Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 59/60 (1912)

Heft: 3

Artikel: Kuppelstangen-Antrieb nach Bauart Brown, Boveri & Cie. für elektrische Lokomotiven mit hochgelagerten Antriebsmotoren

Autor: Buchli, J.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-30018

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT: Kuppelstangen-Antrieb nach Bauart Brown, Boveri & Cie. für elektrische Lokomotiven mit hochgelagerten Antriebsmotoren. — Die Erneuerung des Innenraumes der Neumünsterkirche in Zürich. — Wettbewerb für ein Schulhaus mit Turnhalle im Letten, Zürich IV. — Zum Gotthardvertrag. — Die schweizerische Maschinenindustrie und die schweizerische Landesausstellung in Bern 1914. — Miscellanea: Eidg. Technische Hochschule. Flusskorrektionen und Wildbachregulierungen in der Schweiz 1911. Ausbau des zweiten Simplontunnels. Antonio Pacinotti und die Erfindung des Ringankers. Grenchenbergtunnel. Schweiz. Werkmeister-Verband. Schweiz. Bundesrat. Elektrifizierung der Berner Oberlandbahnen. Nachlass von Prof. Dr. J. R. Rahn. Die Internationale Wasserwirtschafts-Konferenz. — Preisausschreiben: Die Adolf von Ernst-Stiftung. — Konkurrenzen: Neues Museumsgebäude in Winterthur. — Literatur. — Vereinsnachrichten: Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein. Gesellschaft ehemaliger Studierender: XLIII. Adressverzeichnis. Stellenvermittlung.
Tafel 9 und 10: Das Innere der Neumünsterkirche in Zürich.

Band 60. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und unter genauer Quellenangabe gestattet. Nr. 3.

Kuppelstangen-Antrieb nach Bauart Brown, Boveri & Cie. für elektrische Lokomotiven mit hochgelagerten Antriebsmotoren.

Von *J. Buchli*, Baden.

(Schluss.)

Die mechanischen Beziehungen.

Auf Grund der soeben durchgeführten geometrischen Analyse der Deformationsverhältnisse ist man nun in der Lage, auch die *Kraftverhältnisse* des Getriebes zu untersuchen.

Die Längenänderung Δl eines Stabes darf nämlich der Kraft und der Länge des Stabes direkt proportional gesetzt werden. Setzen wir voraus, dass *sämtliche* Stäbe *gleiche* Querschnitte aufweisen, so gelten die Bezeichnungen:

$$\Delta l_1 = P_1 l_1 k \qquad \Delta l_2 = P_2 l_2 k \qquad \Delta l_3 = P_3 l_3 k$$
$$\Delta L_1 = Q_1 l_1 k \qquad \Delta L_2 = Q_2 l_2 k \qquad \Delta L_3 = Q_3 l_3 k$$
$$l_1 = l_2 = l$$
$$l_3 = 2\, l \sin \varphi,$$

wo k eine Konstante bedeutet.

Da einem positiven Δl eine Zugkraft, einem negativen eine Druckkraft entspricht, so werden in den folgenden Gleichungen ohne weiteres die Zugkräfte als positive, die Druckkräfte als negative Zahlen auftreten.

Die zwei geometrischen Bedingungen im Gleichungssystem (3) gehen über in

$$\sin \alpha\,(P_1\, k\, l - P_2\, k\, l) + \cos \alpha\,(Q_1\, k\, l - Q_2\, k\, l) =$$
$$= - P_3 \cdot k \cdot 2\, l \sin \varphi \frac{\cos \varphi}{\cos \alpha}\,;\; Q_3\, l_3\, k = - P_3\, l_3\, k \cdot tg\, \alpha \text{ oder}$$
$$\sin \alpha\,(P_1 - P_2) + \cos \alpha\,(Q_1 - Q_2) = - P_3 \frac{\sin 2\varphi}{\cos \alpha}$$
$$Q_3 = - P_3\, tg\, \alpha.$$

Der Schlitz, den die beiden schiefen Stangen der Antriebsdreiecke bilden, kann sich längs des Kurbelzapfens vertikal frei bewegen. Die Stangen werden sich daher so deformieren, dass die Resultierende der beiden Stangenkräfte horizontal ist, der Kurbelzapfen also nur eine horizontale Kraft aufnehmen kann. Die Bedingung muss bestehen, dass die Resultierenden in vertikaler Richtung o sein müssen, also

$$P_1 \cos \varphi + P_2 \cos \varphi = 0$$
$$Q_1 \cos \varphi + Q_2 \cos \varphi = 0.$$

Daraus ergeben sich zwei weitere Bedingungsgleichungen

$$P_1 = - P_2$$
$$Q_1 = - Q_2.$$

Die Drehmomente der beiden Motoren müssen den Momenten der Stangenkräfte das Gleichgewicht halten

$$P_1 \cdot r \cdot \sin (\alpha - \varphi) + Q_1 \cdot r \cdot \cos (\alpha - \varphi) - P_3\, r \cos \alpha + Q_3 \cdot r \cdot \sin \alpha = M_d$$
$$P_2 \cdot r \cdot \sin (\alpha + \varphi) + Q_2 \cdot r \cdot \cos (\alpha + \varphi) + P_3\, r \cos \alpha - Q_3 \cdot r \cdot \sin \alpha = M_d$$
$$M_d = K \cdot r.$$

Durch Addition der beiden Gleichungen erhält man die Momentengleichung für die Kräfte, welche an den Triebrädern angreifen. Wir haben somit sechs Gleichungen ersten Grades mit den sechs Unbekannten P_1, P_2, P_3, Q_1, Q_2, Q_3.

$$(4)\quad \begin{cases} \sin \alpha\,(P_1 - P_2) + \cos \alpha\,(Q_1 - Q_2) = - P_3 \dfrac{\sin 2\varphi}{\cos \alpha} \\ Q_3 = - P_3\, tg\, a \\ P_1 = - P_2 \\ Q_1 = - Q_2 \\ P_1 \sin (\alpha - \varphi) + Q_1 \cos (\alpha - \varphi) - P_3 \cos \alpha + Q_3 \sin \alpha = K \\ P_2 \sin (\alpha + \varphi) + Q_2 \cos (\alpha + \varphi) + P_3 \cos \alpha - Q_3 \sin \alpha = K. \end{cases}$$

Die Kräfte P_1, P_2 . . . . können *positive* oder *negative* Zahlen sein. Die Auflösung liefert also nicht nur die absoluten Werte, sondern auch die Vorzeichen der Kräfte.

Ersetzt man im Gleichungssystem (4) P_2, Q_2, Q_3 durch P_1, Q_1, P_3, so folgt

$$\text{I. } 2 \sin \alpha\, P_1 + 2 \cos \alpha\, Q_1 = - P_3 \frac{\sin 2\varphi}{\cos \alpha}$$
$$\text{II. } P_1 \sin (\alpha - \varphi) + Q_1 \cos (\alpha - \varphi) - P_3 \cdot \cos \alpha - P_3\, tg\, \alpha \sin \alpha = K$$
$$\text{III. } - P_1 \sin (\alpha + \varphi) - Q_1 \cos (\alpha + \varphi) + P_3 \cos \alpha + P_3\, tg\, \alpha \sin \alpha = K$$

oder

$$\text{II. } P_1 \sin (\alpha - \varphi) + Q_1 \cos (\alpha - \varphi) - \frac{P_3}{\cos \alpha} = K$$
$$\text{III. } - P_1 \sin (\alpha + \varphi) - Q_1 \cos (\alpha + \varphi) + \frac{P_3}{\cos \alpha} = K.$$

Durch Subtraktion:

$$P_1 [\sin (\alpha - \varphi) + \sin (\alpha + \varphi)] + Q_1 [\cos (\alpha - \varphi) + \cos (\alpha + \varphi)] - \frac{2\, P_3}{\cos \alpha} = 0$$

oder

$$P_1 \cdot 2 \sin \alpha \cos \varphi + Q_1 \cdot 2 \cdot \cos \alpha \cos \varphi = \frac{2\, P_3}{\cos \alpha}$$
$$P_1 \sin \alpha + Q_1 \cos \alpha = \frac{P_3}{\cos \alpha \cos \varphi}.$$

In Vergleichung mit (1):

$$- P_3 \cdot \frac{\sin 2\varphi}{2 \cos \alpha} = \frac{P_3}{\cos \alpha \cos \varphi}$$
$$P_3\,(2 + \cos \varphi \cdot \sin 2\varphi) = 0.$$

Der Klammerausdruck kann nicht o sein, also ist $P_3 = 0$.

Es folgt aus I. $P_1 \sin \alpha + Q_1 \cos \alpha = 0$,

aus II. und III. $- P_1 \cos \alpha + Q_1 \sin \alpha = \dfrac{K}{\sin \varphi}$

und hieraus

$$(5)\quad \begin{cases} P_1 = - \dfrac{K \cos \alpha}{\sin \varphi}\,; & P_2 = \dfrac{K \cos \alpha}{\sin \varphi} \\ Q_1 = \dfrac{K \sin \alpha}{\sin \varphi}\,; & Q_2 = - \dfrac{K \sin \alpha}{\sin \varphi} \\ P_3 = 0\,; & Q_3 = 0. \end{cases}$$

Sind die Drehmomente beider Motoren gleich gross, so ist die Spannung in den horizontalen Stäben der Dreieckstangen gleich Null.

Die in den schiefen Stäben wirkenden Kräfte sind im Maximum $\dfrac{K}{\sin \varphi}$, d. h. um so kleiner, je grösser φ ist.

Den Gleichungen (5) entspricht in (2)

$$\Delta l_B = 0\,;\; \Delta L_3 = 0\,;\; \Delta l_1 = - \Delta l_2\,;\; \Delta L_1 = - \Delta L_2$$
$$\Delta l_1 = - \frac{K \cdot k \cdot l \cos \alpha}{\sin \varphi} \text{ usw.}$$

Aus dem Gleichungssystem (2) ergeben sich ohne weiteres die Verschiebungen Δx, Δy, ...

Unter anderm:

$$\cos \alpha \cdot (\Delta l_1 + \Delta l_2) = \Delta x_1\, [\sin (\varphi - \alpha) - \sin (\varphi + \alpha)] + 2\, \Delta y \cos \varphi \cdot \cos \alpha$$
$$0 = - \Delta x_1 \cdot 2 \cos \varphi \cdot \sin \alpha + 2\, \Delta y \cdot \cos \varphi \cos \alpha$$
$$\Delta y = \Delta x_1\, tg\, \alpha = - \Delta y_1$$

ebenso $\Delta y' = - \Delta y_2$, d. h. der Schnittpunkt der Achsen der beiden schiefen Stäbe bewegt sich bei einer kleinen Drehung des Systems horizontal.

Ferner ist:

$$\Delta y \cdot \cos \varphi \cdot \cos \alpha\, [\sin (\varphi + \alpha) + \sin (\varphi - \alpha)] = \Delta l_1 \cos \alpha\, [\sin (\varphi + \alpha) - \sin (\varphi - \alpha)]$$
$$2\, \Delta y \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi \cdot \cos \alpha = 2\, \Delta l_1 \cos \varphi \sin \alpha$$
$$\Delta y = - \frac{K \cdot k \cdot l \sin \alpha}{\sin^2 \varphi}$$

Beispiel.

$$M_d = 8000 \; m/kg$$
$$r = 0{,}325 \; m$$
$$l = 1{,}85 \; m$$
$$k = \frac{1}{F \cdot E} \begin{cases} F = \text{Querschnitt} = 29 \; cm^2 \\ E = \text{Elastizitätsmodul} = 2\,200\,000 \; kg/cm^2 \end{cases}$$
$$K = \frac{M_d}{r} = 24\,165 \; kg$$
$$\sin \varphi = 0{,}608$$
$$\Delta y_{max} = -\frac{24\,615 \cdot 1{,}85}{29 \cdot 2\,200\,000} = -0{,}19 \; cm.$$

Ungleiches Drehmoment der beiden Antriebsmotoren.

Es ist praktisch ausgeschlossen, dass in jedem Augenblick die Drehmomente der beiden Motoren denselben Wert haben.

Die folgende Untersuchung wird zeigen, dass in den horizontalen obern Stäben der Dreieckstange Spannungen auftreten, sobald die *beiden Drehmomente der Motoren verschieden* sind. Insbesondere wird uns der Fall interessieren, wenn ein Motor nicht arbeitet.

Die Drehmomente in den beiden Motoren seien:

$$M_d = K \cdot r$$
$$M'_d = M_d + \gamma M_d = r \; (K + \gamma K).$$

γ ist also der Unstimmigkeitskoeffizient und $= -1$, wenn der eine Motor nicht arbeitet. Die in den Stäben auftretenden Kräfte seien analog den frühern bezeichnet durch:

$$P_1 + P'_1; \; Q_1 + Q'_1; \; P_2 + P'_2; \; Q_2 + Q'_2; \; P_3 + P'_3; \; Q_3 + Q'_3$$

Dabei ist $P_3 = 0$ und $Q_3 = 0$.

Das Gleichungssystem (4) geht dann über, weil auch hier analog den frühern Ausführungen

$$P_1 + P'_1 = -P_2 - P'_2$$
$$Q_1 + Q'_1 = -Q_2 - Q'_2$$

sein muss in

$$\text{I.} \quad 2 \sin \alpha (P_1 + P'_1) + 2 \cos \alpha (Q_1 + Q'_1) = -P'_3 \cdot \frac{\sin 2\varphi}{\cos \alpha}$$

$$\text{II.} \quad (P_1 + P'_1) \sin(\alpha - \varphi) + (Q_1 + Q'_1) \cos(\alpha - \varphi) - \frac{P'_3}{\cos \alpha} = K$$

$$\text{III.} \quad -(P_1 + P'_1) \sin(\alpha + \varphi) - (Q_1 + Q'_1) \cos(\alpha + \varphi) + \frac{P'_3}{\cos \alpha} = K + \gamma K.$$

Nun ist nach (4) und (5)

$$2 P_1 \sin \alpha + 2 Q_1 \cos \alpha = 0$$
$$P_1 \sin(\alpha - \varphi) + Q_1 \cos(\alpha - \varphi) = K$$
$$-P_1 \sin(\alpha + \varphi) - Q_1 \cos(\alpha + \varphi) = K,$$

daher

$$(6) \begin{cases} \text{I.} \; 2 \sin \alpha \, P'_1 + 2 \cos \alpha \, Q'_1 = -P'_3 \dfrac{\sin 2\varphi}{\cos \alpha} \\ \text{II.} \; P'_1 \sin(\alpha - \varphi) + Q'_1 \cdot \cos(\alpha - \varphi) - \dfrac{P'_3}{\cos \alpha} = 0 \\ \text{III.} \; P'_1 \sin(\alpha + \varphi) - Q'_1 \cos(\alpha + \varphi) + \dfrac{P'_3}{\cos \alpha} = \gamma K. \end{cases}$$

Durch Addition und Subtraktion von I. und III. ergibt sich:

$$-P'_1 \cos \alpha + Q'_1 \sin \alpha = \frac{\gamma K}{2 \sin \varphi}$$
$$P'_1 \sin \alpha + Q'_1 \cos \alpha = \frac{2 P'_3 - \gamma K \cos \alpha}{2 \cos \alpha \cos \varphi}$$

Durch Vergleichung mit I.

$$\frac{2 P'_3 - \gamma K \cos \alpha}{2 \cos \alpha \cos \varphi} = -\frac{P'_3 \sin 2\varphi}{2 \cos \alpha}$$

$$(7) \begin{cases} \text{Daraus} \quad P'_3 = \gamma \cdot \dfrac{K \cos \alpha}{2 + \sin 2\varphi \cos \varphi} \\ \text{Nach (4)} \quad Q_3 + Q'_3 = -(P_3 + P'_3) \, tg \, \alpha \\ \qquad Q'_3 = -\gamma \dfrac{K \sin \alpha}{2 + \sin 2\varphi \cos \varphi} \\ \text{Im weitern} \\ Q'_1 = \dfrac{\gamma \cdot K}{2} \cdot \dfrac{2 \sin \alpha + \sin 2\varphi \cdot \sin(\alpha - \varphi)}{\sin \varphi \, (2 + \sin 2\varphi \cdot \cos \varphi)} = -Q'_2 \\ P'_1 = -\dfrac{\gamma \cdot K}{2} \cdot \dfrac{2 \cos \alpha + \sin 2\varphi \cdot \cos(\alpha - \varphi)}{\sin \varphi \, (2 + \sin 2\varphi \cdot \cos \varphi)} = -P'_2 \end{cases}$$

Für den speziellen Fall, dass der eine Motor nicht arbeitet, ist $\gamma = -1$, und die in den Stangen auftretenden Kräfte sind:

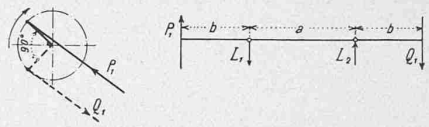
$$P_1 + P'_1 = -\frac{K \cos \alpha}{2 \sin \varphi} + \frac{K \sin 2\varphi \sin \alpha}{2 (2 + \sin 2\varphi \cos \varphi)} = -(P_2 + P'_2)$$
$$Q_1 + Q'_1 = \frac{K \sin \alpha}{2 \sin \varphi} + \frac{K \sin 2\varphi \cos \alpha}{2 (2 + \sin 2\varphi \cos \varphi)} = -(Q_2 + Q'_2)$$
$$P'_3 = \frac{-K \cos \alpha}{2 + \sin 2\varphi \cos \varphi}$$
$$Q'_3 = \frac{K \sin \alpha}{2 + \sin 2\varphi \cos \varphi}$$

Die Bestimmung der Lagerdrücke in den Motor- und Triebradlagern.

Wir führen die Bestimmung durch unter der Annahme, dass in beiden Motoren gleiche Drehmomente wirken.

An den Kurbelzapfen der Motorwellen greifen die Kräfte P_1 Q_1, bezw. P_2 Q_2 in der Richtung der Stangen an. Die Drehmomente üben einen Lagerdruck nicht aus. Die *Motorlager* sind also während der Bewegung stets an derselben Stelle beansprucht und brauchen deshalb nur eine einseitige Nachstellbarkeit zu besitzen (Abb. 10).

Abb. 10.



Es ergeben sich die Gleichungen:

$$P_1 \cdot b = L_2 \cdot a + Q_1 (a + b)$$
$$P_1 (a + b) + L_1 a = Q_1 b$$

und daraus

$$L_1 = \frac{K}{a \sin \varphi} [b \sin \alpha + (a + b) \cos \alpha]$$
$$L_2 = -\frac{K}{a \sin \varphi} [b \cos \alpha + (a + b) \sin \alpha]$$

Setzt man nun

$$(a + b) \cos \alpha + b \sin \alpha = c \sin(\vartheta + \alpha)$$
$$(a + b) \sin \alpha + b \cos \alpha = c' \cos(\vartheta' + \alpha)$$

so ergibt sich

$$c = -c' = \sqrt{a^2 + 2ab + 2b^2}$$
$$tg \, \vartheta = \frac{a + b}{b} = -tg \, \vartheta'$$
$$\vartheta' = \pi - \vartheta$$

und daraus

$$L_1 = \frac{K}{a \sin \varphi} \cdot \sqrt{a^2 + 2ab + 2b^2} \sin(\vartheta + \alpha)$$
$$L_2 = \frac{K}{a \sin \varphi} \cdot \sqrt{a^2 + 2ab + 2b^2} \cos(\vartheta - \alpha)$$

Dabei ist unter der Wurzel der positive Wert zu verstehen. Die beiden Ausdrücke ermöglichen eine bequeme graphische Darstellung (Abbildung 11).

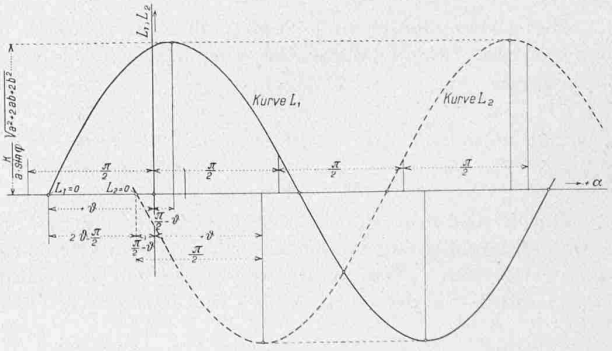


Abb. 11.

Der max. auftretende Lagerdruck ist dann

$$L_{max} = \frac{K}{a \sin \varphi} \cdot \sqrt{a^2 + 2ab + 2b^2}$$

Analoge Formeln ergeben sich für die anderen Motorlager.

Mit den oben gefundenen, in der Richtung der schrägen Stangen wirkenden Kräfte L_1 und L_2 sind noch zu kombinieren die konstant vertikal nach unten wirkenden Gewichte des Rators, um die endgültig resultierenden Lagerdrücke zu erhalten.

Für die *Lagerdrücke in den Triebachslagern* kann unter Berücksichtigung einer dreifach gekuppelten Lokomotive nach Abbildung 4 folgender Weise gerechnet werden. Auf jeden Kurbelzapfen der Triebräder wirkt der dritte Teil der von den schiefen Stäben der Dreieckstange übertragenen Horizontalkräfte, nämlich

$$\frac{P_1 - P_2}{3} \sin \varphi = -\,{}^2/_3\, K \cos \alpha$$

$$\frac{Q_1 - Q_2}{3} \cdot \sin \varphi = {}^2/_3\, K \sin \alpha$$

Ausserdem greifen in den Berührungspunkten zwischen Rad und Schiene horizontale Kräfte an, deren Momente den Momenten der Motoren das Gleichgewicht halten. Ist S diese Umfangskraft für ein einzelnes Rad und R der Radins des Triebrades, so ergibt sich

$$6\, S \cdot R = 2\, M_d$$

$$S = \frac{K \cdot r}{3 \cdot R}$$

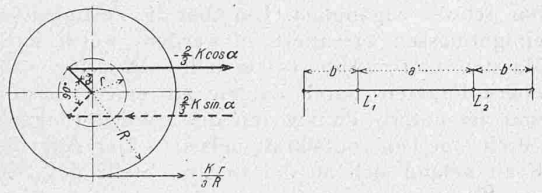
Diese Kräfte müssen von den Lagern aufgenommen werden, sie sind sämtlich horizontal gerichtet (Abb. 12).

An den Endpunkten der Achsen greifen die Kräfte an:

$$-\,{}^2/_3\, K \cos \alpha - \frac{K}{3}\,\frac{r}{R} \text{ und } {}^2/_3\, K \sin \alpha - \frac{K}{3}\,\frac{r}{R}$$

und diese ergeben die Lagerdrücke

Abb. 12.



$$L'_1 = \frac{K}{3}\,\frac{r}{R} + \frac{2\,K}{3\,a'}\,[(a' + b') \cos \alpha + b' \sin \alpha)]$$

$$L'_2 = \frac{K}{3}\,\frac{r}{R} - \frac{2\,K}{3\,a'}\,[(a' + b') \sin \alpha + b' \cos \alpha]$$

Diese Ausdrücke lassen analog den frühern Ausführungen eine einfachere Darstellung zu, nämlich:

$$L'_1 = \frac{K}{3}\,\frac{r}{R} + \frac{2}{3}\,\frac{K}{a'}\,\sqrt{a'^2 + 2\,a'\,b' + 2\,b'^2}\,\sin\,(\vartheta^* + \alpha)$$

$$L'_2 = \frac{K}{3}\,\frac{r}{R} - \frac{2}{3}\,\frac{K}{a'}\,\sqrt{a'^2 + 2\,a'\,b' + 2\,b'^2}\,\cos\,(\vartheta^* - \alpha)$$

Dabei ist unter der Wurzel der *positive* Zahlenwert zu verstehen; der Hilfswinkel ϑ bestimmt sich aus:

$$tg\,\vartheta^* = \frac{a' + b'}{a'}\,;\quad \frac{\pi}{4} < \vartheta^* < \frac{\pi}{2}$$

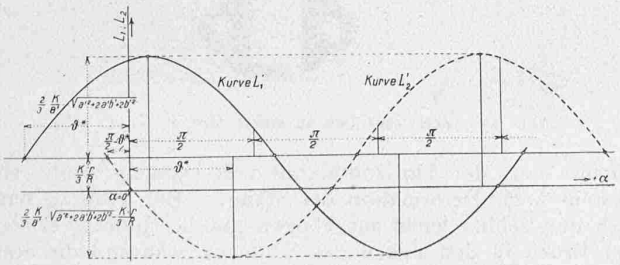


Abb. 13.

Um den resultierenden Lagerdruck während einer Umdrehung zu erhalten, sind mit den in Abbildung 13 dargestellten horizontal wirkenden variablen Kräften die konstanten vertikalen Gewichte, die auf den Triebachslagern ruhen, zu kombinieren.

Die Pressungen in den Kurbelzapfenlagern ergeben sich in einfacher Weise durch Kombination der auf die Zapfen wirkenden Stangenkräfte mit den Zentrifugalkräften und den Gewichten der Dreieckstange.

Ein neues Antriebssystem.

Die vorstehenden Untersuchungen haben gezeigt, dass auch unter der Annahme einer Längendeformation der einzelnen Stäbe in den *horizontalen* Stäben keine Spannung auftritt, wenn die Drehmomente der beiden Motoren gleich gross sind. Da die Stäbe gleichmässige Form und im

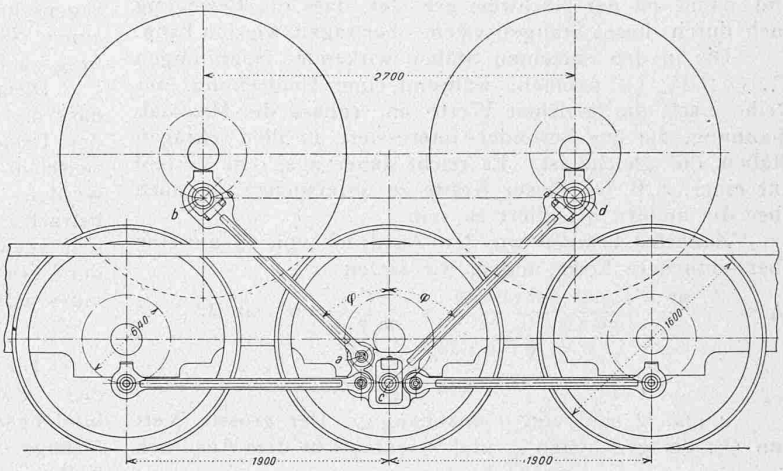


Abb. 14. Anordnung des Zweistangenantriebes. — 1 : 50.

grössten Teil ihrer Länge gleiche Querschnitte aufweisen, durften wir wohl von der Hypothese ausgehen, dass die Längenänderung der Kraft und der Länge proportional sei. Unter dieser Voraussetzung sind also die horizontalen Stäbe überflüssig und die Aufgabe, die in den schrägen Stäben auftretenden Spannungen zu berechnen, führen auf ein *statisch bestimmtes* Problem. Die Lösung unserer Aufgabe ergibt in der Tat vier Gleichungen mit vier Unbekannten, die sich direkt aus den Bedingungen der Statik ergeben. Es sei besonders darauf hingewiesen, dass durch den Wegfall der horizontalen Stangen, die Bedingung einer gelenkigen Verbindung der schrägen Stangen aus praktischen Rücksichten erforderlich ist[1]) und wir es somit nicht mehr mit einem *starren Rahmen*, sondern mit einem *gelenkig verbundenen Stangensystem* zu tun haben.

Das Ergebnis, dass in den horizontalen Stäben der Dreieckstange nur Spannungen auftreten, wenn die Drehmomente der beiden Antriebsmotoren ungleich sind, führte mich dazu, zu untersuchen, ob die Uebertragung ungleicher Drehmomente durch ein gelenkiges Stangensystem (Abbildung 14) nicht auch möglich wäre, insbesondere dann, wenn das Drehmoment eines Motors = 0 wird. Selbstverständlich ist dabei vorausgesetzt, dass die Schlitzkurbel auch hier Verwendung finde und somit die Vorteile dieses Konstruktionsteiles gewahrt bleiben, die wir in unserer Abhandlung auseinandergesetzt haben.

Sind P_1, Q_1; P_2, Q_2 die in den schiefen Stäben auftretenden Zug-, bezw. Druckkräfte und $M_d = K \cdot r$; $M'_d = \delta \cdot K \cdot r$ die durch die schiefen Stangen zu übertragenden Drehmomente (wobei r den Kurbelradius bedeutet, siehe Abbildung 7), so ergeben sich die Gleichgewichtsbedingungen:

$$P_1 \cdot r \sin (\alpha - \varphi) + Q_1\, r \cos (\alpha - \varphi) = K \cdot r$$

$$P_2 \cdot r \cdot \sin (\alpha + \varphi) + Q_2 \cdot r \cdot \cos (\alpha + \varphi) = \delta \cdot K \cdot r.$$

In der Schlitzkurbel müssen die Vertikalkräfte = 0 sein; somit $(P_1 + Q_1) \cos \varphi = 0$; $(P_2 + Q_2) \cos \varphi = 0$; daraus $P_1 = -\,Q_1$; $P_2 = -\,Q_2$, da wir den Fall, wo $\varphi = 90^0$, also $\cos \varphi = 0$ ist, ausschliessen. Für δ kommen die Werte von 0 bis 1 in Betracht.

[1]) Die Drehmomente sind praktisch immer etwas verschieden.

Ist $\delta = 1$, so wirkt in beiden Motoren das gleiche Drehmoment, ist $\delta = 0$, so ist das eine Drehmoment $= 0$.[1])

Für die vier Grössen P_1, Q_1; P_2, Q_2 stehen vier Gleichungen zur Verfügung, das Kräftesystem ist statisch bestimmt. Die Berechnung der in den Stangen angreifenden Kräfte ist somit unabhängig von den Deformationen der Stangen, Achsen usw.

Die Auflösung der Gleichungen ergibt die Werte:

$$P_1 = -K \cdot \frac{\cos(\alpha + \varphi) + \gamma \cos(\alpha - \varphi)}{\sin 2\varphi} = -P_2$$

$$Q_1 = K \frac{\sin(\alpha + \varphi) + \gamma \sin(\alpha - \varphi)}{\sin 2\varphi} = -Q_2$$

und damit ist der Nachweis geleistet, dass die Bewegung auch durch dieses Stangensystem übertragen werden kann.

Die in den einzelnen Stäben wirkenden Spannungen P_1, Q_1; P_2, Q_2 nehmen, während einer Umdrehung, der Reihe nach die gleichen Werte an, sodass die Maximalspannung, die uns besonders interessiert, in allen schrägen Stäben die gleiche ist. Es reicht daher aus, den Verlauf nur einer, z. B. Q_1, dieser Kräfte zu untersuchen, um auch über die andern orientiert zu sein.

Zunächst bringen wir den Ausdruck von Q_1 auf eine übersichtlichere Form, indem wir setzen:

$$Q_1 = \frac{K \cdot \sin(\alpha + \varphi) + \delta \sin(\alpha - \varphi)}{\sin 2\varphi} = \frac{K}{\sin 2\varphi} \cdot n \cdot \sin(\Omega + \alpha)$$

$$n = \sqrt{1 + 2\delta \cos 2\varphi + \delta^2}$$

$$tg\, \Omega = tg\, \varphi \frac{1 - \delta}{1 + \delta}$$

n und Ω sind von α unabhängig. Der grösste Wert von Q_1, bei gegebenen φ und δ, entspricht dem Ausdruck

$$\sin(\Omega + \alpha) = \pm 1.$$

Es ist von besonderm Interesse die Aenderung der Maximalspannungen zu verfolgen wenn die beiden Motordrehmomente verschieden sind, d. h., wenn δ die Werte 1 bis 0 durchläuft.

1. Solange $\cos 2\varphi > 0$, also $\varphi < 45^0$ ist, ersieht man ohne weiteres, dass n und somit Q_1 seinen grössten Wert annimmt wenn $\delta = 1$ ist, d. h. wenn in beiden Motoren das gleiche Moment arbeitet.

Die Maximalspannungen verringern sich aber, wenn das eine Drehmoment kleiner wird.

2. $\cos 2\varphi < 0$, d. h. $\varphi > 45^0$.

Der absolute Wert von Q_1 ist um so grösser je grösser n und somit je grösser $1 + 2\delta \cos 2\varphi + \delta^2$ ist.

Setzt man $y = 1 + 2\delta \cos 2\varphi + \delta^2$ und betrachtet δ und y als rechtwinklige Koordinaten eines Punktes, so stellt die Gleichung eine Parabel dar, deren Axe der y-Axe parallel ist. Für den Scheitel der Parabel ist

$$\frac{dy}{d\delta} = 2 \cdot \cos 2\varphi + 2\delta = 0.$$

Daraus ergeben sich die Koordinaten des Scheitels zu

$$\delta = -\cos 2\varphi \qquad y = 1 - \cos^2 2\varphi.$$

Die grössten Werte, die y annehmen kann, wenn δ von 0 bis 1 variiert, ergeben sich für $\delta = 0$ und $\delta = 1$, nämlich $y_0 = 1$ und $y_1 = 2 + 2 \cos 2\varphi$.

Wenn $y_1 > y_0$, also $2 + 2 \cos 2\varphi > 1$ ist, treten wiederum die grössten Spannungen auf wenn in beiden Motoren das gleiche Drehmoment wirkt; erst vom Grenzfall $2 + 2 \cos 2\varphi = 0$, d. h. $\varphi = 60^0$ an kann die Maximalspannung in den schrägen Stäben grösser werden, wenn das eine Drehmoment abnimmt und sie nimmt in diesem Fall den grössten Wert an wenn das Drehmoment des einen Motors $= 0$ wird.

Aus den Untersuchungen ergibt sich Folgendes:

1. *Im starren Rahmen (Dreieckstange) wie auch im neuen Antriebssystem (Verbindung von gelenkigen Stangen) treten in den schrägen Stäben die gleichen Spannungen auf, wenn die Drehmomente der beiden Motoren gleichen Wert besitzen.*
2. *Liegt der Winkel φ zwischen 0 und 60°, so vermindern sich beim neuen Antriebssystem die Stangenkräfte, wenn ein Drehmoment abnimmt.*
   Solange der Winkel φ zwischen 0 und 60° variiert, treten in den schrägen Stäben die grössten Spannungen auf, wenn die beiden Motordrehmomente gleich gross sind.

[1]) Die Formeln für die Berechnung der Stangenkräfte für diesen Fall finden sich auf Seite 31, Gleichungssystem 5.

Die konstruktiven Vorteile des neuen Antriebsmechanismus (Abbildung 14) sind ohne weiteres zu erkennen. An Stelle der Dreieckstange treten zwei leichte und einfach herzustellende Kuppelstangen. Das Antriebssystem ist weder in horizontaler noch in vertikaler Richtung an eine peinliche Einstellung der Achsenabstände gebunden. Das Gelenk a kann zweckmässig so ausgebildet werden, dass eine kleine Verlängerung der Distanz b—c möglich ist. Diese Eigenschaft des Punktes a kann dazu benutzt werden, um einem Nachstellen der Kuppelachsen in horizontaler Richtung zu folgen.

Die ganze Untersuchung liefert unzweideutig den Beweis, dass die Verwendung des neuen Antriebssystems gegenüber der Dreieckstange Vorteile bietet, solange der Winkel φ zwischen 0 und 60° liegt. Da die Möglichkeit des Defektwerdens eines Motors im Betriebe nur als Ausnahmefall zu betrachten ist, kann der Zweistangenantrieb auch unbedenklich verwendet werden, wenn $\varphi > 60^0$ wird. Die Grenze der Verwendbarkeit des Zweistangenantriebes für $\varphi > 60^0$ muss jedoch von Fall zu Fall nachgerechnet werden.

Festigkeitsuntersuchung.

Die schwächste Stelle der „Dreieckstange" wie auch des „Zweistangenantriebes" ist unzweifelhaft die Verbindungsstelle der beiden schrägen Stäbe, welche die schlitzförmige Oeffnung trägt. Während die Beanspruchung der Stäbe selbst auf einfache Art berechnet werden kann, ist die Bestimmung der Spannungen an ihrer Verbindungsstelle infolge der eigenartigen Konstruktion der Rechnung nur schwer zugänglich. Um über die Festigkeitsverhältnisse einigermassen orientiert zu werden, wurde ein Modell im Masstab 1 : 10 (Abb. 15) erstellt. Dasselbe wurde an den obern Punkten durch Zapfen an einem Gestell befestigt und am untern Punkte (an der schlitzförmigen Oeffnung) durch eine Horizontalkraft belastet. Der Angriffspunkt der Kraft befand sich an der tiefsten Stelle des Schlitzes. Bei

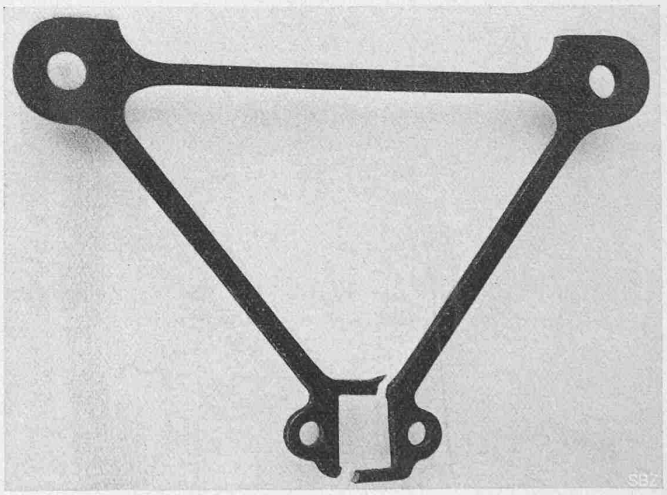


Abb. 15. Zerreissproben an einem Modell. — 1 : 10.

einem Wert der Horizontalkraft von 1500 *kg* zeigte sich absolut keine Deformation der Stange. Bei 2500 *kg* hatte sich der Schlitz leicht ausgebogen und bei 3000 *kg* erfolgte der Bruch in den Ecken des Schlitzes, während die Stäbe auch nach dem Bruch vollständig gerade blieben.

Wenn auch durch den Zerreissversuch am Modell kein rechnerischer Schluss auf die Festigkeitseigenschaften der Ausführung gemacht werden darf, so zeigt der Versuch doch deutlich die schwächsten Stellen der Stange, denen bei der Konstruktion besondere Sorgfalt zu widmen ist.