

# Die Ermittlung der Zentralellipse von Kreisbogen, Kreisausschnitt und Kreisabschnitt durch Zeichnung

Autor(en): **Hartmann, H.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **55/56 (1910)**

Heft 9

PDF erstellt am: **08.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-28669>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Die Ermittlung der Zentralellipse von Kreisbogen, Kreisabschnitt und Kreisabschnitt durch Zeichnung.

Von Ingenieur H. Hartmann, Konstantinopel.

1. Soll das Endergebnis einen bestimmten Genauigkeitsgrad nicht unterschreiten, so bedingt die graphische Behandlung vieler Aufgaben die Kenntnis der einen oder andern der in der Ueberschrift genannten Zentralellipsen. Für diese sind meines Wissens bisher keine einfachen Konstruktionen bekannt gegeben worden, sodass die einschlägigen Grössen jeweils durch Rechnung bestimmt werden müssen, welche Rechnung jedoch nicht nur zeitraubend, sondern auch un bequem ist, insofern als dabei Tabellenwerke benötigt werden.

Nachstehend soll nun unter Zuhilfenahme nur der elementarsten Sätze der Geometrie und Mechanik gezeigt werden, dass sich die Zentralellipse des Kreisbogens, Kreisabschnittes und Kreisabschnittes in der einfachsten Weise durch Zeichnung ermitteln lässt.

Als bekannt darf vorausgesetzt werden, dass für Kreisbogen sowohl als für Kreisabschnitt und Kreisabschnitt der Schwerpunkt *S* auf der Halbierungsgeraden *CD* des Zentriwinkels  $\alpha$  liegt (Abbildung 1); dass die eine Hauptachse  $i_1$  der Zentralellipse mit dieser Halbierungsgeraden zusammenfällt, und dass somit die andere Hauptachse  $i_2$  auf ihr senkrecht steht, also zur Bogensehne *AB* parallel ist.

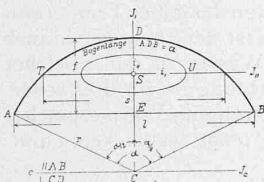


Abbildung 1.

## A. Kreisbogen.

2. Zunächst ist der Schwerpunkt *S* zu bestimmen, also, da er auf der bekannten Geraden *CD* liegt, sein Abstand von irgend einem Punkt der Zeichnungsebene. Als solchen Punkt wählen wir den Kreismittelpunkt *C*. Ist dann  $St_c$  das statische Moment des Kreisbogens *ADB* bezüglich der Geraden *c*, so ist laut Definition des Schwerpunktes

$$a \cdot \overline{CS} = St_c \quad (1)$$

Das statische Moment  $St_c$  wird durch Summation der statischen Momente  $\Delta St_c$  der einzelnen Bogenelemente  $\Delta a$  erhalten (Abbildung 2), wobei  $\Delta a$  in Wirklichkeit unendlich klein zu denken ist, sodass es also auch gradlinig ist. Wird dessen Mittelpunkt mit *Y* bezeichnet, so ergibt sich

$$\Delta St_c = \Delta a \cdot \overline{XY}$$

Da das kleine, doppelt schraffierte Dreieck ähnlich ist dem Dreieck *CYX*, so ist aber auch

$$\Delta a \cdot \overline{XY} = \Delta l \cdot \overline{CY} = \Delta l \cdot r, \quad \text{d. h. es ist}$$

$\Delta St_c =$  der Fläche des schraffierten Rechtecks, woraus durch Summation über den ganzen Kreisbogen folgt:  $St_c = \Sigma(\Delta St_c) =$  Fläche des Rechtecks  $A^1A^1B^1B^1 = r \cdot \overline{AB}$  (2) Diesen Wert in Gleichung 1 eingesetzt, gibt

$$a \cdot \overline{CS} = r \cdot \overline{AB} \quad (3)$$

womit die Unbekannte *CS* und damit der Schwerpunkt *S* bestimmt ist. Die graphische Auflösung von Gleichungen der vorstehenden Form geschieht bekanntlich mit Hilfe ähnlicher Dreiecke. Abbildung 3 gibt die möglich einfachste Lösung: in einem Bogenendpunkt, z. B. in *A*, zieht man die Kreistangente und trägt darauf von *A* aus die Länge des Bogens *ADB* ab<sup>1)</sup>, womit der Punkt *F* erhalten wird; dann schnei-

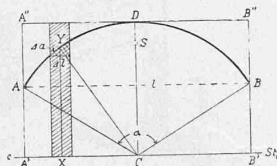


Abbildung 2.

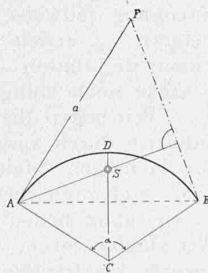


Abbildung 3.

<sup>1)</sup> Die Streckung eines Bogens erfolgt sehr rasch und genau nach der Methode von Culmann; vgl. dessen Graphische Statik.

det die durch den Punkt *A* zur Geraden *BF* gezogene Senkrechte die Winkelhalbierungslinie *CD* im Schwerpunkt *S*. Denn in den Dreiecken *AFB* und *CAS* stehen die Seiten aufeinander senkrecht, mithin sind die beiden Dreiecke ähnlich, woraus folgt:

$$AF \cdot CS = AA \cdot CB$$

$$\text{oder } a \cdot CS = AB \cdot r$$

entsprechend Gleichung 3.

Ist der Winkel  $\alpha$  gross, so reduziert man das Dreieck *ABF* auf die Hälfte, d. h. man trägt auf der Tangente in *A* die halbe Bogenlänge *AD* auf (Abbildung 4) worauf  $AS \perp EF$  gezogen wird.

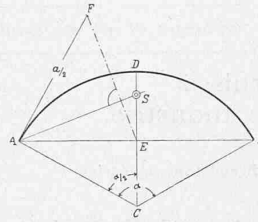


Abbildung 4.

Ist  $\alpha < 57^\circ$ , so wird in Abbildung 3  $\overline{BF} < \overline{AS}$ , so dass ein Fehler in der Richtung von *BF* sich in vergrössertem Masstab auf den Schwerpunkt *S* überträgt. Man umgeht dieses Arbeiten vom Kleinen ins Grosse, wenn man auf das Dreieck *ABF* (Abbildung 3) den Satz anwendet, dass die von den Endpunkten auf die Gegenseiten gefällten Lote sich in einem Punkte schneiden. Das Lot vom Punkt *B* auf die Gegenseite *AF* ist aber parallel *AC*, und das Lot vom Punkt *F* auf die Gegenseite *AB* ist parallel *CD*; mithin ergibt sich nach Abbildung 5 mit  $BG \parallel AC$  und  $FG \parallel CD$  der auf dem dritten Lot *AS* gelegene Schnittpunkt *G* und damit der Schwerpunkt *S*. Wird  $\alpha = 133^\circ$ , so fällt der Punkt *F* auf die Winkelhalbierungsgerade *CD*, und der Punkt *G* fällt daher mit *S* zusammen; für Winkel  $\alpha > 133^\circ$  wird  $\overline{AG} < \overline{AS}$ , der Schwerpunkt *S* also besser nach Abbildung 3 oder 4, bzw. 7 (siehe weiter unten) bestimmt.

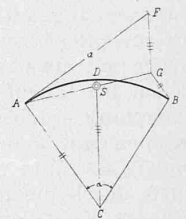


Abbildung 5.

Die Gleichung (3) bleibt bestehen, wenn für *CS* und *AB* ihnen proportionale Längen eingeführt werden. Nimmt man daher für  $\overline{CS}$  dessen senkrechte Projektion  $\overline{CL}$  auf *CA* (Abbildung 6) so muss man für  $\overline{AB}$ , da  $AB \perp CS$  ist, die senkrechte Projektion auf eine zu *CA* senkrechte Gerade nehmen, am einfachsten also auf die Gerade *SL*, womit die entsprechende Länge  $\overline{LH}$  erhalten wird und Gleichung 3 nun lautet:

$$a \cdot \overline{CL} = r \cdot \overline{LH} \quad \text{oder} \quad \overline{AF} \cdot \overline{CL} = \overline{CA} \cdot \overline{LH}$$

d. h. die Dreiecke *CAF* und *CLH* sind ähnlich, mithin muss der Punkt *H* auf der Geraden *CF* liegen. Um daher den Schwerpunkt *S* zu bestimmen, kann man auch auf der Tangente im Endpunkt *A* die Bogenlänge von *A* aus abtragen, den so erhaltenen Punkt *F* mit *C* verbinden und nun, durch einmaliges Anlegen des Winkels,  $BH \parallel CA$  und  $HL \perp CA$  ziehen, welche letztere Gerade den Schwerpunkt *S* bestimmt. Wie die Konstruktion nach Abbildung 5, so ist auch die vorstehende nur für Winkel  $\alpha < \text{etwa } \frac{3}{2} \pi$  zu empfehlen. —

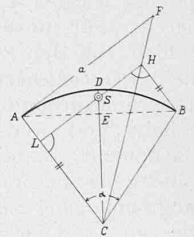


Abbildung 6.

Natürlich kann man auch hier wieder — analog den Abbildungen 3 und 4 — statt der ganzen Bogenlänge *a* nur deren Hälfte auf der Tangente in *A* abtragen, worauf dann an Stelle des Punktes *B* der Punkt *E* zu nehmen ist.

Denkt man sich die Abbildung 6 durch ihr Spiegelbild bezüglich *AC* ergänzt, so erkennt man, dass der Punkt *L* nichts anderes ist als der Schwerpunkt des so erhaltenen Kreisbogens vom Zentriwinkel  $2\alpha$ . Man kann also für grosse Winkel  $\alpha$  weitabliegende Punkte *F* oder allzu schiefe Schnitte umgehen, indem man den Schwerpunkt für die Bogenhälfte ermittelt, womit dann sofort auch der Schwerpunkt für den ganzen Bogen bestimmt ist. Andererseits ergibt sich aber auch die Schwerpunktbestimmung nach Abbildung 7, bei der, anstatt wie bisher vom Bogen-Endpunkt, vom Bogenscheitel ausgegangen wird. Der

unmittelbare Beweis für die Richtigkeit dieser Konstruktion folgt aus den ähnlichen Dreiecken *DFC* und *SHC*, wonach

$$\overline{DF} \cdot \overline{CS} = \overline{CD} \cdot \overline{SH} \text{ ist, oder, da } \overline{SH} = \overline{EB} = \frac{\overline{AB}}{2}$$

$$\frac{a}{2} \cdot \overline{CS} = r \frac{\overline{AB}}{2} \text{ entsprechend Gleichung (3).}$$

Mit der Ermittlung des Bogenschwerpunktes ist die Grundlage für alle weiteren Konstruktionen gegeben, weshalb es angezeigt erschien, etwas näher auf die Bestimmung von *S* einzugehen.

3. Aus der Abbildung 6 kann eine für die weiteren Untersuchungen höchst fruchtbare Beziehung abgeleitet werden. Zunächst folgt: Fläche des Kreisabschnittes

$$CADBC = \frac{ar}{2} = \frac{\overline{AF} \cdot \overline{AC}}{2} = \text{Dreieck } AFC$$

Da *BH*  $\parallel$  *AC*, so ist weiters

$$\text{Dreieck } ABC = \text{Dreieck } AHC.$$

Die vorstehenden Gleichungen von einander subtrahiert, gibt:

Fläche des Kreisabschnittes *ADB* = Dreieck *AFH*. Da *LH*  $\perp$  *CA*, also  $\parallel$  *AF*, so ist aber auch

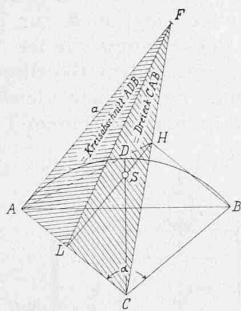


Abbildung 8.

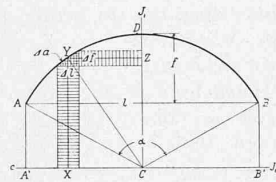


Abbildung 9.

$$\text{Dreieck } AFH = \text{Dreieck } AFL, \text{ also } = \frac{AF \cdot AL}{2} = \frac{a}{2} \overline{AL},$$

$$\text{somit Kreisabschnitt } ADB = \text{Dreieck } AFL = \frac{a}{2} \overline{AL} \quad (4)$$

woraus unmittelbar die weitere Beziehung folgt:

$$\text{Dreieck } ABC = \text{Dreieck } LFC = \frac{a}{2} \overline{LC} = \frac{a}{2} (r - \overline{AL}) \quad (5)$$

4. Nunmehr kann die *Zentralellipse* bestimmt werden. Zu dem Ende ermitteln wir die Trägheitsmomente *I<sub>1</sub>* und *I<sub>c</sub>* bezüglich der Geraden *CD* und *c*.

Das Trägheitsmoment des Bogenelementes *Aa* bezüglich der Geraden *CD* ist

$$\Delta I_1 = \Delta a \cdot \overline{YZ}^2$$

Da das doppelt schraffierte, kleine Dreieck ähnlich ist dem Dreieck *CYZ*, so ist

$$\begin{aligned} \Delta a \overline{YZ} &= \Delta f \cdot r, & \text{somit} \\ \Delta I_1 &= r \Delta f \cdot \overline{YZ} \end{aligned}$$

*Af*  $\cdot$  *YZ* ist aber gleich dem Inhalt des vertikal schraffierten Flächenstreifens, denn in Wirklichkeit ist ja *Af* unendlich klein. Durch Summation über den ganzen Bogen *ADB* ergibt sich hiernach das erste Hauptträgheitsmoment zu *I<sub>1</sub>* =  $\Sigma (\Delta I_1) = r \Sigma (\Delta f \cdot \overline{YZ}) = r \times$  Fläche des Kreisabschnittes *ADB*.

$$\text{Für die Fläche } ADB \text{ ihren Wert } \frac{a}{2} \overline{AL}, \text{ Gleichung 4, eingeführt, gibt} \quad I_1 = \frac{1}{2} ar \overline{AL} \quad (7)$$

In gleicher Weise erhält man für die Gerade *c*

$$\Delta I_c = \Delta a \cdot \overline{YX}^2 = r \cdot \Delta l \cdot \overline{YX} = r \times \text{horizontal schraffierter Flächenstreifen,} \quad \text{mithin}$$

$$I_c = \Sigma (\Delta I_c) = r \Sigma (\Delta l \cdot \overline{YX}) = r \times \text{Fläche } A'ADBB' \quad (8)$$

oder, da Fläche *A'ADBB'* = Kreisabschnitt *CADBC* + Dreieck *ABC*

$$\left. \begin{aligned} &= \frac{1}{2} ar + \frac{1}{2} a \overline{LC} \\ &= \frac{1}{2} ar + \frac{1}{2} a (r - \overline{AL}) \end{aligned} \right\} \text{nach Gleich. (5)}$$

so ergibt sich

$$I_c = \frac{1}{2} ar (r + \overline{LC}) = \frac{1}{2} ar (2r - \overline{AL}) \quad (9)$$

Mit *I<sub>c</sub>* ist auch das Trägheitsmoment für die zu *c* parallele Schwerpunktaxe, d. h. das zweite Hauptträgheitsmoment *I<sub>II</sub>* bekannt:

$$I_{II} = I_c - a \overline{CS}^2 = \dots \quad (10)$$

Dividiert man das Trägheitsmoment *I* durch die Bogenlänge *a*, so erhält man das Quadrat des Trägheitsarmes *i*:

$$i^2 = \frac{I}{a}$$

Die Gleichungen 7, 9 und 10 ergeben daher

$$i_1^2 = \frac{1}{2} r \overline{AL} \quad (11)$$

$$i_c^2 = \frac{1}{2} r (r + \overline{LC}) = \frac{1}{2} r (2r - \overline{AL}) \quad (12)$$

$$i_{II}^2 = i_c^2 - \overline{CS}^2 \quad (13)$$

Fällt man nach Abbildung 10 vom Bogenschwerpunkt *S* das Lot *SL* auf *AC* und markiert dessen Schnittpunkt *K* mit dem Kreisbogen, so ist

$$\overline{AK}^2 = \overline{AC} \cdot \overline{AL} = 2r \cdot \overline{AL} \text{ d. h. } = 4 i_1^2$$

$$\overline{OK}^2 = \overline{OA} \cdot \overline{OL} = 2r (2r - \overline{AL}) \text{ d. h. } = 4 i_c^2$$

mithin wird

$$i_1 = \frac{1}{2} \overline{AK} = \overline{AM} = \overline{MK} = \overline{CN} \quad (14)$$

$$i_c = \frac{1}{2} \overline{OK} = \overline{ON} = \overline{NK} = \overline{CM} \quad (15)$$

wobei *CM*  $\perp$  *AK*, also  $\parallel$  *OK* und *CN*  $\perp$  *OK*, also  $\parallel$  *AK* ist.

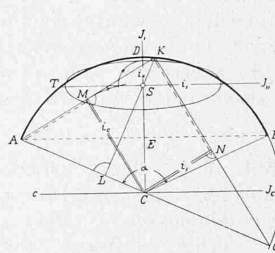


Abbildung 10.

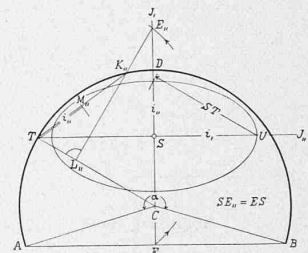


Abbildung 11.

Um die Zentralellipse des Kreisbogens zu erhalten, hat man daher nur *SK*  $\perp$  *AC* zu ziehen, dann gibt die halbe Länge der Sehne *AK* bzw. das von *C* auf *OK* gefällte Lot sofort den zu *CD* senkrechten Hauptträgheitsarm *i<sub>1</sub>*. Den zweiten, in *CD* gelegenen Hauptträgheitsarm *i<sub>II</sub>* erhält man, entsprechend Gleichung (13), indem man die zu *AB* parallele Schwerpunktsehne mit dem aus *C* beschriebenen Kreisbogen vom Halbmesser *CM* = *i<sub>c</sub>* schneidet; die so erhaltene Länge muss dann noch aus *S* auf *CD* geschlagen werden.

Es kann aber *i<sub>II</sub>* auch unmittelbar auf der Geraden *CD* abgeschnitten werden. Aus dem rechtwinkligen Dreieck *CMA* folgt nämlich

$$\overline{CM}^2 = \overline{CA}^2 - \overline{AM}^2 \text{ oder } i_c^2 = r^2 - i_1^2$$

womit Gleichung (13) geschrieben werden kann:

$$\begin{aligned} i_{II}^2 &= (r^2 - \overline{CS}^2) - i_1^2 \text{ oder } = (\overline{CT}^2 - \overline{CS}^2) - i_1^2, \text{ d. h.} \\ i_{II}^2 &= \overline{ST}^2 - i_1^2 \quad (16) \end{aligned}$$

Hiernach wird also der Hauptträgheitsarm *i<sub>II</sub>* auch erhalten, wenn man nach Abbildung 11 die Winkelhalbierungsgerade *CD* mit dem aus dem Endpunkt *U* der Hauptachse *i<sub>1</sub>* beschriebenen Kreisbogen vom Radius *ST* = halbe Länge der Schwerpunktsehne schneidet. — Diese Ermittlung von *i<sub>II</sub>* sowohl als jene nach Abbildung 10 sind nur für Winkel  $\alpha > 120^\circ$  zu empfehlen.

Am genauesten erhält man *i<sub>II</sub>* wenn man die Länge  $2 i_{II}$  analog der Länge  $2 i_1$  ermittelt. Zu dem Ende führen wir den Wert für *i<sub>c</sub>*<sup>2</sup> nach Gleichung 12 in die Gleichung (13) ein und bekommen

$$i_{II}^2 = \frac{1}{2} r (r + \overline{LC}) - \overline{CS}^2 = \frac{1}{2} r \left[ r - \left( 2 \frac{\overline{CS}^2}{r} - \overline{LC} \right) \right]$$

Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke *CSL* und *CAE* (Abbildung 10) folgt

$$\overline{LC} = \overline{CE} \frac{\overline{CS}}{\overline{CA}} = \overline{CE} \frac{\overline{CS}}{r}, \quad \text{mithin wird}$$

$$\text{auch: } i_{II}^2 = \frac{1}{2} r \left[ r - \frac{\overline{CS}}{r} (2 \overline{CS} - \overline{CE}) \right] \quad \text{oder}$$

$$i_{II}^2 = \frac{1}{2} r \left[ r - \frac{\overline{CS}}{r} (\overline{CS} + \overline{ES}) \right] \quad (17)$$

Macht man daher nach Abbildung 11

$$\overline{LE}_n = \overline{ES}, \text{ so ist } \overline{CE}_n = \overline{CS} + \overline{ES}$$

Fällt man jetzt von  $E_n$  das Lot  $E_n L_n$  auf  $CT$ , so ergibt sich das zu  $CST$  ähnliche Dreieck  $CL_n E_n$  und man hat daher

$$\overline{CL}_n = \overline{CE}_n \frac{\overline{CS}}{\overline{CT}} = (\overline{CS} + \overline{ES}) \frac{\overline{CS}}{r}$$

Hiermit schreibt sich Gleichung (17)

$$i_n^2 = \frac{1}{2} r (r - \overline{CL}_n) = \frac{1}{2} r \overline{TL}_n \quad (17a)$$

Das Lot  $E_n L_n$  schneidet den Kreisbogen im Punkte  $K_n$  und es ist daher

$$\overline{TK}_n^2 = 2r \overline{TL}_n \text{ d. h. } = 4 i_n^2, \text{ somit } i_n = \frac{1}{2} \overline{TK}_n = \overline{TM}_n = \overline{M}_n K_n \quad (18)$$

Es wird also  $i_n$  analog  $i$  erhalten, nur tritt an Stelle von  $S$  der Punkt  $E_n$  und an Stelle des Bogenendpunktes  $A$  der Endpunkt  $T$  der Schwerpunktsehne.

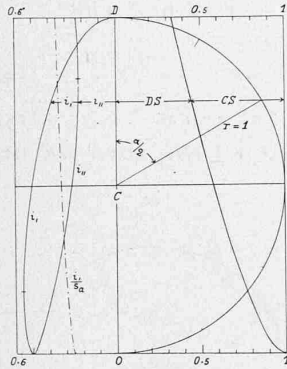


Abbildung 12.

5. In Abbildung 12 sind die Längen  $\overline{DS}$  (bezw.  $\overline{CS}$ ),  $i$  und  $i_n$  für alle Winkel  $\alpha$  (von 0 bis 360 Grad) auf der zugehörigen Bogensehne aufgetragen. Danach nehmen  $\overline{DS}$  und  $i_n$  mit  $\alpha$  kontinuierlich zu, während  $i$  für  $\alpha \sim 257^\circ$  einen Grössenwert  $= 0,780 r$  erreicht; für  $\alpha = 360^\circ$ , also für den vollen Kreis, wird  $i = i_n = \frac{r}{\sqrt{2}} \sim 0,707r$ .

Will man den Schwerpunktabstand und die Hauptträgheitshalbmessung  $i$  und  $i_n$  durch Verhältniszahlen ausdrücken, sodass für alle Winkel  $\alpha$  diese Zahlen  $> 0$  und  $< \infty$  sind, so muss man die Längen  $\overline{DS}$  (bezw.  $\overline{ES}$ ) und  $i_n$  auf die Bogenhöhe  $f$ ,  $i$  auf die Länge  $s$  der Schwerpunktssehne als Einheit beziehen. Damit ergeben sich die — Kurven in Abbildung 12. Man erkennt, dass  $\frac{\overline{DS}}{f}$ ,  $\frac{i}{s}$  und  $\frac{i_n}{f}$  sich mit zunehmendem Winkel  $\alpha$  zuerst nur langsam ändern, sodass in manchen Fällen die Konstruktion den vorgeschriebenen Genauigkeitsgrad auch noch erreicht, wenn man statt der wahren Werte  $\frac{\overline{DS}}{f}$ ,  $\frac{i}{s}$  und  $\frac{i_n}{f}$  ihre Grenzwerte für  $\alpha = 0$  benützt. Diese Grenzwerte ergeben sich aus den allgemeinen Formeln für die betreffenden Grössen. Zunächst erhält man aus Abbildung 2 und Gleichung (3)

$$\overline{CS} = r \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} \quad (19)$$

somit 
$$\overline{DS} = r - \overline{CS} = r \left( 1 - \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} \right) \quad (20)$$

Aus Abbildung 10 und Gleichung (11) bzw. Gleichung (12) und (13) folgt sodann

$$i_1^2 = \frac{1}{2} r \left( r - \overline{CS} \cos \frac{\alpha}{2} \right) = \frac{1}{2} r^2 \left( 1 - \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} \right) \quad (21)$$

$$i_n^2 = \frac{1}{2} r \left( r + \overline{CS} \cos \frac{\alpha}{2} - \frac{2 \overline{CS}^2}{r} \right) = \frac{1}{2} r^2 \left[ 1 + \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} - 2 \left( \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} \right)^2 \right] \quad (22)$$

Ausserdem ist

$$f = r \left( 1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right) \quad (23)$$

$$s = 2 \sqrt{r^2 - \overline{CS}^2} = 2r \sqrt{1 - \left( \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} \right)^2} \quad (24)$$

Entwickelt man die goniometrischen Funktionen nach Potenzen von  $\alpha$ , so erhält man die Grenzwerte

$$\overline{DS}_{\alpha=0} = \frac{1}{3} f \quad (25)$$

$$i_{\alpha=0} = \frac{1}{2} s \quad (26)$$

$$i_n_{\alpha=0} = \sqrt{\frac{4}{45}} f \sim 0,298 f \quad (27)$$

(Schluss folgt.)

### Selbstfahrender benzin-elektrischer Beleuchtungswagen der S. B. B.

Von M. Messer, Elektroingenieur der S. B. B., Zürich.

Im Laufe des verflossenen Jahres ist von der *Werkstätte Zürich der Schweizerischen Bundesbahnen* ein Beleuchtungswagen gebaut und dem Betrieb übergeben worden, der von andern, ähnlichen Zwecken dienenden Wagen in verschiedenen Beziehungen abweicht. Es mag daher auch für weitere Kreise von Interesse sein, über die Bauart und Ausrüstung dieses Wagens etwas zu vernehmen.

Dieser Beleuchtungswagen ist eingerichtet zur Erzeugung von elektrischem Strom, der sowohl für die Beleuchtung bei Tunneluntersuchungen, Oberbau- und Brückenbauarbeiten und bei Betriebsunfällen, als auch zur Fortbewegung des Wagens selbst Verwendung findet. Zu diesem Zwecke ist er mit einer von einem Benzinmotor angetriebenen Dynamo ausgerüstet. Es sei hier gleich erwähnt, dass der zu seiner Fortbewegung mit einem Tram-

bahn-Vorgelegemotor ausgerüstete Beleuchtungswagen im allgemeinen grössere Strecken nicht durch eigene Kraft zurücklegen soll, sondern dass er mit irgend einem Zuge auf die dem Verwendungsorte am nächsten gelegene Station befördert wird, um erst von dort aus mit Hilfe seines eigenen Motors nach der Arbeitsstelle zu fahren. Damit das Wangengewicht bzw. die Achsenbelastung nicht zu gross ausfalle und damit er in seiner Benützungsdauer

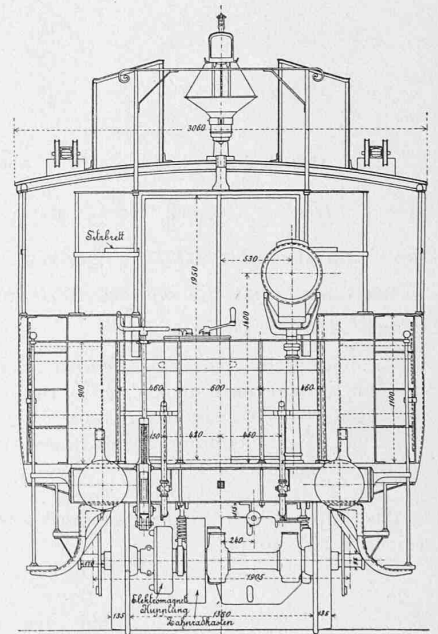


Abb. 2. Stirnansicht. — 1:50.

unbeschränkt und von einer Ladestation unabhängig sei, ist von der Verwendung einer Akkumulatorenbatterie als Stromquelle abgesehen worden. Der Wagen ist aus einem ausranigerten, zweiachsigen Personenwagen entstanden durch Umbau des Kastens zu einem Maschinen- und einem Gerätschaftsraum (Abbildung 1 und 2). Durch einseitige Verkürzung des alten Wagenkastens ergab sich auf der Vorderseite eine geräumige Plattform, von der zwei Aufstiege auf das durch einen Lattenrost geschützte und mit Schutzgeländern versehene Wagendach führen. Das Untergestell ist der aufzunehmenden Last entsprechend verstärkt und die alten Tragfedern sind durch stärkere ersetzt worden. Der Maschinenraum (Abb. 3 u. 4, S. 116 u. 117) enthält die aus Benzinmotor und Dynamo bestehende Maschinengruppe, sowie einen Spannungsregler, zwei Schalttafeln, einen Fahrshalter, Handbremse, Werkzeugkästchen u. s. f.

Als *Motor* (Abb. 3 und 5, S. 116) kam ein normaler, vierzylinderiger Lastautomobilmotor von ungefähr 22 PS bei 800 Uml/min zur Verwendung, der sowohl mit Benzin als