

Zur Berechnung von eingespannten Gewölben

Autor(en): **Ritter, Hugo**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **57/58 (1911)**

Heft 12

PDF erstellt am: **20.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-82585>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Handelt es sich um *symmetrische* Bogen, so liegt sowohl der Schwerpunkt der elastischen Gewichte S , wie auch der Drehpunkt A auf der vertikalen Symmetrieaxe des Bogens und die Antipolare steht infolgedessen auf dieser senkrecht. Die gesuchte Ergänzungskraft ist also eine horizontale Kraft. Trägt man sie im Kräftepolygon von dem beliebig gewählten Pole O' den Kräften R' entgegengesetzt auf, so findet man nach Satz 3 den Pol O für die richtige Drucklinie. Die Seiten des beliebig angenommenen und diejenigen des richtigen Seilpolygons schneiden sich auf der Antipolaren, und dadurch ist auch die Lage der endgültigen Drucklinie gefunden. Die im Bogen auftretenden Spannungen ergeben sich nach bekannten Regeln.

Zur Bestimmung der Entfernung a der Antipolaren vom Schwerpunkt S ist der Halbmesser i der Elastizitätsellipse des ganzen Bogens erforderlich, da

$$a = \frac{i^2}{m},$$

wo m den Abstand des Antipols vom Schwerpunkt bedeutet.

[Die Wasserturbinen des Elektrizitätswerks Sao Paulo.

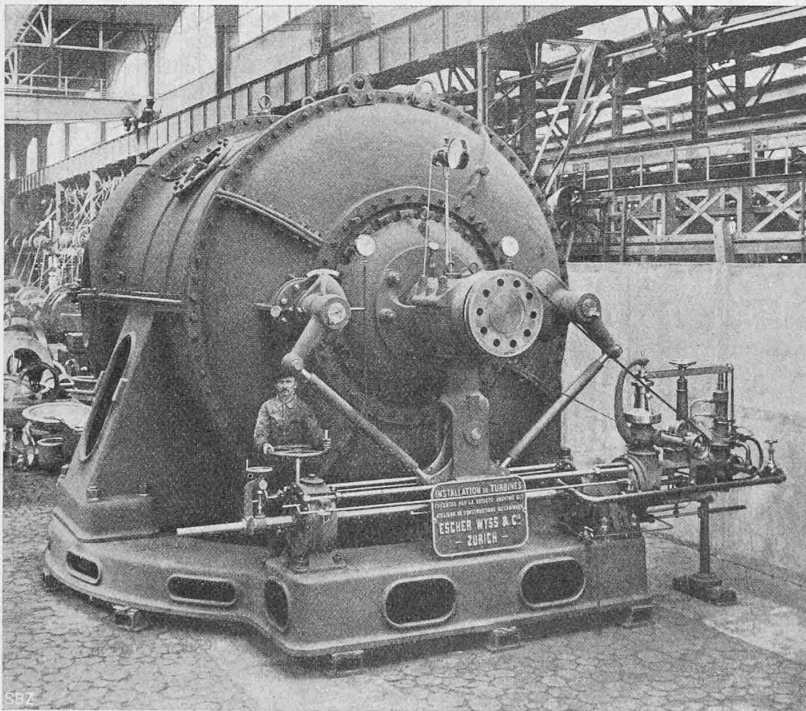


Abb. 3. 4500 PS-Turbine Nr. V mit Regulator.

Das Trägheitsmoment einer ebenen Figur hinsichtlich einer beliebigen Axe ist bekanntlich gleich deren Flächeninhalt multipliziert mit dem Abstand des Schwerpunktes von der Axe und mit dem Abstand des Antipols dieser Axe hinsichtlich der Trägheitsellipse. Es ist also

$$i^2 = \frac{\sum (Ag \cdot y_s \cdot y_x)}{\sum (Ag)}$$

Für Bogen mit geringen Bogenstärken kann mit genügender Genauigkeit $y_x = y_s$ gesetzt werden, wodurch die Arbeit etwas vereinfacht wird.

Was die Einteilung des Bogens in Elemente betrifft, so wird man deren Zahl möglichst beschränken; bei stark wechselndem Trägheitsmoment dürfen die Elemente jedoch nicht zu gross angenommen werden, damit man für J noch ohne grossen Fehler einen Durchschnittswert einführen kann.

Es empfiehlt sich, den Pol O' so zu wählen, dass die erste Drucklinie der Mittellinie des Bogens möglichst ähnlich verläuft und dass ihre Seiten also die Verlängerungen der kleinen Halbaxen der Ellipsen angenähert senkrecht schneiden. Dann werden die Antipole A auf diesen Geraden liegen und ist zu ihrer Bestimmung nur der kleine Halb-

messer erforderlich. Als Mittelpunkt der Ellipsen kann mit genügender Genauigkeit der Schwerpunkt des durch die Querschnitte begrenzten Stückes der Bogenmittellinie gewählt werden.

Bezeichnet man die Bogenstärke mit d und betrachtet man einen Bogenring von der Breite 1 , so ist das Trägheitsmoment:

$$J = \frac{d^3}{12},$$

das elastische Gewicht $\Delta g = \frac{12 \cdot \Delta s}{d^3 \cdot E}$

und die kleine Halbmesser der Elastizitätsellipse der Elemente

$$i_1 = \sqrt{\frac{d}{12}}$$

Beachtet man diese Ausdrücke und nimmt die Länge der Elemente als konstant an, so ergeben sich zur Bestimmung von Grösse und Lage der Ergänzungskraft H_e folgende Formeln:

Der Abstand des Mittelpunktes der Gesamteellipse von der Bogensehne:

$$NS = \frac{\sum \left(\frac{y_s'}{d^3} \right)}{\sum \left(\frac{1}{d^3} \right)}$$

Der Abstand des Antipols A von der Bogensehne:

$$NA = \frac{\sum \left(\frac{R \cdot r \cdot y_a}{d^3} \right)}{\sum \left(\frac{Rr}{d^3} \right)}$$

Daraus $m = NS - NA$.

Das Quadrat des kleinen Halbmessers der Ellipse ist

$$i^2 = \frac{\sum \left(\frac{y_s'^2}{d^3} \right)}{\sum \left(\frac{1}{d^3} \right)}$$

und der Abstand der Antipolaren vom Schwerpunkt

$$a = \frac{i^2}{m}$$

Schliesslich ergibt sich die Zusatzkraft zu

$$H_e = \frac{\sum \left(\frac{R \cdot r}{d^3} \right)}{a \cdot \sum \left(\frac{1}{d^3} \right)}$$

Ist die Querschnittsänderung des Bogens gering, so kann man sein Trägheitsmoment als konstant ansehen, wodurch sich obige

Formeln durch Wegfall der Grösse d wesentlich vereinfachen.

Die Grössen R , r , d usw. greift man in der Zeichnung ab, trägt sie am besten in Tabellenform auf und bestimmt dann die Produkte und Summen. Als Genauigkeitsprobe für die Berechnung kann gelten, dass die in den Antipolen der richtigen Seilpolygonseiten angreifenden Drehwinkel einander das Gleichgewicht halten müssen.

Die Bestimmung der *Eigengewichtsspannungen* wird man, da es sich hierbei um grosse Kräfte handelt und möglichste Genauigkeit der Berechnung erwünscht ist, besser auf folgende Weise vornehmen. (Vgl. Prof. E. Mörsch: Berechnung von eingespannten Gewölben, in „Schweiz. Bauzeitung“, Bd. XLVII, S. 83 bezw. 89.)

Man gibt dem Gewölbe eine derartige Form, dass seine Axe mit einer Stützlinie für Eigengewicht zusammenfällt, was sich durch Versuchsrechnung leicht erzielen lässt. Dann kann die Hilfsdrucklinie als ein zur Bogenmittellinie ähnlicher Polygonzug konstruiert werden. Das Einzeichnen der Drucklinie ist aber nicht nötig, da die Hebelarme r alle von gleicher Länge sind. Es genügt,

diese beliebig gewählte Grösse auf den Verlängerungen der kleinen Ellipsenhalmesser vom Mittelpunkt der Ellipsen aus aufzutragen und darauf gestützt die Antipole zu bestimmen. In dem Ausdruck für NA kann die Grösse r weggelassen werden, und in dem für H_e wird man sie besser vor das Summenzeichen setzen. Im übrigen bleibt die Berechnung der Zusatzkraft dieselbe.

Da nun die Lage der ersten Drucklinie beliebig ist, auf die Grösse der Ergänzungskraft also keinen Einfluss hat und nur ihren Abstand a vom Schwerpunkt S bedingt, kann diese ebensogut in die Bogenmittellinie gelegt werden. In diesem Falle kommen die Antipole der einzelnen Elemente ins Unendliche zu liegen, somit auch der Drehpunkt der Zusatzkraft. Und zwar fällt dieser bei symmetrischen Bogen mit dem unendlich fernen Punkt der y -Achse zusammen; die Kraft H_e liegt somit in der x -Achse. Eine Bestimmung der Grösse von H_e ist auf diesem Wege nicht möglich, wohl aber lässt sich die Lage der Drucklinie finden, indem jetzt deren Seiten sich mit den entsprechenden Linien der Bogenmittellinie auf der x -Achse schneiden müssen.

Das Einzeichnen der Drucklinie zur Bestimmung der Randspannungen ist aber in diesem Falle nicht nötig. Man erhält letztere einfacher und auch genauer aus der Formel:

$$\sigma = \frac{R}{F} \pm \frac{H_e \cdot y_k}{W}$$

Der erste Ausdruck gibt gleichmässig über den Querschnitt verteilte Druckspannungen, der zweite liefert im Bogenteil oberhalb der x -Achse für den obern Rand der Querschnitte Druckspannungen und für den untern Zugspannungen, im unterhalb der Achse liegenden Teil umgekehrt.

Die Berechnung von *unsymmetrischen* Bogen kann in der gleichen, vorstehend beschriebenen Weise vorgenommen werden, nur erfordert sie mehr Arbeit, da sie sich auf den ganzen Bogen zu erstrecken hat. Von der Gesamtellipse sind beide Halbaxen zu bestimmen, da der Antipol A im allgemeinen nicht mehr auf der kleinen Halbaxe liegen, die Antipolare deshalb beide Axen schneiden wird.

Danzig, im Dezember 1910.

Die Wasserturbinen und Regulatoren des Elektrizitätswerks Sao Paulo, Brasilien.

Gebaut von *Escher Wyss & Cie.* in Zürich.

Die Zentrale der Tramway, Light and Power Co. Sao Paulo enthielt bis vor kurzem vier hydroelektrische Einheiten zu je rund 1500 PS Maximal-Leistung; Turbinen und Generatoren waren amerikanischer Herkunft, letztere aus verschiedenen, z. T. ältern Maschinen kombiniert, wie in der Abbildung 1 im Grundriss (Gruppe I bis IV) zu erkennen.

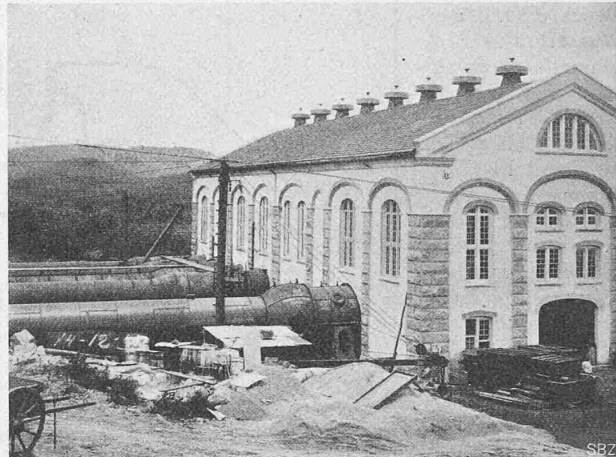


Abb. 2. Ansicht der Zentrale nach Einbau der Turbine V.

Zur Erweiterung des Werkes wurde der Firma Escher Wyss & Cie. in Zürich versuchsweise eine grössere Turbine (Nr. V) von 4500 PS in Auftrag gegeben, die als Doppel-francisturbine mit Oeldruckregulator zur Ausführung kam. Abbildung 2 zeigt die Zentrale nach Einbau der Turbine V, Abbildung 3 diese Turbine selbst samt Regulierung, in einer Werkstattaufnahme. Die Ergebnisse waren so befriedigend, dass das Werk nicht nur nacheinander drei

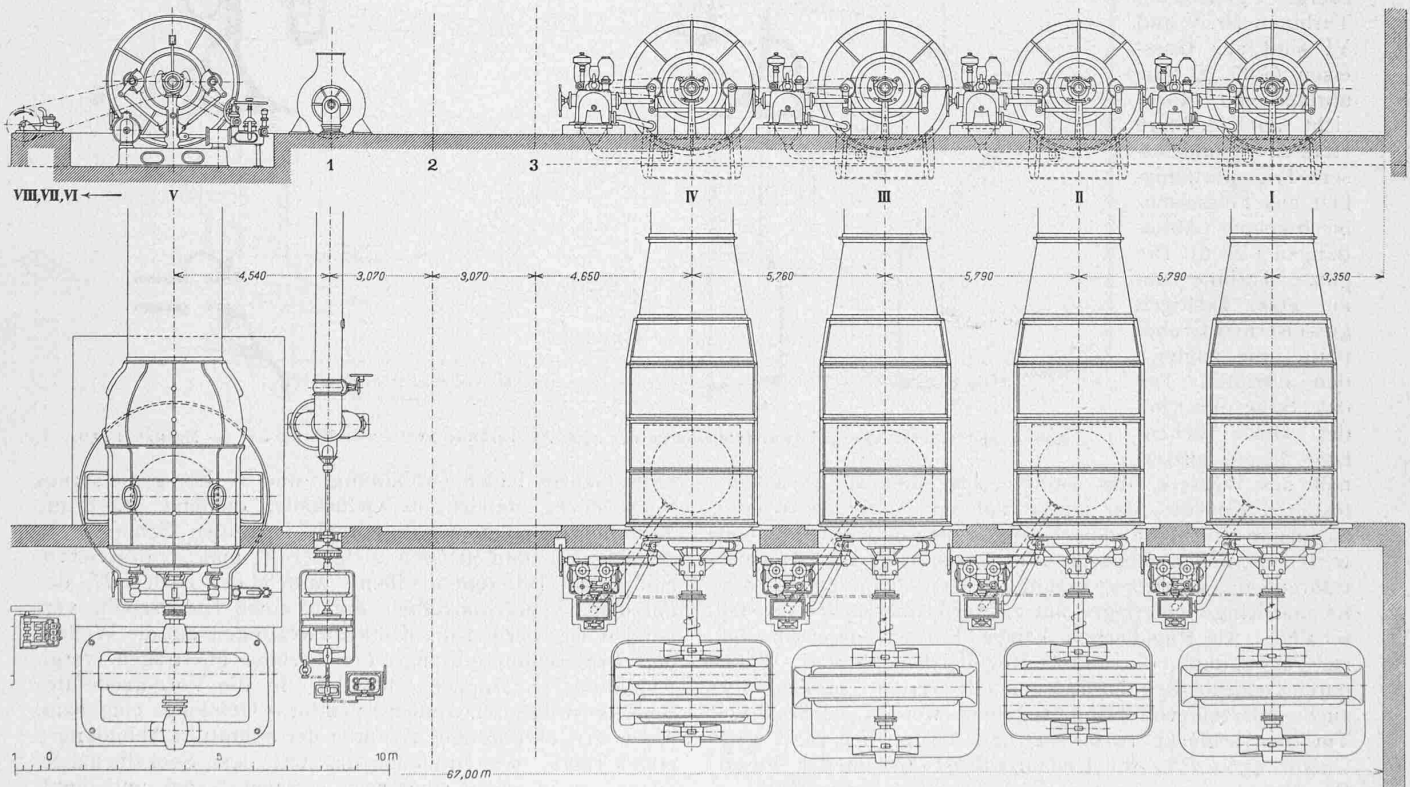


Abb. 1. Anordnung der 4500 PS-Turbinen Nr. I bis V im Elektrizitätswerk Sao Paulo. — Grundriss und Längsschnitt der Zentrale 1:200.