

# Zur Berechnung kontinuierlicher Träger mit veränderlichem Trägheitsmoment auf elastisch drehbaren Stützen: der unsymmetrische Träger

Autor(en): **Joho, A.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **59/60 (1912)**

Heft 24

PDF erstellt am: **29.06.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-29998>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

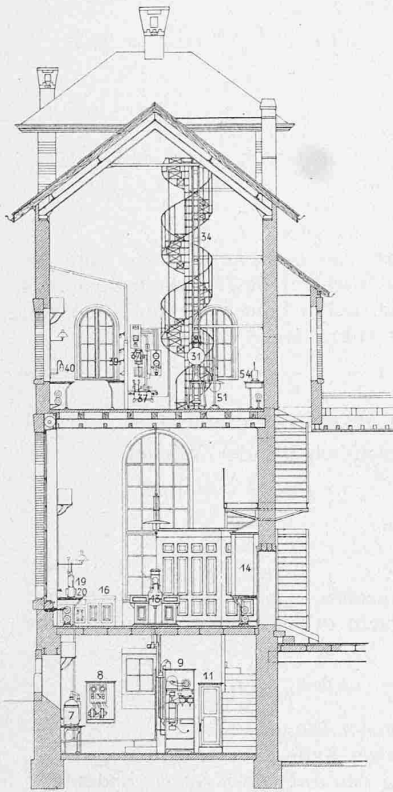
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Verbindung mit mehrmaliger Bestimmung der Leuchtkraft, Anhaltspunkte für die Dauerhaftigkeit der Glühkörper oder Glühlampen erhalten werden können. Zur Ermittlung der Festigkeit von Glühkörpern und Glühfäden kommt dann noch die oben erwähnte Schüttelmaschine in Anwendung.



### Das neue Lichtmesslaboratorium des Gaswerks Zürich.

#### LEGENDE:

##### Untergeschoss (Abb. 1).

1 Ofen, 2 Kühler, 3 Reiniger, 4 Gasbehälter, 5 Kapelle, 6 Altes Photometer, 7 Wasserdestillierapparat, 8 Umformer, 9 Junkers automat. Kalorimeter, 10 Gestell zum Trocknen von Kohlen- und Koksproben, 11 Schrank, 12 Tisch.

##### Erdgeschoss (Abb. 2).

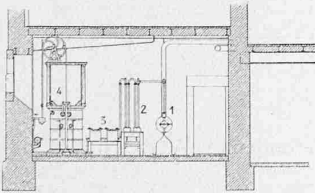
13 Arbeitstisch, 14 Kapelle, 15 Glasschrank, 16 Tropfbrett, 17 Schüttstein, 18 Pult, 19 Junkers Kalorimeter, 20 Gasuhr, 21 Bücherschrank, 22 Tisch, 23 und 24 Selbstregistrierendes Galvanometer, 25 und 26 Wagen, 27 Pult, 28 Hausteleskop, 29 Telefon, 30 Barometer.

##### Obergeschoss (Abb. 3).

31 Neues Photometer, 32 Blenden, 33 Doppelspiegel-Reflexionsapparat, 34 Feststehender Lampenständer, 34a Verstellbarer Lampenträger für Hochmastlampen (vergl. Abb. 7), 35 Transportabler Lampenständer, 36 Tisch für elektr. Messinstrumente, 37 Gas-Kompressor, 37a Elektromotor, 38 Schalttafel, 39 Rampe für elektrische Lampen, 40 Rampe für Gas-Lampen, 41 Schrank, 42 Pressgasuhr, 43 Junkers Kalorimeter, 44 Gasuhr, 45 Druckregler, 46 Schüttelmaschine nach Drehschmidt, 47 Druckregler, 48 Gasuhr, 49 Druckmesser, 50 Tisch, 51 Lampenständer, 52 Gasbehälter, 53 Druckregler, 54 Gasuhr.

SCHNITT C-D

SCHNITT E-F



Kleine Versuchsgasanlage

Abb. 5. Schnitte 1 : 200.

Weiter wäre das Universal-Photometer nach Bechstein, geliefert von der Firma Schmidt & Haensch in Berlin, zu erwähnen. Es ist dies ein kompakter, transportabler Apparat zur Bestimmung von Platzhelligkeiten und Lichtstärken. Das Instrument kann leicht im Freien benutzt werden und dient dann dazu, die im Laboratorium ausgeführte Prüfung zu ergänzen durch Messungen auf der Strasse behufs Ermittlung der Beleuchtung oder der Wetterbeständigkeit von Lampen. Wertvoll ist der Apparat auch zur Messung von Lichtstärken ausserhalb des Laboratoriums, wie z. B. zur Untersuchung nicht transportabler, also an einen festen Platz gebundener Luftgaslampen. Für solche Messungen ausserhalb des Laboratoriums wird die Apparatur in einem Kasten untergebracht und auf einem Dreirad mitgeführt.

Schliesslich soll noch darauf hingewiesen werden, dass dieses neue Physik. Laboratorium auch für andere als bloss photometrische Zwecke Verwendung findet, so vor allem zur Untersuchung von Heiz- und Kochapparaten verschiedenster Systeme.

Die Beschaffung dieses neuen Photometerraumes machte einen Umbau des ursprünglichen chemischen Laboratoriums, wie es seinerzeit an dieser Stelle beschrieben worden ist, notwendig, weshalb hier nochmals eine Beschreibung dieser Räume folgen möge.

Das Laboratorium liegt nach Norden und zerfällt in ein Ober- und ein Untergeschoss. Der Haupteingang befindet sich auf der Westseite und führt zunächst in's Bureau des Chemikers, wo auch die feinen Instrumente aufgestellt sind, wie Wagen, registrierende Galvanometer, Barometer; ausserdem befindet sich hier die Bibliothek. Vom Bureau führt der Weg direkt in's Hauptlaboratorium, wo die einschlägigen allgemeinen Arbeiten ausgeführt werden. In der Mitte dieses Raumes steht ein Laboratoriumstisch zu vier Plätzen und aussen herum, den Wänden entlang, sind angebracht: ein langer, bequemer Schiefertisch, wo unter anderem das Gaskalorimeter von Junker seine Aufstellung gefunden hat, weiter zwei Abzüge (Kapellen) und geräumige Glasschränke für Chemikalien und Apparate.

Durch eine Treppe gelangt man in's Untergeschoss und zwar zunächst in den „Vorbereitungsraum“, wo die zur Untersuchung gelangenden Materialien (Kohlen, Koks, Reinigungsmassen, Kalk u. dergl.) getrocknet, bezw. zerkleinert werden. Zum Trocknen der Rohmaterialien ist ein eigenes Gestell bestimmt. Hier sind ferner das automatische Junkersche Kalorimeter und ein Tisch untergebracht, und schliesslich werden hier, wegen guter Konstanz der Temperatur, die Gasanalysen ausgeführt. An diesen Raum schliesst sich einerseits der alte Photometerraum an (wo die Eigenleuchtkraft des Gases und dessen spez. Gewicht bestimmt werden und wo auch die Wanner-Pyrometer-Einstellungen stattfinden), andererseits der Raum, wo die kleine Versuchsgasanstalt des Schweiz. Vereins von Gas- und Wasserfachmännern, Trockenschränke, ein Muffelofen und eine Kapelle aufgestellt sind. Eine Treppe führt weiter direkt in's Freie. Abseits vom Laboratorium, im Kohlen-schuppen daneben, befindet sich endlich noch eine elektrisch betriebene Kugelmühle für Kohlen- und Koks-Zerkleinerung.

So sind wir denn im Gaswerk Schlieren dank der oben beschriebenen Einrichtung in der Lage, die Wirtschaftlichkeit verschiedener Licht- und Wärmequellen einwandfrei festzustellen, was ja zur Abklärung von Missverständnissen, unrichtigen Behauptungen usw. nur begrüssigt werden kann und im Interesse aller Industrien liegt.

### Zur Berechnung kontinuierlicher Träger mit veränderlichem Trägheitsmoment auf elastisch drehbaren Stützen.

#### Der unsymmetrische Träger.

Von A. Joho, Ingenieur in Firma Wayss & Freytag A.-G., Neustadt a./Haardt.

In Band LIII (Seite 231) der „Schweizerischen Bauzeitung“ hat Dr. Ingenieur Max Ritter eine Abhandlung über die Berechnung elastisch eingespannter und kontinuierlicher Balken mit veränderlichem Trägheitsmoment veröffentlicht. Nachdem Dr. M. Ritter zu den allgemeinen Ausdrücken des „Fixpunktabstandes“ und des „Elastizitätsmasses der Träger“ in Funktion der Drehungswinkel der elastisch eingespannten Enden gelangt ist, stellt er für den speziellen, oft vorkommenden Fall eines Trägers mit stark zunehmendem Trägheitsmoment von der Balkenmitte gegen die Auflagerbeziehungen auf, die der Veränderlichkeit dieses Trägheitsmomentes möglichst genau entsprechen und ausserdem den wesentlichen Vorteil besitzen, integrierbar zu sein, sodass die Drehungswinkel leicht zu erhalten sind, das „Elastizitätsmass“ und die „Fixpunktabstände“ sich durch relativ einfache Formeln ausdrücken lassen. Im Folgenden wird der namentlich bei Endöffnungen von Balkenbrücken mit beschränkter Konstruktionshöhe vorkommende Fall eines unsymmetrischen Trägers untersucht, in dem das Trägheitsmoment von einem Auflager zum andern zu-, bezw. abnimmt.

Zur Aufstellung eines passenden Gesetzes für die Veränderlichkeit des Trägheitsmomentes, gehen wir von der von Dr. M. Ritter für den symmetrischen Balken aufgestellten Gleichung aus (Abb. 1).

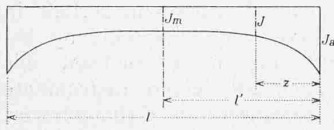


Abb. 1

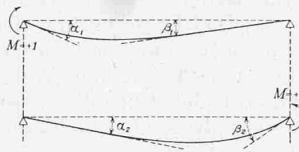


Abb. 2

Diese lautet:

$$\frac{J_m}{J} = 1 - (1 - n) \frac{(l - 2z)r}{lr} \text{ worin } n = \frac{J_m}{J_a}$$

Durch Einsetzen von  $l = 2l'$  erhalten wir eine Beziehung, die unserem Fall entspricht.

Die neue Gleichung lautet:

$$\frac{J_1}{J} = 1 - (1 - n) \frac{(l - z)r}{lr} \dots (1a)$$

worin  $n = \frac{J_1}{J_n}$

$n$  stellt das Verhältnis der Trägheitsmomente an den beiden Balkenenden dar. Was den Faktor  $r$  anbelangt, muss dieser derart gewählt werden, dass die Kurve für einen bestimmten Wert von  $n$  der tatsächlichen Kurve der Trägheitsmomente möglichst nahe kommt. Im Folgenden werden zuerst auf Grund der Gleichung (1a) die allgemeinen Ausdrücke für die Lage der Fixpunkte und das Elastizitätsmass abgeleitet und darauf in diese Ausdrücke spezielle Werte des Faktors  $r$  eingesetzt.

**Drehungswinkel.**

In Abbildung 2 ist nach dem Gesetz der Gegenseitigkeit der Formänderungen stets  $\alpha_2 = \beta_1$ .

Bei symmetrischem Balken ist:  $\alpha_1 = \beta_2$ , sodass in unserem Fall  $\alpha_1$  nicht =  $\beta_2$ .

Wir haben somit zwei Fälle zu untersuchen.

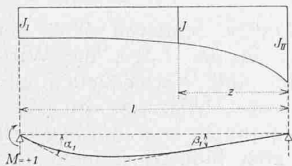


Abb. 3

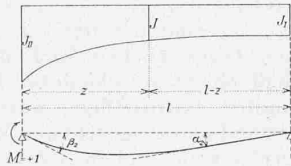


Abb. 4

1. Fall:  $J$  nimmt zu von links nach rechts (Abb. 3). In diesem Falle gilt für die Veränderlichkeit des Trägheitsmomentes die Gleichung (1a)

$$\frac{J_1}{J} = 1 - (1 - n) \frac{(l - z)r}{lr} \dots (1a)$$

Weiter lauten nach der Festigkeitslehre bekanntlich die Ausdrücke für die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  ganz allgemein:

$$\alpha = \frac{1}{l} \int_0^l \frac{Mz}{EJ} dz \dots (2a);$$

$$\beta = \frac{1}{l} \int_0^l \frac{M(l-z)}{EJ} dz \dots (2b),$$

wo  $J$  das Trägheitsmoment,  $M$  das Biegemoment im Abstände  $z$  vom rechten Auflager des Balkens bedeutet.

Aus Abbildung 3 ist leicht ersichtlich, dass  $M = \frac{z}{l}$

Durch Einsetzen der Werte von  $J$  und  $M$  in Gleichung (2a) ergibt sich für den Winkel  $\alpha_1$  folgender Ausdruck:

$$\alpha_1 = \frac{1}{l} \int_0^l \frac{z^2 dz}{l E J_1} \left[ 1 - \frac{1-n}{lr} (l-z)r \right]$$

Die Integration führt zu

$$\alpha_1 = \frac{l}{E J_1} \left[ \frac{1}{3} - \frac{2(1-n)}{(r+1)(r+2)(r+3)} \right]$$

welcher Ausdruck für jeden Wert von  $r$  gültig ist. Setzen wir das konstante Produkt  $(r+1) \cdot (r+2) \cdot (r+3) = c$ , so vereinfacht sich der Ausdruck zu

$$\alpha_1 = \frac{l}{E J_1} \left[ \frac{1}{3} - \frac{2(1-n)}{c} \right]$$

Oder  $\alpha_1 = l \cdot \frac{c-6(1-n)}{3cEJ_1} \dots (3a)$

Durch Einsetzen der gleichen Werte von  $J$  und  $M$  in (2b) ergibt sich der Winkel  $\beta_1$  zu

$$\beta_1 = \frac{1}{l^2 E J_1} \int_0^l z(l-z) \left[ 1 - \frac{1-n}{lr} (l-z)r \right] dz,$$

integriert erhalten wir:

$$\beta_1 = \frac{l}{E J_1} \left[ \frac{1}{6} - \frac{1-n}{(r+2)(r+3)} \right]$$

oder nach Einführung der Konstanten  $c$  und mit Berücksichtigung, dass stets  $\beta_1 = \alpha_2$

$$\beta_1 = \alpha_2 = l \cdot \frac{c-6(1-n)(r+1)}{6cEJ_1} \dots (4)$$

2. Fall:  $J$  nimmt ab von links nach rechts (Abb. 4). Das Gesetz für die Veränderlichkeit des Trägheitsmomentes in diesem Falle ergibt sich durch Einsetzen von  $z$  anstelle von  $(l-z)$  in Gleichung (1a); damit erhält man:

$$\frac{J_1}{J} = 1 - \frac{(1-n)}{lr} z^r \dots (1b)$$

Durch Einsetzen der Werte von  $J$  und  $M = \frac{z}{l}$  in (2a) ergibt sich, wie leicht ersichtlich ist, der Winkel

$$\beta_2 = \frac{1}{l} \int_0^l \frac{z^2}{l E J_1} \left( 1 - \frac{1-n}{lr} z^r \right) dz$$

oder nach der Integration

$$\beta_2 = \left( \frac{l}{E J_1} \frac{1}{3} - \frac{1-n}{r+3} \right) \dots (3b)$$

Im Falle eines konstanten Trägheitsmomentes wird  $n = 1$  und aus den Formeln (3) und (4) ergeben sich die bekannten Werte

$$\alpha_1 = \beta_2 = \frac{l}{3EJ} \text{ und } \alpha_2 = \beta_1 = \frac{l}{6EJ}$$

**Fixpunktabstand.**

Es sind wiederum zwei Fälle zu betrachten.

1. Fall:  $J$  nimmt zu von links nach rechts. Bedeutet  $a$  den Fixpunktabstand vom linken Auflager, so ist laut der Ableitung von Dr. Max Ritter (Abb. 5)

$$\frac{a}{l} = \frac{\alpha_2}{\varepsilon + \alpha_1 + \alpha_2}$$

wo  $\varepsilon$  das Elastizitätsmass der Verbindung mit dem linken Auflager bedeutet.



Abb. 5

Durch Einsetzen der gefundenen Werte für  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  ergibt sich der Ausdruck

$$\frac{a}{l} = \frac{(r+1)(r+2)(r+3) - 6r - 6 + 6nr + 6n}{3(r+1)(r+2)(r+3) \left[ \frac{\varepsilon 2 E J_1}{l} + 1 \right] - 18 + 18n - 6n + 6nr}$$

der sich jedoch durch Einführung der konstanten Grösse  $c$  vereinfacht zu

$$a = \frac{c-6(1-n)(r+1)}{3c \left( \frac{\varepsilon 2 E J_1}{l} + 1 \right) - 6(1-n)(r+3)} \cdot l \quad (5a)$$

2. Fall:  $J$  nimmt ab von links nach rechts. Der Fixpunktabstand  $a$  ergibt sich aus dem gleichen Ausdruck durch Ersetzen von  $\alpha_1$  durch  $\beta_2$ , also aus

$$\frac{a}{l} = \frac{\alpha_2}{\varepsilon + \beta_2 + \alpha_2} \text{ und da } \alpha_2 = \beta_1 \text{ ist, auch}$$

$$\frac{a}{l} = \frac{\beta_1}{\varepsilon + \beta_2 + \beta_1}$$

welcher Ausdruck dem Abstand  $b$  des ersten Falles entspricht, falls am rechten Auflager angefangen wird. Durch Einsetzen der Werte der Drehungswinkel ergibt sich:

$$\frac{a}{l} = \frac{\frac{l}{E J_1} \cdot \frac{c-6(1-n)(r+1)}{6c}}{\varepsilon + \frac{l}{E J_1} \cdot \frac{c-6(1-n)(r+1)}{6c} + \frac{l}{E J_1} \left( \frac{1}{3} - \frac{1-n}{r+3} \right)}$$

Hieraus:  $a = \frac{c-6(1-n)(r+1)}{3c \left[ \varepsilon \frac{2 E J_1}{l} + 1 \right] - 6(1-n)(r+1)(r+3)} \cdot l \quad (5b)$

Für den Fall eines konstanten Trägheitsmomentes, d. h. für  $n = 1$ , ergibt sich aus den Formeln (5)

$$a = \frac{l}{6 \epsilon E J_1} \left[ \frac{l}{3} + 3 \right]$$

Elastizitätsmass.

Vorausgesetzt ist, dass am linken Trägerende begonnen wird.

1. Fall:  $J$  nimmt zu von links nach rechts. Das „Elastizitätsmass des Trägers“ ergibt sich nach Dr. Max Ritter aus  $\epsilon = -\beta_1 \frac{a}{l-a} + \beta_2$ , worin  $a$  den Fixpunkt- abstand vom linken Auflager bedeutet. Durch Einsetzen der gefundenen Werte für  $\beta_1$  und  $\beta_2$  ergibt sich:

$$\epsilon = -l \cdot \frac{c-6(1-n)(r+1)}{6cEJ_1} \cdot \frac{a}{l-a} + \frac{l}{EJ_1} \left( \frac{1}{3} - \frac{1-n}{r+3} \right)$$

oder

$$\epsilon = \frac{l}{EJ_1} \left[ \frac{1}{3} - \frac{1-n}{r+3} - \frac{c-6(1-n)(r+1)}{6c} \cdot \frac{a}{l-a} \right] \quad (6a)$$

2. Fall:  $J$  nimmt ab von links nach rechts. Es ist in der Ausgangsgleichung  $\beta_2$  mit  $\alpha_1$  zu vertauschen, d. h.

$$\epsilon = -\beta_1 \frac{a}{l-a} + \alpha_1$$

Durch Einsetzen der Werte für  $\beta_1$  und  $\alpha_1$  erhält man:

$$\epsilon = -\frac{l}{EJ_1} \cdot \frac{c-6(1-n)(r+1)}{6c} \cdot \frac{a}{l-a} + \frac{l}{EJ_1} \cdot \frac{c-6(1-n)}{3c}$$

oder

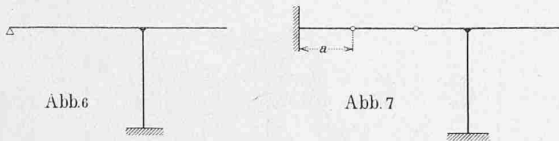
$$\epsilon = \frac{l}{3cEJ_1} \left[ c-6(1-n) - \frac{c-6(1-n)(r+1)}{2} \cdot \frac{a}{l-a} \right] \quad (6b)$$

Im Falle eines konstanten Trägheitsmomentes, d. h. für  $n = 1$ , wird der Ausdruck:

$$\epsilon = \frac{l}{6EJ_1} \cdot \frac{2l-3a}{l-a}$$

Spezielle Fälle.

Diese allgemeinen Ausdrücke für den Fixpunkt- abstand  $a$  und den Drehungswinkel  $\epsilon$  vereinfachen sich wesentlich bei Einführung der Werte für bestimmte Fälle der Auflagerung.



I. Das Endauflager ist frei aufliegend (Abb. 6). Es ist  $a_1 = 0$  und das Elastizitätsmass des Endträgers wird im 1. Falle:

$$\epsilon = \frac{l}{EJ_1} \left[ \frac{1}{3} - \frac{1-n}{r+3} \right]$$

Oder  $\epsilon = \frac{l}{3EJ_1} \cdot \frac{r+3n}{r+3}$  . . . (7a)

und im 2. Fall:  $\epsilon = \frac{l}{3cEJ_1} [c-6(1-n)]$  . . . (7b)

II. Das Endauflager ist vollständig eingespannt (Abb. 7). Dann ist das „Elastizitätsmass der Auflagerung“  $\epsilon = 0$ , und aus der Formel (5) ergibt sich:

im 1. Falle:  $a = \frac{l}{3} \cdot \frac{c-6(1-n)(r+1)}{c-2(1-n)(r+3)}$  . . . (8a)

und im 2. Falle:  $a = \frac{l}{3} \cdot \frac{c-6(1-n)(r+1)}{c-2(1-n)(r+1)(r+3)}$  (8b)

Für  $J$  const. ergibt sich der bekannte Wert  $a = \frac{l}{3}$ .

Der Vollständigkeit halber sei noch hier erwähnt, dass das „Elastizitätsmass der Auflagerung“ sich ergibt aus

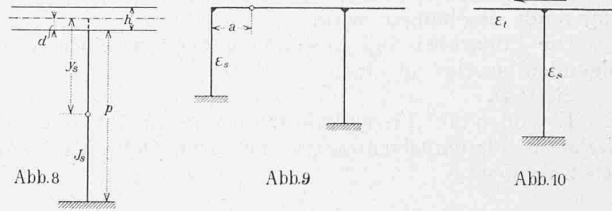
$$\epsilon = \frac{\epsilon_t \cdot \epsilon_s}{\epsilon_t + \epsilon_s}$$

worin  $\epsilon_t$  = Elastizitätsmass des Trägers (links der Stütze, wenn links begonnen wird), das sich mittels der Formeln (6) bestimmen lässt.

$\epsilon_s$  = Elastizitätsmass der Stütze, das sich nach Prof. W. Ritter (Anwendungen der graphischen Statik, III. Teil, Der kontinuierliche Balken 1900, S. 128) für untere Einspannung und konstantes Trägheitsmoment ergibt zu (Abb. 8)

$$\epsilon_s = \frac{p^3}{(12y_s^2 + p^2)EJ_s} \text{ worin } y_s = \frac{p}{2} + d.$$

Ist das Endauflager in elastischer Verbindung mit einer Stütze, so reduziert sich  $\epsilon$  auf  $\epsilon_s$ , welcher Wert bei der Bestimmung von  $a$  einzuführen ist (Abb. 9).



Es sei weiter erwähnt, dass der „Reduktionskoeffizient“, d. h. derjenige Koeffizient, mit dem ein Moment beim Ueberschreiten einer Stütze zu multiplizieren ist, um das Moment unmittelbar auf der andern Seite zu erhalten, sich ergibt aus  $\mu = \frac{\epsilon_s}{\epsilon_s + \epsilon_t}$ ; wobei die Richtung der Ueberschreitung, sowie Bedeutung von  $\epsilon_t$  und  $\epsilon_s$  aus Abbildung 10 ersichtlich ist.

Alle abgeleiteten Formeln vereinfachen sich noch weiter, wenn für  $r$  ein bestimmter Wert eingesetzt werden kann.

Aus den gleichen Gründen wie beim symmetrischen Träger ist es auch hier sehr oft gestattet  $r = 2$  zu setzen. Dies ist namentlich der Fall, wenn der Träger bei den Auflagern eine starke Voute aufweist (vergl. Abb. 11). Setzt man den Wert  $r = 2$  in die abgeleiteten allgemeinen Formeln für den Fixpunkt- abstand und das Elastizitätsmass ein, so erhält man folgende Ausdrücke:

Der konstante Faktor wird:  
 $c = (r+1)(r+2)(r+3) = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$ .

I. Fixpunkt- abstand.

1. Fall:  $a = \frac{0,6(2,33+n)}{12 \frac{\epsilon EJ_1}{l} + 5+n} \cdot l$  . . . (9a)

2. Fall:  $a = \frac{0,2(2,33+n)}{4 \frac{\epsilon EJ_1}{l} + 1+n} \cdot l$  . . . (9b)

Endauflager eingespannt.  $\epsilon = 0$ .

1. Fall:  $a = \frac{l}{1,66} \cdot \frac{2,33+n}{5+n}$  . . . (10a)

2. Fall:  $a = \frac{l}{5} \cdot \frac{2,33+n}{1+n}$  . . . (10b)

II. Elastizitätsmass.

1. Fall:  $\epsilon = \frac{l}{EJ_1(l-a)} [0,2 \cdot l(0,66+n) - 0,25a(1+n)]$  (11a)

2. Fall:  $\epsilon = \frac{l}{12EJ_1(l-a)} [0,4 \cdot l(9+n) - a \cdot (5+n)]$  (11b)

Endauflager frei aufliegend.  $a = 0$ .

1. Fall:  $\epsilon = \frac{l}{5EJ_1} (0,66+n)$  . . . (12a)

2. Fall:  $\epsilon = \frac{l}{30EJ_1} (9+n)$  . . . (12b)

Wenn diese Formeln in Verbindung mit jenen für den Träger mit symmetrisch veränderlichem und konstantem Trägheitsmoment angewendet werden, so können die Fixpunkt- abstände von kontinuierlichen Balken, deren Oeffnungen verschiedene Veränderlichkeit der Trägheitsmomente aufweisen, sehr rasch bestimmt werden. Bei der Verwendung der Formeln für den unsymmetrischen Balken ist also folgendes zu beachten:



Fängt man am linken Trägerende an und nimmt das Trägheitsmoment zu von links nach rechts (Abb. 12a), so kommen bei der Bestimmung von Elastizitätsmass und Fixpunkt die Formeln (a) in Betracht.

Nimmt dagegen das Trägheitsmoment  $ab$  von links nach rechts (Abb. 12b), so kommen die Formeln (b) in Betracht.

Diese Formeln lassen sich ohne weiteres anwenden zur Bestimmung der Fixpunktabstände  $b$ , wenn am rechten Trägerende angefangen wird.

Die Einfachheit der Anwendung der Formeln wird im Folgenden gezeigt an einem

*Beispiel.*

Es sollen die „Fixpunktabstände“ des in Abbildung 13 skizzierten Plattenbalkenträgers mit drei Oeffnungen ermittelt werden.

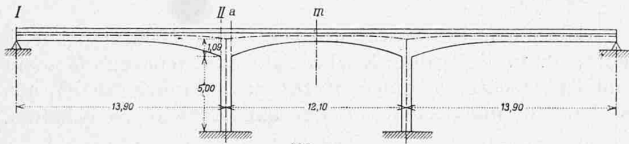


Abb. 13

Die Endauflager seien frei aufliegend, die Mittelstützen unten fest eingespannt.

Die Trägheitsmomente mögen betragen:

Stütze:  $J_s = 0,0322 \text{ m}^4$ .  
 Träger:  $J_l = 0,0435 \text{ m}^4$ ;  $J_n = 0,3553 \text{ m}^4$ .  
 $J_a = 0,3553 \text{ m}^4$ ;  $J_m = 0,0877 \text{ m}^4$ .

Die Träger besitzen starke Vouten, d. h. es kommen die Formeln für  $r = 2$  in Betracht.

*Elastizitätsmass der Stützen.*

$$\epsilon_s = \frac{p^3}{(12 y^2 + p^2) E J_s} = \frac{5^3}{(12 \cdot 3,59^2 + 5^2) E \cdot 0,0322}$$

$$E \epsilon_s = 21,60.$$

*Oeffnung 1. a) Fixpunktabstände:* Es wird am linken Trägerende begonnen (Abb. 14).

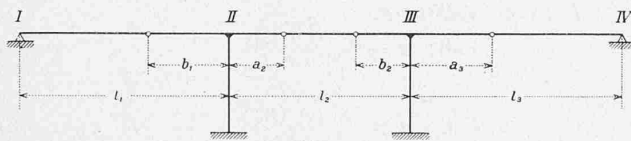


Abb. 14

Das Endauflager ist frei aufliegend, somit:

$a_1 = 0.$

*b) Elastizitätsmass des Trägers 1.*

Von links nach rechts nimmt das Trägheitsmoment zu. Es kommen also die Formeln (a) in Betracht. Nach

Formeln (12a) ist:  $\epsilon_1 = \frac{l}{5 E J_l} (0,66 + n)$

worin  $n = n_1 = \frac{J_l}{J_n} = \frac{0,0435}{0,3553} = 0,1225$

$$\epsilon_1 = \frac{12,10}{5 E \cdot 0,0435} (0,66 + 0,1225)$$

$$E \epsilon_1 = 50.$$

*Oeffnung 2. a) Elastizitätsmass der Auflagerung II.*

$$\epsilon_n = \frac{\epsilon_1 \cdot \epsilon_s}{\epsilon_1 + \epsilon_s}; \quad E \epsilon_n = \frac{50 \cdot 21,60}{50 + 21,60}$$

$$E \epsilon_n = 15,10.$$

*b) Fixpunktabstand.* Der Träger ist symmetrisch. Zur Bestimmung des Elastizitätsmasses und des Fixpunktabstandes werden die von Dr. Ing. Max Ritter angegebenen Formeln angewendet.

Allgemein ist:  $a = \frac{3n + r(r+4)}{3(r+3) \left[ n + r + 2 \cdot (r+1) \epsilon \frac{E J_m}{l} \right]} \cdot l$

Für  $r = 2$  wird  $a = \frac{0,2(n+4)}{6 \epsilon \frac{E J_m}{l} + 2 + n} \cdot l$

In unserem Falle:  $n = n_2 = \frac{J_m}{J_a} = \frac{0,0877}{0,3553} = 0,247.$

$$a_2 = \frac{0,2(0,247 + 4)}{6 \cdot \frac{15,10 \cdot 0,0877}{12,10} + 2 + 0,247} \cdot 12,10$$

$$a_2 = 3,55 \text{ m.}$$

*c) Elastizitätsmass des Trägers 2.* Nach Dr. M. Ritter ist allgemein:

$$\epsilon = \frac{l}{6(r+1)(r+3) E J_m} \left[ 3n(r+2) + r(2r+5) - \frac{3n+r(r+4)}{l-a} \cdot a \right]$$

Für  $r = 2$  ist:  $\epsilon = \frac{l}{30 E J_m} \left[ 4n + 6 - \frac{n+4}{l-a} a \right]$

In unserem Fall:

$$\epsilon_2 = \frac{12,10}{30 E \cdot 0,0877} \left[ 4 \cdot 0,1225 + 6 - \frac{0,1225 + 4}{12,10 - 3,55} \cdot 3,55 \right]$$

$$E \epsilon_2 = 22.$$

*Oeffnung 3. a) Elastizitätsmass der Auflagerung III.*

$$E \epsilon_n = \frac{22 \cdot 21,60}{22 + 21,60}$$

$$E \epsilon_n = 10,90.$$

*b) Fixpunktabstand.* Das Trägheitsmoment nimmt ab von links nach rechts, somit kommen die Formeln (b) in

Betracht. Nach Formel (9b) ist:  $a = \frac{0,2(2,33 + n)}{4 \cdot \frac{\epsilon E J_l}{l} + 1 + n} \cdot l$

worin wegen Symmetrie der Brücke  $n = n_1$ . Somit:

$$a_3 = \frac{0,2(2,33 + 0,1225)}{4 \cdot \frac{10,90 \cdot 0,0435}{13,90} + 1 + 0,1225} \cdot 13,90$$

$$a_3 = 5,40 \text{ m.}$$

Wegen Symmetrie der Brücke ist  $b_1 = a_3 = 5,40 \text{ m}$  und  $b_2 = a_2 = 3,55 \text{ m}$ .

Auf anderem, genauern Weg wurde gefunden

$a_2 = 3,62 \text{ m}$  und  $a_3 = 5,42 \text{ m}$ .

Neustadt a./Haardt, August 1911.

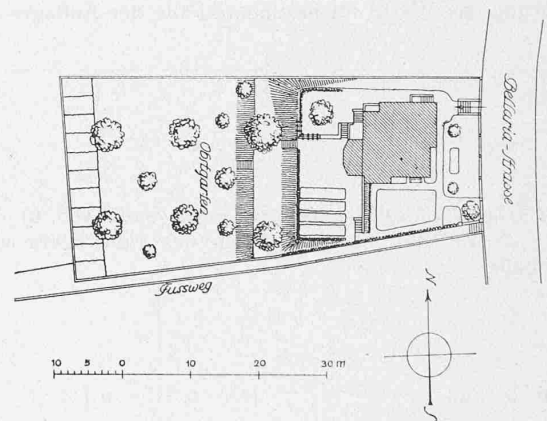


Abb. 1. Lageplan des Hauses «Belmunt». — Masstab 1 : 1000.

**Neuere Zürcher Giebel-Häuser.**

IV.

Wohnhaus „Belmunt“ des Architekten A. Huber, Zürich.

(Mit Tafeln 66 bis 69.)

An der Bellariastrasse, auf dem Hügelrücken, der das linke Seeufer vom Sihltal trennt, steht das Wohnhaus, das sich Architekt A. Huber als Eigenheim erbaut hat, auf einem nach Westen (gegen die Waffenplatzstrasse) steil abfallenden, schmalen Grundstück (Lageplan Abbildung 1). Es zeigt somit hinsichtlich der klimatischen Einflüsse die nämliche Lage wie die früher beschriebenen Häuser auf der Ostseite des Sees, z. B. das „Schlössli“ (Seite 151) und Haus zum „Blumenegg“ (Seite 256), weshalb die architektonische Lösung in den Grundzügen äusserlich und innerlich jenen Bauten verwandt ist. Wie steil der Geländeabfall ist, mag aus dem Bilde auf Tafel 67 entnommen werden, das vom Dache des nächst benachbarten Hauses an der Waffenplatzstrasse aus aufgenommen