Geschwindigkeiten in der Abbildung diejenigen in der Rotationsfläche bestimmen. Hierüber geben nun folgende Erörterungen Aufschluss:

II. Bestimmung der Elemente der konformen Netze und Aufzeichnung derselben.

a) Zum ersten Fall:  $\alpha = 90^\circ$ .

Dieser Fall ist bereits in der eingangs erwähnten Publikation in der „Schweiz. Bauzeitung“ behandelt. Das konforme Netz besteht aus radialen Geraden, die durch den Schnittpunkt *o* des Achsenkreuzes *XY* gehen und deren gegenseitige Lage der gegenseitigen Neigung der Meridian-

Konforme Abbildung auf der Ebene *EE* (zu Abb. 3).

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI
Pkt.	<i>r</i>	$1/r$	$1/r$ mittel	$\Delta l$	$\Delta f$	$\int \frac{dl}{r}$	$e \int \frac{dl}{r}$	<i>R/R</i> <sub>0</sub>	<i>R</i>	<i>r/R</i>
0	10,00	0,1000				0,0000	1,000	1,000	10,00	1,000
1	9,00	0,1111	0,1055		0,1055	0,1055	1,111	0,900	9,00	1,000
2	8,10	0,1235	0,1173		0,1173	0,2228	1,250	0,800	8,00	1,013
3	7,34	0,1362	0,1298		0,1298	0,3526	1,423	0,703	7,03	1,045
4	6,70	0,1492	0,1427		0,1427	0,4953	1,670	0,609	6,09	1,100
5	6,15	0,1626	0,1559		0,1559	0,6512	1,918	0,522	5,22	1,179
6	5,71	0,1752	0,1689		0,1689	0,8201	2,270	0,441	4,41	1,295
7	5,37	0,1863	0,1807		0,1807	1,0008	2,720	0,368	3,68	1,460
8	5,10	0,1961	0,1912		0,1912	1,1920	3,295	0,303	3,03	1,684
9	4,94	0,2025	0,1993		0,1993	1,3913	4,020	0,249	2,49	1,984
10	4,75	0,2106	0,2065	Konstant = 1,00	0,2065	1,5978	4,941	0,202	2,02	2,351

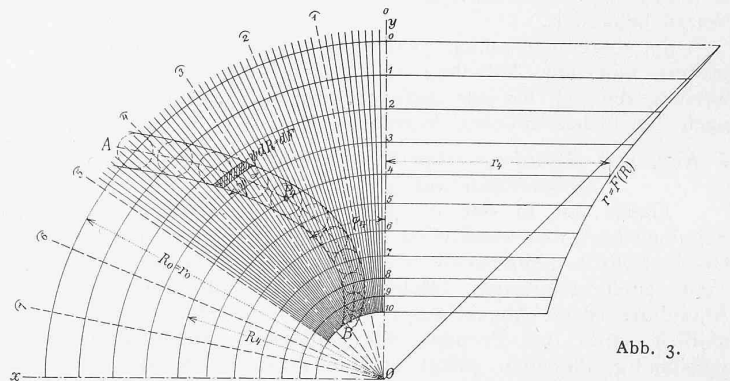


Abb. 3.

ebenen entspricht und aus Parallelkreisen, deren Halbmesser aus der Relation  $\frac{dL}{R} = \pm \frac{dl}{r}$  bestimmt wird. Es wird  $L = R$  und mithin ergibt sich

$$\frac{dR}{R} = \pm \frac{dl}{r} \quad \text{Ia}$$

$$R = R_0 e^{\pm \int_{r_0}^r \frac{dl}{r}} \quad \text{IIa}$$

worin  $r_0$  und  $R_0$  die Radien der zugeordneten Parallelkreise und  $e$  die Basis der natürlichen Logarithmen bezeichnen.

Ist die Meridianlinie *mm* durch die Gleichung  $z = F(r)$  bestimmt, wobei  $z$  und  $r$  die Koordinaten eines rechtwinkligen ebenen Koordinatensystems in einer Meridianebene bedeuten und die *Z*-Achse mit der Drehachse zusammenfällt, so wird mit  $F(r) = \frac{dz}{dr}$

$$dl = dr \cdot \sqrt{1 + [F'(r)]^2}, \text{ also}$$

$$R = R_0 e^{\pm \int_{r_0}^r \frac{dr}{r} \cdot \sqrt{1 + [F'(r)]^2}}$$

Das Doppelzeichen  $\pm$  deutet auf zwei Lösungen hin, die nach der allgemeinen Theorie der konformen Abbildungen als spiegelbildähnlich bezeichnet werden. Die analytische Ausführung der Integration ist, selbst wenn tatsächlich die Funktion *F* gegeben ist, meist sehr schwierig oder doch wenigstens umständlich; in den praktischen Fällen ist übrigens zumeist nur die Kurve *mm* selbst gegeben und ist daher zur Ausführung der Integration im allgemeinen eine graphische oder tabellarische Berechnungsmethode zu empfehlen, die sich darauf gründet, dass der Wert jedes bestimmten Integrals einer Quadratur entspricht. Der Abbildung 3 ist eine Berechnungstabelle beigegeben, die nach den Erfahrungen an Uebungsbeispielen rasch und mit genügender Genauigkeit zum Ziel führt.

Es wird die Meridianlinie *mm* (Abb. 2) in eine Anzahl am besten gleicher Teile von der Länge  $\Delta l$  geteilt, sodass, wenn man dieselbe in eine Gerade ausstreckt, auf den Teilpunkten die Längen  $\frac{l}{r}$  als Ordinaten nach einem an-

Zur Geometrie der konformen Abbildungen von Schaufelrissen.

Konforme Abbildung auf der Kegelfläche  $\Omega K$  (zu Abb. 4).

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV
Pkt.	$r$	$1/r$	$1/r$ mittel	$\Delta l$	$\Delta f$	$\int \frac{dl}{r}$	$\sin \alpha \int$	$e^{\sin \alpha \int}$	$L/L_0$	$L$	$L - L_0$	$L \sin \alpha$	$\frac{r}{L \sin \alpha}$
0	10,00	0,1000											
1	9,00	0,1111	0,1055										
2	8,10	0,1235	0,1173										
3	7,34	0,1362	0,1298										
4	6,70	0,1492	0,1427										
5	6,15	0,1626	0,1559										
6	5,71	0,1752	0,1689										
7	5,37	0,1863	0,1807										
8	5,10	0,1961	0,1912										
9	4,94	0,2025	0,1993										
10	4,75	0,2106	0,2065										

Konforme Abbildg. auf der Zylinderfläche  $ZZ$  (zu Abb. 5).

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Pkt.	$r$	$1/r$	$1/r$ mittel	$\Delta l$	$\Delta f$	$\int \frac{dl}{r}$	$L/R_0$	$L$	$r/R_0$
0	10,00	0,1000							
1	9,00	0,1111	0,1055						
2	8,10	0,1235	0,1173						
3	7,34	0,1362	0,1298						
4	6,70	0,1492	0,1427						
5	6,15	0,1626	0,1559						
6	5,71	0,1752	0,1689						
7	5,37	0,1863	0,1807						
8	5,10	0,1961	0,1912						
9	4,94	0,2025	0,1993						
10	4,75	0,2106	0,2065						

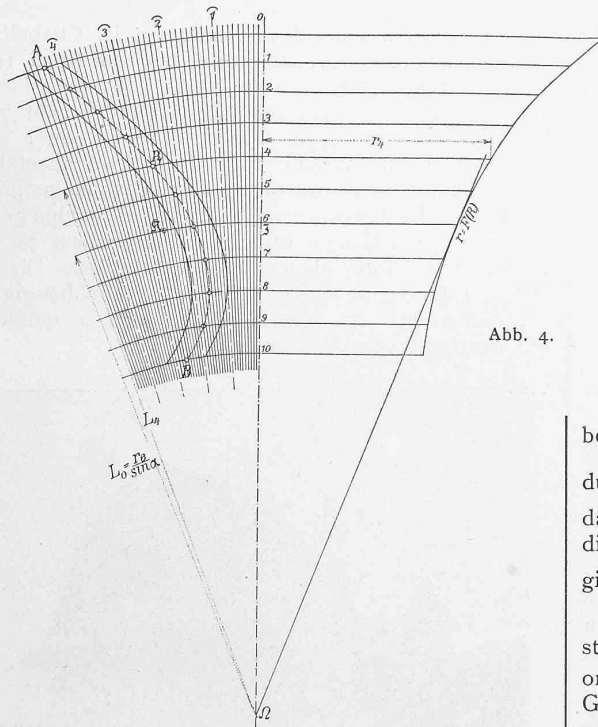


Abb. 4.

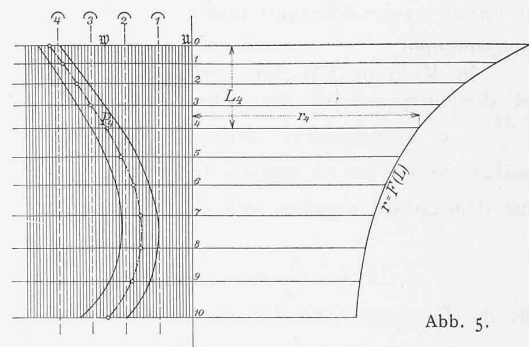


Abb. 5.

genommenen Masstab aufträgt, eine Kurve und damit eine von der gestreckten Meridianlinie, den Endordinaten  $\frac{1}{r_0}$  und  $\frac{1}{r}$  und der Kurve gebildete Fläche entsteht, deren einzelne Elemente aus  $\Delta l$  und dem mittlern Ordinatenwert zwischen zwei aufeinanderfolgenden Punkten bestimmt werden.

In Kolonne IV der Tabelle sind die Mittelwerte von  $\frac{1}{r}$ , in Kolonne VI die Einzelwerte der Flächenstreifen  $\Delta f$ , in Kolonne VII die Integralwerte  $\int_{r_0}^r \frac{dl}{r}$  als Summen der Einzelwerte  $\Delta f$  eingetragen. Die Werte der Kolonne VIII  $e^{\sin \alpha \int}$  werden am besten aus den Werten der vorhergehenden Kolonne mit Hilfe der Tafel der natürlichen Logarithmen bestimmt.

Die Kolonne IX gibt  $\frac{R}{R_0}$ ; im Beispiel sind, da der äusserste Punkt der Meridianlinie zum Ausgangspunkt genommen wurde, die entsprechenden Werte aus

$$\frac{R}{R_0} = e^{-\int \frac{dl}{r}} = \frac{1}{e^{\int \frac{dl}{r}}}$$

berechnet worden; es wird hiebei  $\frac{R}{R_0} < 1$ ; bei Anwendung des +Zeichens würde  $\frac{R}{R_0} > 1$ , die Abbildung wäre dann zur erhaltenen spiegelbildähnlich. Kolonne X gibt die Werte von  $R$  bei der Zuordnung  $R_0 = r_0$ , Kolonne XI gibt für spätern Gebrauch die Werte von  $\frac{r}{R}$ .

Das aus radialen Geraden und Parallelkreisen bestehende Netz wird für den Gebrauch am besten so angeordnet, dass sein Achsenkreuz  $XY$  parallel demjenigen des Grundrisses ist (Abb. 2 und 3).

Es ergibt sich hierbei am einfachsten die punktweise Uebertragung von Figuren aus der Abbildung in Projektionsdarstellung; um nicht zu viele Parallelkreise zeichnen zu müssen, empfiehlt es sich, auf einem der Schenkel des Achsenkreuzes z. B.  $OY$  die Halbmesser  $r = F(R)$  durch eine Kurve darzustellen; für die Uebertragung grösserer Linien und Flächenkomplexe empfiehlt sich die Aufzeichnung gleichmässig verteilter radialer Netzlinien (vergl. Abb. 2, 3, 4, 5, sowie die folgenden).

b) Zum zweiten Fall:  $90^\circ > \alpha > 0$ .

Es ist hier zweckmässig, die entwickelte Kegelfläche zu zeichnen; das Netz besteht wieder aus radialen Linien und Parallelkreisen, die folgendermassen erhalten werden:

Dem Radius  $R_0$  des Parallelkreises der Kegelfläche  $\Omega K$ , der einem bestimmten Parallelkreis der Rotationsfläche  $mm$  zugeordnet wird, entspricht eine Länge der Erzeugenden bis zum Kegelscheitel von  $L_0 = \frac{R_0}{\sin \alpha}$ ; diese Länge gibt den Radius der entwickelten Grundlinie des Kreiskegels; die von  $\Omega$  aus zu denjenigen Teilpunkten dieses Grundkreises, die dem Schnitt mit den Meridianebenen entsprechen, gezogenen Geraden bilden die radialen Netzlinien; die Halbmesser der Parallelkreise werden wieder aus der Relation  $\frac{dL}{R} = \pm \frac{dl}{r}$  berechnet.



Man hat  $L = \frac{R}{\sin \alpha}$ , also  $dL = \frac{dR}{\sin \alpha}$  und mithin:

$$\frac{dR}{R} = \pm \sin \alpha \frac{dl}{r} \quad I b$$

$$R = R_0 e^{\pm \sin \alpha \int_{r_0}^r \frac{dl}{r}} \quad II b$$

$r_0$  und  $R_0$  sind wieder die Radien der zugeordneten Parallelkreise von Rotationsfläche  $mm$  und Kegelfläche  $\Omega K$ ,  $e$  die Basis der natürlichen Logarithmen. Nun ist aber auch  $L = \frac{R}{\sin \alpha}$ ;  $L_0 = \frac{R_0}{\sin \alpha}$  und mithin folgt für das entwickelte ebene Netz

$$L = L_0 e^{\pm \sin \alpha \int_{r_0}^r \frac{dl}{r}}$$

Bezüglich der Bestimmung des Integrals gilt dasselbe wie im frühern Fall; im Beispiel der Abbildungen 2 und 4 wurde die Kegelfläche mit Rücksicht auf praktische Anwendungen so gewählt, dass dieselbe die Rotationsfläche  $mm$  im Parallelkreise 6 berührt und wurde  $R_0 = r_6$ ;  $L_0 = \frac{r_6}{\sin \alpha}$  angenommen.

In Kolonne VII der bezüglichen Berechnungstabelle ist dementsprechend für den Punkt 6 der Integralwert  $\int \frac{dl}{r} = 0$  angenommen und die Flächen von 0 bis 6 positiv, von 6 bis 10 negativ in Rechnung gesetzt worden; aus dem Grund ergeben sich die Werte von  $\frac{L}{L_0}$  wie folgt:

$$\frac{L}{L_0} = e^{\sin \alpha \int_r^6 \frac{dl}{r}}$$

für die Grenzen 0 bis 6 und

$$\frac{L}{L_0} = \frac{1}{e^{\sin \alpha \int_6^r \frac{dl}{r}}}$$

für die Grenzen 6 bis 10.

Bezüglich der übrigen Kolonnen, sowie der Netzzeichnung kann auf die Abbildung 4 nebst Berechnungstabelle verwiesen werden.

c) Zum dritten Fall:  $\alpha = 0$ ; die Zylinder-Erzeugende hat den Abstand  $R_0$  von der Drehachse.

Auch hier ist es zweckmässig, die entwickelte Zylinderfläche zu zeichnen. Das Netz besteht aus zwei Scharen orthogonaler Geraden, von denen diejenigen, die den Meridianlinien der Rotationsfläche entsprechen, in Abständen aufzutragen sind, die den Abschnitten am Kreise vom Radius  $R_0$  entsprechen, welche durch die Schnittpunkte der Meridianebenen mit diesem Kreise gebildet sind. Die Abstände der den Parallelkreisen entsprechenden Geraden bestimmen sich wieder aus der Relation  $\frac{dL}{R} = \pm \frac{dl}{r}$ ; es ist hier  $R$  konstant gleich  $R_0$  und mithin

$$\frac{dL}{R_0} = \pm \frac{dl}{r} \quad I c$$

$$L = L_0 \pm R_0 \int_{r_0}^r \frac{dl}{r} \quad II c$$

Hierbei kann  $L_0$  einen beliebigen Wert, also auch Null annehmen; die Formel vereinfacht sich dann zu

$$L = R_0 \int_{r_0}^r \frac{dl}{r}$$

Die der Abbildung 5 beigegebene Berechnungstabelle, sowie die betreffende Figur erklären im Verein mit dem Vorhergehenden die Berechnungs- und Darstellungsweise.

III. Uebertragung von Kurven.

Es sei eine in der Rotationsfläche  $mm$  (Abb. 2) liegende Kurve  $\overline{ab}$  in den beiden orthogonalen Projektionen  $\overline{a'b'}$  und  $\overline{a''b''}$  gegeben; es sind deren konforme Abbildungen zu zeichnen.

a) Im Falle:  $\alpha = 90^\circ$  (Abb. 3)

Um z. B. den dem Punkt  $p_4$  entsprechenden Punkt der konformen Abbildung zu erhalten, zieht man  $OP_4 \parallel op_4$ ; der Schnittpunkt dieses Strahles mit dem Parallelkreis 4 des konformen Netzes gibt den Punkt  $P_4$  usf.

b) Im Falle:  $90^\circ > \alpha > 0$  (Abb. 4).

Die Länge des Bogens  $\overline{ik}$ , den der Strahl  $op_4$  im Grundriss am Kreis mit dem Radius  $R_0 = r_6$  abschneidet, wird am Parallelkreis 6 des konformen Netzes vom Anfangsstrahl  $\Omega Y$  aus in  $\mathfrak{J}\mathfrak{K}$  aufgetragen, der Schnitt des Strahles  $\Omega K$  mit dem Parallelkreis 4 des konformen Netzes gibt den Punkt  $P_4$  usf.

c) Im Falle:  $\alpha = 0$  (Abb. 5).

Die Länge des Bogens  $\overline{uw}$ , die der Strahl  $op_4$  im Grundriss am Kreis mit dem Zylinderradius  $R_0$  abschneidet, wird im konformen Netz vom Anfangsstrahl  $YY$  aus in  $\overline{UW}$  abgetragen; der Schnittpunkt der Parallele zu  $YY$  durch  $U$  mit der Geraden 4 des konformen Netzes gibt den Punkt  $P_4$  u. s. f. (Schluss folgt.)

Ein Architekten-Atelier in Tavannes.

Erbaut von *Reni Chapallaz*, Architekt in Tavannes. (Mit Tafel III.)

Das Atelierhaus des Architekten R. Chapallaz in Tavannes, das von November 1906 bis zum April 1907 nach seinen Plänen erbaut wurde, steht auf einer kleinen Anhöhe inmitten freundlicher Wiesen und schaut mit seiner Hauptfront nach Süden. Da im Jura bei einer Höhe von 750 m ü. M. die Winter lang und die Schneefälle häufig und reichlich sind, wurde eine dem Klima möglichst entsprechende Dachform gewählt, die gegen Norden geschlossen sich nur nach Süden öffnet. Dadurch liess es sich auch ermöglichen, unter dem Dache eine grosse Terrasse zum Heliographieren anzuordnen, auf der, unabhängig von der Witterung und ohne das Haus verlassen zu müssen, jederzeit gearbeitet werden kann.

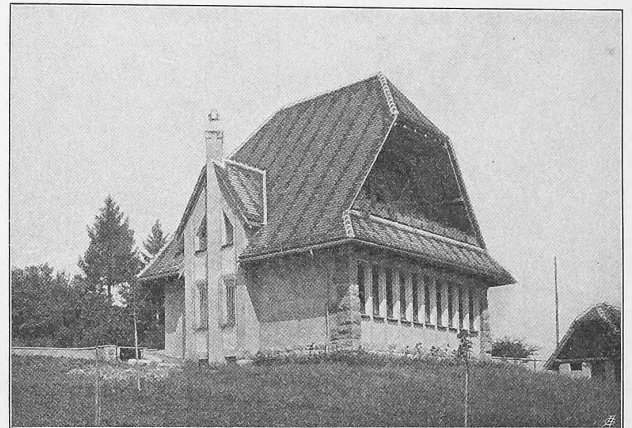


Abb. I. Ansicht der Süd- und Ostfassaden des Architekten-Ateliers in Tavannes.

Die Fassadenmauern erhielten über einem Sockel und zwischen Ecklisenen von rauh bossierten Quadern aus dem in der Nähe vorkommenden Kalkstein, einen rauhen Bewurf ohne Zusatz von Farbe; die Leibungen ebenso wie die Brüstungen der Fenster sind mit Fettkalk-Mörtel verputzt und die Fensterbänke durch aufgelegte kleine rote Dachziegel, die wenig vor die Brüstungen vorstehen, gegen Nässe usw. wirksam geschützt.

Zu dem sichtbaren Holzwerk, bei dem die Konstruktion möglichst wenig verdeckt wurde, fand feinfaseriges Fichtenholz der Gegend Verwendung, zum sichtbaren Täfelwerk ist Bündner Fichtenholz und zu den Verkleidungen der Vordächer und der Rückwand der Terrasse Arvenholz benutzt worden.

Da eine hohe Brüstung die Lichtpausarbeiten auf der Terrasse beeinträchtigt hätte, ersetzte sie der Architekt durch einen niedern Blumenkasten, dessen farbige Blüten auf dem dunkeln Grunde der offenen Laube besonders reizvoll wirken.