Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Band: 67/68 (1916)
Heft: 10

Artikel: Einige Eigenschaften der Kettenlinie
Autor: Kiefer, A.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-32972

schlossen, die lediglich als Sicherheitsverschlüsse vorgesehen sind. Als eigentliche Betriebsschützen, die mit Rücksicht auf die Zwischentore verhältnismässig zahlreich sind, dienen ebenfalls Stoney-Schützen. Jeder Verschluss besteht aus zwei, durch eine 1,2 *m* dicke Zwischenwand getrennten Schützen von je 2,4 *m* lichter Breite und 5,5 *m* lichter Höhe. An den betreffenden Stellen sind die Umlaufkanäle in einen entsprechenden rechteckigen Querschnitt übergeführt. Der Zweck dieser Zweiteilung besteht darin, bei Versagen der einen Schütze die Möglichkeit zu bieten, die Kammerfüllung bezw. -Entleerung immer noch mit halber Querschnittsöffnung vorzunehmen. Der mittlere Umlaufkanal musste mit Rücksicht darauf, dass er in voneinander unabhängiger Weise beide Schleusenkammern bedienen soll, an jedem Ende einen Hauptverschluss erhalten und ausserdem jeder von ihm abzweigende Grundlauf mit einer besonderen Schütze versehen werden, wozu Zylinderschützen gewählt wurden. Insgesamt waren für alle Schleusen 194 einfache Stoney-Schützen und 120 Zylinderschützen erforderlich, die selbstverständlich alle mittels elektrischen Fernantriebs betätigt werden.[1])

Die *Füllung* einer Schleuse kann, die Schützenbewegung eingerechnet, in weniger als 20 *min* vorgenommen werden. Als grösste Hubgeschwindigkeit der Schiffe ist 0,9 *m/min* festgesetzt. Zur Einhaltung dieser Höchstwerte muss die Füllung mit gedrosseltem Querschnitt begonnen werden. Der mittlere Umlauf wird dabei nur während der letzten fünf Minuten mitbenützt. Im übrigen genügt der seitliche Umlauf, um eine Kammer in ihrer vollen Länge in 15 *min* zu füllen. Die Durchschleusung eines Schiffs durch sämtliche Schleusen erfordert 3 bis 3½ Stunden, die Fahrt von einem Ozean zum andern 8 bis 10 Stunden.

An dieser Stelle sei noch auf eine Eigentümlichkeit des Panama-Kanals hingewiesen, auf die Prof. K. E. Hilgard in seinem in verschiedenen Sektionen des Schweiz. Ingenieur- und Architekten-Vereins gehaltenen Vortrag aufmerksam gemacht hat.[2]) Da beim Durchschleusen der Schiffe das Süsswasser des Gatunsees in das salzhaltige Wasser der beiden Ozeane ausfliesst, würde normalerweise, infolge des höheren spezifischen Gewichtes des Salzwassers (1,02 bis 1,03), zwischen den Wassermassen auf beiden Seiten des untersten Schleusentors Gleichgewichtszustand eintreten, bevor sich auch gleiche Wasserspiegelhöhe eingestellt hat, was das Oeffnen des Tors bedeutend erschweren würde. Wie durch eingehende, vorhergehende Versuche festgestellt werden konnte, liess sich diese Ungleichheit der Wasserspiegelhöhe bis auf eine unbedeutende Differenz dadurch vermeiden, dass die untere Ausmündung der Umlaufkanäle in ebenso origineller wie interessanter Weise möglichst hoch über den Drempel verlegt wurde. Da sich erfahrungsgemäss Salzwasser und Süsswasser nur sehr langsam mischen, ist der bis nahe an den Salzwasserspiegel hinaufreichende Umlaufkanal vorwiegend mit Süsswasser gefüllt, sodass sich, bis auf den geringen Höhenunterschied zwischen Kanalausmündung und Wasserspiegel, auf beiden Seiten des Tors Süsswassermengen entgegenwirken.

Unter anderen interessanten Erscheinungen ist auch zu erwähnen, dass schon bald nach Betriebseröffnung des Kanals eine starke Versalzung des bisher süsswasserhaltigen Miraflores-Sees, sowie, wenn auch in bedeutend geringerem Grade, des Gatunsees festgestellt wurde, da beim Auslaufen der Schiffe aus den untersten Schleusenkammern Meerwasser in diese eindringt, das dann beim Durchschleusen weiterer Schiffe, in entsprechend zunehmender Verdünnung, nach und nach in die oberen Kammern und in die beiden genannten Seen gelangt. Es geht also tatsächlich auf diese Weise ein Aufsteigen des Salzwassers vom Meere her in die Stauseen vor sich.

Im zweiten Teil dieses Aufsatzes gedenken wir eine kurze Beschreibung der Schleusentore und ihres neuartigen Antriebsmechanismus, sowie auch der vorgesehenen Sicherheits-Einrichtungen, namentlich der Drehbrücken-Notverschlüsse zu geben. (Schluss folgt).

[1]) Die allgemeine Anordnung der verschiedenen Betriebsschützen in den Schleusenkammern ist in „Engineering" vom 20. Februar 1914 wiedergegeben, an welcher Stelle auch einige Einzelheiten über die umfangreichen Kontroll-Tische zu finden sind. Bezüglich der Konstruktion der Stoney- und der Zylinderschützen siehe „Engineering" vom 23. Mai 1913.

[2]) Der genannte Vortrag ist seither in Buchform erschienen. Eine kurze Inhaltsangabe dieses Werkes, auf das wir in empfehlendem Sinne wiederholt hinweisen, ist auf Seite 26 laufenden Bandes enthalten.

Einige Eigenschaften der Kettenlinie.

Von *A. Kiefer* in Zürich.

Die beiden Abbildungen in dem Artikel „Ueber die Kettenlinie" (Schweiz. Bauzeitung, Bd. LXVI, S. 256) sind geeignet, mancherlei Eigenschaften der Kettenlinie erkennen zu lassen.

In dem rechtwinkligen Dreieck FBQ ist FB gleich dem Bogen $AB = s$ der Kettenlinie; BQ ist gleich der Spannung b im Punkte B, QF gleich der Spannung $a = OA$ im Scheitelpunkt; also 1) $s = a \cdot tg\varphi$, 2) $b = \frac{a}{\cos\varphi}$. Für den Krümmungsradius des Punktes B ist in dem erwähnten Artikel angegeben 3) $\varrho = \frac{a}{\cos^2\varphi}$. Für den Inhalt I der gemischtlinigen Fläche $ABQO$ folgt ohne weiteres, da $\Delta x : \Delta s = a : y$ ist, 4) $I = \Sigma \Delta x \cdot y = \Sigma \Delta s \cdot a = a \cdot s$. Für die Schwerpunktsordinate η des Bogens $AB = s$ folgt, wenn die Normale von B die Direktrix in B^*[1]) schneidet und δ eine unendlich kleine Verschiebung von B^* auf der Direktrix bedeutet, $\eta \cdot s = \Sigma y \cdot \Delta s$, oder, da wegen Dreiecksähnlichkeit $\frac{2\Delta s}{\delta} = \frac{a}{y}$, 5) $\eta \cdot s = \Sigma \frac{1}{2} a \cdot \delta = \frac{a}{2} \cdot OB^*$.[2]) Da das Flächenelement $y \cdot \Delta x = a \cdot \Delta s$ dem Bogenelement proportional und der Schwerpunkt des Flächenelementes in der Mitte von y liegt, so muss der Schwerpunkt der Fläche $ABQO$ in der Mitte von η liegen; die vertikale Gerade, auf der die beiden Schwerpunkte liegen, geht durch den Schnittpunkt der Scheiteltangente mit der Tangente in B. Nimmt man jetzt den Punkt B' der Kettenlinie, dessen Tangente auf der Tangente von B senkrecht steht, so ist im rechtwinkligen Dreieck $B'F'Q'$: $\sphericalangle \varphi' = 90^0 - \varphi$; somit ist für den Punkt B' der Bogen $AB' = s'$, die Spannung b', der Krümmungsradius ϱ', der Inhalt I' der Fläche $AB'Q'O$, die Schwerpunktsordinate η' des Bogens AB': 6) $s' = a \operatorname{cotg}\varphi$, 7) $b' = \frac{a}{\sin\varphi}$, 8) $\varrho' = \frac{a}{\sin^2\varphi}$ 9) $I' = as'$, 10) $\eta' s' = \frac{a}{2} \cdot OB^{*\prime}$. Aus diesen Gleichungen folgt $ss' = a^2$, $\frac{1}{b^2} + \frac{1}{b'^2} = \frac{1}{a^2}$, $\frac{1}{\varrho} + \frac{1}{\varrho'} = \frac{1}{a}$, $I \cdot I' = a^2 ss' = a^4$, $\eta\eta' = \frac{1}{4} OB^* \cdot OB^{*\prime}$, d. h.:

Bei einer Kettenlinie ist für zwei auf verschiedener Seite des Scheitels liegende Punkte B, B', deren Tangenten aufeinander senkrecht stehen, das Produkt der vom Scheitel bis zu den Punkten gemessenen Bogen konstant, gleich dem Quadrat der Spannung im Scheitelpunkt; ebenso ist für zwei solche Punkte die Summe der reziproken Quadrate der Spannungen konstant, gleich dem reziproken Quadrat der Spannung im Scheitelpunkt, und für zwei solche Punkte ist auch

[1]) Die Punkte B^* und $B^{*\prime}$ sind in der Abbildung weggelassen.

[2]) Analog für einen beliebigen Kurvenbogen BC $\eta \cdot BC = \frac{a}{2} \cdot B^*C^*$, d. h.: *Das Produkt aus irgend einem Bogen BC der Kettenlinie mal dem senkrechten Abstand seines Schwerpunktes von der Direktrix, der in doppelter Höhe über dem Schwerpunkte der Fläche zwischen BC und der Leitlinie, auf der Vertikalen durch den Schnittpunkt der Tangenten in B, C liegt, ist gleich dem halben Produkt aus der Spannung a im Scheitelpunkt mal derjenigen Strecke B^*C^* auf der Direktrix, welche durch die Kurvennormalen in den Endpunkten des Bogens begrenzt wird. Daher ist die von dem Bogen BC bei der Rotation um die Direktrix beschriebene Fläche inhaltsgleich dem Zylindermantel mit dem Durchmesser a und der Höhe B^*C^*.*

In dem speziellen Falle, wo B^*C Tangente in C ist, folgt, wenn die Ordinate von C mit CR bezeichnet wird, wegen ähnlichen Dreiecken $B^*C^* : CR = B^*C : a$, also $\eta \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot B^*C \cdot CR$, d. h.:

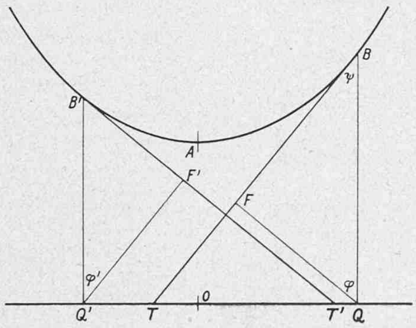
Zieht man von einem Punkt B^* der Direktrix nach der Kettenlinie die Normale B^*B und die Tangente B^*C, so beschreiben der Bogen BC und das Tangentenstück B^*C bei der Rotation um die Direktrix inhaltsgleiche Flächen.

die Summe der reziproken Krümmungsradien konstant, gleich dem reziproken Krümmungsradius des Scheitelpunktes; ferner ist das Produkt der Inhalte der beiden Flächenstücke $ABQO$, $AB'Q'O$, die übrigens doppelt so gross wie die Dreiecke BFQ, $B'F'Q'$ sind, konstant, gleich der vierten Potenz der Spannung im Scheitelpunkt; endlich ist für zwei solche Punkte das Produkt der Schwerpunktsordinaten der zwei Bogen AB, AB' gleich $\frac{1}{4} \cdot OB^* \cdot OB^{*\prime}$.

Die beiden auf einander senkrecht stehenden Tangenten in den Punkten B, B' mögen die Direktrix in T, T' schneiden; aus der Kongruenz der Dreiecke

$$\Delta QFT \cong Q'F'B', \; \Delta Q'F'T' \cong QFB \text{ folgt}$$
$$QT = b', \; Q'T' = b, \; FT = s', \; F'T' = s,$$
$$BT = B'T' = s + s' = \sqrt{b^2 + b'^2}, \text{ d. h.:}$$

Bei zwei sich rechtwinklig schneidenden Tangenten ist die zu jeder gehörige Subtangente gleich der Spannung im Berührungspunkt der andern; die Stücke der zwei Tangenten zwischen Berührungspunkt und Direktrix sind gleich gross, nämlich gleich dem Kurvenbogen zwischen den zwei Berührungspunkten, der gleich $\sqrt{b^2 + b'^2}$ *ist.*



Aus der Abb. folgt $b^2 = s\,(s + s')$, $b'^2 = s' \cdot (s + s')$;

somit $\frac{b^2}{b'^2} = \frac{s}{s'}$, $b^2 - b'^2 = s^2 - s'^2$.

Ferner $(s + s')\,a = b\,b'$; weil die Diagonalen des Viereckes $BB'TT'$ auf einander senkrecht stehen, so ist sein Inhalt

$$\frac{1}{2}(s + s')^2 = \frac{b^2 b'^2}{2\,a^2}.$$

Ferner $(s + s')^2 = b^2 + b'^2$

und indem man $ss' = a^2$ substituiert

$$b^2 + b'^2 - (s^2 + s'^2) = 2\,a^2.$$

In dem speziellen Falle, wo die zwei rechtwinkligen Tangenten sich auf der Axe schneiden, muss sein: $s = s' = a$; denn $ss' = a^2$. Somit $b = b' = a\sqrt{2}$ und der Abstand des Schnittpunktes von der Direktrix gleich $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

Die Tangente im Punkte B an die Kettenlinie berührt den Kreis mit dem Mittelpunkt Q und dem Radius a. Hält man die senkrechte Gerade durch Q zur Direktrix fest, verschiebt die Kettenlinie parallel zur Direktrix und legt im jeweiligen Schnittpunkt mit der festen Geraden die Tangente der Kettenlinie, so berührt die Tangente immer den vorigen Kreis; das gilt auch für die zur gegebenen Kettenlinie in bezug auf die Direktrix symmetrische Kettenlinie, d. h.:

Verschiebt man eine Kettenlinie und ihre zur Direktrix symmetrische Kettenlinie horizontal, d. h. parallel zur Direktrix, schneidet die Kurven in jeder Lage mit einer festen vertikalen Geraden und legt im jeweiligen Schnittpunkt die Tangente an die Kettenlinien, so umhüllen diese Tangenten den Kreis, dessen Mittelpunkt Q der Schnittpunkt der vertikalen Geraden mit der Direktrix und dessen Radius gleich a ist.

Man denke sich das System von Kreisen mit konstantem Radius a, deren Mittelpunkte die Direktrix erfüllen; zieht man von einem beliebigen Punkte P der Ebene aus an jeden Kreis Tangenten und schneidet sie mit der Senkrechten zur Direktrix durch den Kreismittelpunkt Q, so entsteht für den Schnittpunkt B ein geometrischer Ort, welcher durch die Berührungspunkte der von P an die Kettenlinie gehenden Tangenten hindurch laufen muss. Dieser Ort ist das Erzeugnis des Strahlenbüschels durch P und des zur Direktrix senkrechten Parallelstrahlenbüschels durch die Kreismittelpunkte; zu jedem Punkt Q gehört ein Kreis und an ihn gehen durch P zwei Tangenten und zu jeder Geraden durch P gehören zwei Mittelpunkte Q, deren senkrechter Abstand von der Geraden gleich a ist. Die beiden Büschel sind also zwei-zweideutig auf einander bezogen und erzeugen eine Kurve vierter Ordnung, worin der von Herrn Loria auf analytischem Wege gefundene Satz liegt:

Die Berührungspunkte der von einem beliebigen Punkt an eine Kettenlinie gezogenen Tangenten liegen auf einer Kurve vierter Ordnung, welche den Punkt zum Doppelpunkt hat.

Auch der Scheitelpunkt des Parallelstrahlenbüschels ist ein Doppelpunkt der Kurve; ebenso der unendlich ferne Punkt der Direktrix, indem auf jede Parallele zur Direktrix zwei Kurvenpunkte fallen. Diese Kurve vierter Ordnung bleibt die gleiche für die zur Direktrix symmetrisch gelegene Kettenlinie und sie ändert sich nicht, wenn für die Kettenlinien irgend eine andere gesetzt wird, die entsteht, wenn die gegebene Kettenlinie oder ihre zur Direktrix symmetrische Kettenlinie parallel zur Direktrix verschoben wird, d. h.:

Verschiebt man eine Kettenlinie und ihre zur Direktrix symmetrische Kettenlinie parallel zur Direktrix und legt in jeder Lage von einem festen Punkte P aus Tangenten an die Kettenlinien, so erfüllen die Berührungspunkte eine Kurve vierter Ordnung.

Denkt man sich eine beliebige Gerade mit der Kettenlinie geschnitten, so erhält man die Tangente im Schnittpunkt, indem man von ihm auf die Direktrix das Lot fällt, um den Fusspunkt Q den Kreis mit dem Radius a legt und von dem Punkt die eine Tangente an den Kreis zieht. Verschiebt man den Punkt auf der Geraden, legt immer den zugehörigen Kreis und die Tangenten von dem Punkt an denselben, so umhüllen sie einen Ort, dem auch die Tangenten der Kettenlinie in den Schnittpunkten mit der Geraden angehören. Von jedem Punkte der Geraden aus gehen zwei Tangenten an den Ort und es kommt zweimal vor, dass eine Tangente auf die Gerade fällt, weil es zwei Kreise des Systems gibt, welche die Gerade berühren; oder zu jedem Punkt gehören zwei Tangenten und zu jeder Tangentenrichtung gehören zwei Punkte, indem ihr senkrechter Abstand von der Direktrix bestimmt ist, d. h.:

Schneidet man eine beliebige Gerade mit einer Kettenlinie und legt die Tangenten in den Schnittpunkten, so berühren sie eine gewisse Kurve vierter Klasse, welche die Gerade und die unendlich ferne Gerade zu Doppeltangenten hat.

Diese Kurve vierter Klasse ändert sich nicht, wenn die Kettenlinie oder ihre zur Direktrix symmetrische Kettenlinie parallel zur Direktrix verschoben wird, d. h.:

Verschiebt man eine Kettenlinie und ihre zur Direktrix symmetrische Kettenlinie parallel zur Direktrix, schneidet sie in jeder Lage mit einer festen Geraden und legt in den Schnittpunkten die Tangenten der Kettenlinien, so umhüllen diese Tangenten eine Kurve vierter Klasse, welche die feste Gerade und die unendlich ferne Gerade zu Doppeltangenten hat.

Wie gesehen, haben die von einem beliebigen Punkt an alle diese Kettenlinien gehenden Tangenten ihre Berührungspunkte auf einer Kurve vierter Ordnung. Diese Kurve vierter Ordnung schneidet eine beliebig gewählte Kurve n^{ter} Ordnung in $4\,n$ Punkten, von denen jeder die Eigenschaft hat, dass die Tangente an die durch ihn gehende Kettenlinie des Systems durch den Punkt läuft, d. h.:

Schneidet man die durch Parallelverschiebung zur Direktrix entstandenen Kettenlinien in jeder Lage mit einer festen Kurve n^{ter} Ordnung und legt in den Schnittpunkten die Tangenten der Kettenlinien, so umhüllen diese Tangenten eine Kurve von der Klasse $4\,n$.

Wie ebenfalls gesehen, umhüllen die in den Schnittpunkten aller dieser Kettenlinien mit einer festen Geraden an die Kettenlinien gelegten Tangenten eine Kurve vierter

Klasse. Diese Kurve vierter Klasse hat mit einer beliebig gewählten Kurve k^{ter} Klasse $4\,k$ Tangenten gemeinsam, von denen jede die Eigenschaft hat, dass der Berührungspunkt der sie berührenden Kettenlinie des Systems auf die feste Gerade fällt, d. h.:

Legt man für jede Lage der parallel zur Direktrix verschobenen Kettenlinien und eine feste Kurve k^{ter} Klasse die gemeinschaftlichen Tangenten, so erfüllen die Berührungspunkte mit den Kettenlinien eine Kurve von der Ordnung $4\,k$.

Die für die Kettenlinie aufgestellten Sätze lassen sich auf die Evolute ausdehnen; ferner gibt es analoge Sätze für die logarithmische Linie, für die Traktrix und für die Trajektorie, z. B.: Verschiebt man eine logarithmische Linie parallel zur Asymptote, so liegen die Berührungspunkte der von einem festen Punkt an die Kurven gehenden Tangenten auf einer gleichseitigen Hyperbel und die Tangenten der Kurven in den Schnittpunkten mit einer festen Geraden berühren eine Parabel, u. s. f.

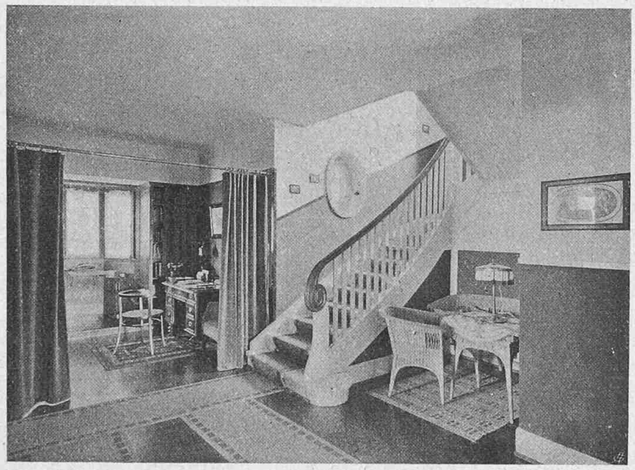


Abb. 4. Diele.

Einfamilienhaus bei Küsnacht.

Architekten *Knell & Hässig* in Zürich.
(Mit Tafel 13.)

Vom Südrand des Küsnachter Tobels, dicht unterhalb des Waldes, schaut dieses freundliche Häuschen zu Tal und über den Zürichsee. Sein gleich einer Haube heruntergezogenes Dach erinnert an alte Vorbilder, die man da und dort in der Gegend antrifft; es verdankt indessen seine Entstehung nicht etwa einem Nachahmungstrieb, sondern der Forderung des Bauherrn, das Obergeschoss im Dachstuhl zu haben. Unter Anwendung von Hetzer-Bindern [1]) gelang es, einen harten Dachbruch zu vermeiden, gleichzeitig im Innern wesentlich an Raum zu gewinnen.

Das Häuschen ist bemerkenswert nicht nur durch sein ansprechendes Aeusseres, sondern auch durch seine Raumanordnung im Innern, die sehr bestimmt umschriebenen Programmforderungen des Bauherrn und seiner Gattin entspricht. Dies bezieht sich z. B. auf die der Diele angegliederte Arbeitsecke des Herrn, mit massiv eingebautem Kassenschrank, auf die Abmessungen von Speisezimmer und Boudoir, die Kaminecke im Wohnzimmer usw., im allgemeinen auf das weitgehende Einbauen der Möbel, auch in den Schlafzimmern. Die Architekten befanden sich hier in der beneidenswerten Lage, ihre Entwürfe unbelastet von vorhandenem Aussteuer-Mobiliar ausarbeiten zu können; sie hatten eine nicht leichte, aber umso reizvollere Aufgabe zu lösen. Als teilweise Mitarbeiter bei dieser Möblierung sind Knuchel & Kahl in Zürich zu nennen.

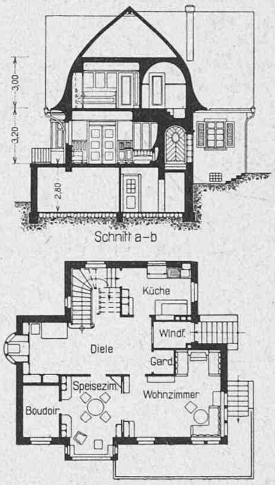


Abb. 1 bis 3. Grundrisse und Schnitt des Einfamilienhauses bei Küsnacht. Masstab: 1 : 400.

Bei aller Anerkennung der Vorteile, die sich aus dieser Sachlage für eine restlose architektonische Lösung der Aufgabe ergeben, erhebt sich nur ein Bedenken: Muss ein Haus allzusehr auf die besondern Bedürfnisse seines Bestellers zugeschnitten, sozusagen „nach Mass“ entworfen werden, so kann sich dies später bei unvorhergesehenen Veränderungen der Bedürfnisse oder beim Wechsel des Eigentümers gelegentlich als störend erweisen. Denn die Menschen gehen, die Häuser aber bleiben.

[1]) Bauweise Hetzer siehe Bd. LVIII, S. 214 und Bd. LXI, S. 289.

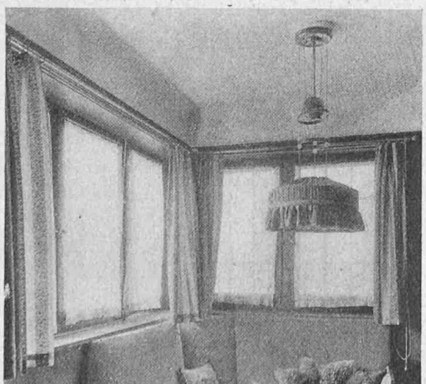


Abb. 5. Fensterecke.

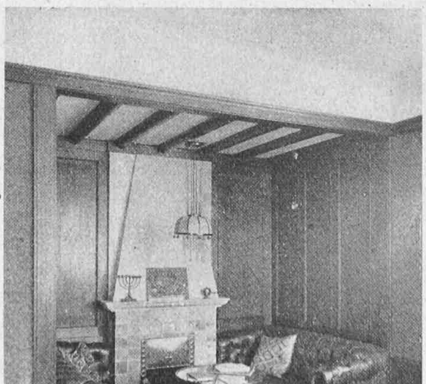


Abb. 6. Kaminecke.

Abb. 7. Haustüre.