Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Band: 69/70 (1917)

Heft: 24

Artikel: Betrachtungen über die störenden Nebenbewegungen der Eisenbahn-Fahrzeuge mit besonderer Berücksichtigung des Einflusses der Radreifen-Konizität

Autor: Ruegger, U.R.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-33892

der Hauptfront, von Osten beleuchtet sind. Bedenkt man, dass der Bau einschliesslich Noviziat insgesamt etwa 500 Betten enthält, dass in Anbetracht sehr knapper Geldmittel der Architekt gezwungen war, die Raumausnützung aufs Aeusserste zu treiben, so wird man ihm trotz allfälliger Einwendungen für die erzielte, verhältnismässig ruhige und einheitliche Wirkung seiner gewaltigen Dächer alle Anerkennung zollen. (Schluss folgt.)

Abb. 7. Hofecke mit Verbindungsbau zur Turnhalle.

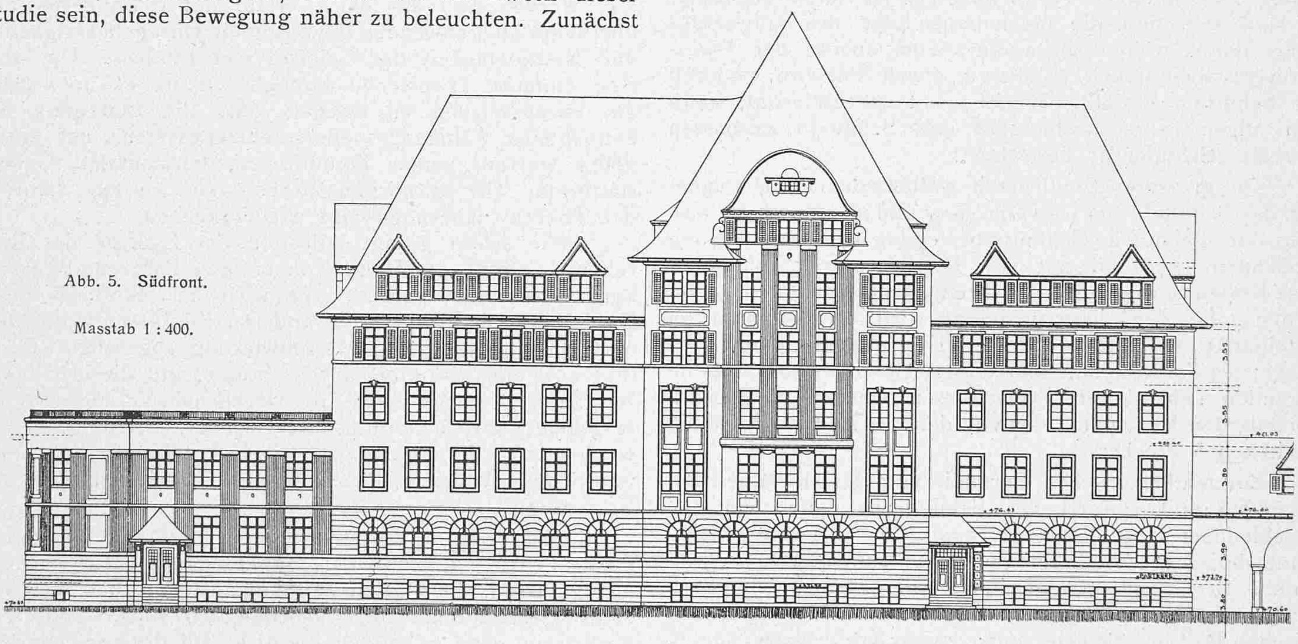
Betrachtungen über die störenden Nebenbewegungen der Eisenbahn-Fahrzeuge mit besonderer Berücksichtigung des Einflusses der Radreifen-Konizität.

Von Dr. sc. techn. *U. R. Ruegger*,
Assistent für Maschinenlehre an der Eidg. Technischen Hochschule.

In Anbetracht der Bedeutung, welche die störenden Nebenbewegungen für die Fahrsicherheit und Lauffähigkeit der Eisenbahnfahrzeuge haben, dürfte es von Interesse sein, den wenigen Studien auf diesem Gebiete eine weitere theoretische Abhandlung folgen zu lassen. Dass die Theorie sich bisher nur in geringem Masse der Betrachtung der störenden Bewegungen zugewendet hat, dürfte dadurch zu erklären sein, dass diese Erscheinungen durch zahlreiche, sehr verschiedene Faktoren bedingt sind, die nur zum Teil, dabei unter vereinfachenden Annahmen, mathematisch zum Ausdruck gebracht werden können. Die für den Eisenbahnbetrieb bedeutungsvollste störende Nebenbewegung ist bekanntlich das *Schlingern*, und es soll der Zweck dieser Studie sein, diese Bewegung näher zu beleuchten. Zunächst möge aber eine kurze Betrachtung und Klassifizierung der störenden Bewegungen der Eisenbahnfahrzeuge vorausgeschickt werden.

Abb. 5. Südfront.

Masstab 1 : 400.



Störende Bewegungen treten sowohl schon bei den direkt auf den Schienen laufenden starren Körpern, den Radsätzen, als auch bei den durch die Federung nachgiebig abgestützten Fahrzeugteilen auf. Die Definitionen der störenden Bewegungen lassen sich jedoch allgemein für irgend einen Teil eines Eisenbahnfahrzeuges aufstellen, der sich als starrer Körper auffassen lässt, und zwar dürften diese Bewegungen am besten durch den allgemeinen Geschwindigkeitszustand charakterisiert werden. Zur kinematischen Festlegung der Bewegung irgend eines starren Fahrzeugteiles soll auf ihm ein beliebiger Punkt, ein sogenannter Aufpunkt, betrachtet werden. Die Geschwindigkeit, mit der sich dieser in einem bestimmten Augenblick bewegt, lässt sich als Translationsgeschwindigkeitsvektor v an dem Aufpunkte anbringen. Die momentane Bewegung des starren Fahrzeugteiles relativ zum Aufpunkt kommt durch den ebenfalls am Aufpunkt anzubringenden Winkelgeschwindigkeitsvektor ω zum Ausdruck. Durch diese beiden

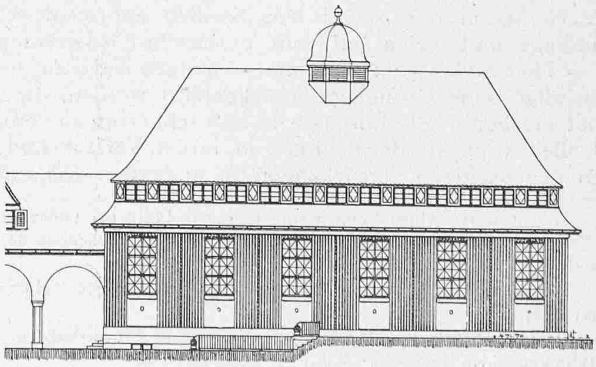


Abb. 6. Südfront der Turnhalle. — Masstab 1 : 400.

Vektoren ist der momentane Bewegungszustand des betrachteten Fahrzeugteiles festgelegt. Es lassen sich nun die beiden Vektoren je in Komponenten zerlegen in bezug auf drei Koordinatenaxen. Als solche wählen wir eine zum horizontal und geradlinig vorausgesetzten Geleise parallel liegende x-Axe, eine horizontale, zum Geleise senkrecht stehende y-Axe und eine vertikale z-Axe. In bezug auf diese Axen hat v die Komponenten v_x, bezw. v_y und v_z, und ω die Komponenten ω_x, bezw. ω_y und ω_z. Durch diese Komponenten werden die verschiedenen störenden Bewegungen zum Ausdruck gebracht, und zwar durch v_x (worin als Summand die Fahrgeschwindigkeit figuriert) das *Zucken,* durch v_y das *Schütteln* (in der Literatur auch als „*Schwanken*" bezeichnet), durch v_z das *Wogen,* durch ω_x das *Wanken,* durch ω_y das *Nicken,* und durch ω_z das *Schlingern.* Vielfach wird die Bezeichnung „*Schlingern*" für die durch ω_z und v_y ausgedrückte resultierende Be wegung verwendet. Dies hat seine Berechtigung, wie man im folgenden erkennen wird.

Die Wahl der Lage des Aufpunktes ist willkürlich, obwohl man aus dynamischen Rücksichten ihn am ehesten im Massenmittelpunkt (Schwerpunkt) festlegen würde. — Natürlich muss man darauf bedacht sein, dass man den Schwerpunkt des gesamten Eisenbahnfahrzeuges und den Schwerpunkt des auf den Federn aufgehängten Teiles scharf auseinander hält. Für allgemein kinematische Ueberlegungen, wo Massenwirkungen (somit logischerweise auch der Massenmittelpunkt) ausser Betracht fallen, ist die Lage des Aufpunktes gleichgültig. Der Winkelgeschwindigkeitsvektor ist unabhängig von der Lage des Aufpunktes, der Translationsgeschwindigkeitsvektor hingegen ist von ihr abhängig. Es lässt sich nun die momentane Lage des Aufpunktes immer derart wählen, dass die y-Komponente der Translationsgeschwindigkeit, nämlich v_y, gleich Null wird, wodurch das Schütteln entfällt. Es ist somit gerechtfertigt, wenn man allgemein das Schlingern und Schütteln zusammen kurz als „Schlingern" bezeichnet.

Zur grösseren Deutlichkeit wollen wir nun im folgenden das Schütteln als *Querbewegung* und die durch ω_z ausgedrückte eigentliche Schlingerbewegung als *Drehbewegung* bezeichnen, während mit der Bezeichnung „*Schlingern*" diese beiden Bewegungen gleichzeitig umfasst werden sollen. In den folgenden Untersuchungen wird der Aufpunkt im Mittelpunkt einer Achse oder im Fahrzeugmittelpunkt festgelegt; als Fahrzeugmittelpunkt bezeichnen wir bei dem im folgenden behandelten zweiachsigen „starren" Eisenbahnfahrzeug den Mittelpunkt des von den vier Radmittelpunkten gebildeten Viereckes.

Zur mathematischen Formulierung der störenden Bewegungen und speziell des Schlingerns kann man von verschiedenen Grundlagen ausgehen. In den meisten eisenbahntechnischen Abhandlungen,[1]) die das Gebiet der störenden Bewegungen, und insbesondere das Schlingern berühren, wird von den Gleichgewichtsbedingungen der zwischen Rad und Schiene auftretenden Kräfte ausgegangen, oder es fussen die bezüglichen Studien auf empirischer Grundlage und zielen auf rein praktische Auswertungen ab. — Hier sollen nun die Untersuchungen auf eine möglichst allgemeine Grundlage zurückgeführt werden, die geeignet erscheint, alle Einflüsse in sich schliessen zu können und alle störenden Bewegungen in ihrem Verlauf und in ihren gegenseitigen Einwirkungen zu umfassen. Als solche Grundlage dient das vom Verfasser dieses Aufsatzes formulierte *Prinzip der minimalen Widerstandsarbeit bei der Vorwärtsbewegung eines Systems von Eisenbahnfahrzeugen.* In seiner Abhandlung: *Die Konizität der Radreifen und die Fahrt auf gerader Strecke, kinematische Studien über die Bewegung der Eisenbahnfahrzeuge im Geleise*[1]) hat er unter Benützung dieses Prinzipes für verschiedene Arten von Eisenbahnfahrzeugen die aus der Radreifenkonizität folgenden Schlingerbewegungen vom kinematischen Standpunkte aus untersucht und mathematisch formuliert; das zum vornherein durchaus logisch erscheinende Prinzip hat dadurch seine Bekräftigung gefunden, dass die erhaltenen Ergebnisse mit den Gleichgewichtsbedingungen der zwischen Rad und Schiene wirkenden Kräfte in Uebereinstimmung sind. Dies wurde in der erwähnten Abhandlung des Verfassers für die verschiedenen betrachteten Fahrzeug-Bauarten besonders nachgewiesen. Einige wichtige Ergebnisse dieser Studie sollen nun im vorliegenden Aufsatze kurz entwickelt und beleuchtet werden.

Zunächst dürfte es von Interesse sein, sich über die verschiedenen Ursachen des Schlingerns, der wichtigsten störenden Bewegung, in Kürze Rechenschaft zu geben. Als solche Ursachen sind zu nennen:

a) Die relativ zum Fahrzeug stattfindenden Bewegungen von Triebwerkmassen.

b) Die Konizität der Radreifen.

c) Durch Anlaufen der Spurkränze an den Schienen bedingte Stoss- und Reflexionserscheinungen.

d) Die rückwirkenden Einflüsse aufgehängter schwingender Fahrzeugmassen.

Ferner sind auf den Verlauf des Schlingerns, und überhaupt aller störenden Bewegungen, Unregelmässigkeiten und Nachgiebigkeit des Geleises von Einfluss. Um aber eine einfache Theorie zu ermöglichen, ist es notwendig, die Voraussetzung zu machen, dass die Bewegung des betrachteten Fahrzeuges oder Fahrzeugsystems auf einem völlig starren, genau geradlinigen, horizontalen Geleise stattfinde. Die wirklichen Verhältnisse werden dann in der Theorie näherungsweise wiedergegeben.

Wie schon gesagt, soll nun der Einfluss der Radreifen-Konizität an Hand von einigen Fahrzeug-Bauarten kurz untersucht werden. Es wird der Einfluss dieser Konizität isoliert von allen anderen Einflüssen betrachtet; es wird auch von jeder Massenwirkung abgesehen. Es ist dies also eine rein kinematische Studie, und die erhaltenen Beziehungen geben somit die wirklichen Verhältnisse für langsame Fahrt näherungsweise wieder, solange die Bewegung sich innerhalb des Spieles zwischen Spurkranz und Schiene vollzieht, d. h. solange kein Spurkranz an der Schiene anläuft.

Unter diesen Voraussetzungen lässt sich das allgemeine Prinzip der minimalen Widerstandsarbeit viel einfacher fassen. Es werden dann nämlich alle bei der Fahrt eines Eisenbahnfahrzeuges auftretenden Widerstände vernachlässigt werden können, die nicht auf der zwischen Rad und Schiene herrschenden Reibung beruhen. Infolge der praktisch kleinen Grösse der Radreifen-Konizität (1:20) lässt sich auch der Widerstand des Hebens des Fahrzeug-Schwerpunktes bei seitlichen Verschiebungen der Achsen im Geleise vernachlässigen. Ferner kann für beide Räder einer Achse der Raddruck gleich und konstant angenommen werden. Sodann vereinfacht sich das allgemeine Prinzip der minimalen Widerstandsarbeit zum spezielleren *Prinzip der minimalen Reibungsarbeit,* das sich folgendermassen formulieren lässt:

Ein System von Eisenbahnfahrzeugen nimmt innerhalb des Spiels zwischen Spurkranz und Schiene beim Vorwärtsfahren um eine elementare Strecke eine derartige Stellung an, dass die von den zwischen Radreifen und Schiene wirkenden Reibungskräften geleistete Arbeit zu einem Minimum wird.

[1]) Von diesen Abhandlungen sind in erster Linie zu erwähnen:

Pochet, Théorie du mouvement en courbe sur les chemins de fer. Paris (Dunod) 1882.

Boedecker, Die Wirkungen zwischen Rad und Schiene. Hannover (Hahn) 1887.

Carter, The electric locomotive. Minutes of Proceedings of the Institution of Civil Engineers; Vol. CCI, London 1916.

Marié, Les oscillations du matériel dues au matériel lui-même et les grandes vitesses des chemins de fer. Revue générale des chemins de fer, 1907.

Marié, Oscillations de lacet des véhicules de chemins de fer. Annales des Mines, 1909.

[1]) Verlag von Rascher & Cie., Zürich 1916. Siehe unter «Literatur» auf Seite 280 dieser Nummer.

Da die Arbeit der als konstant aufzufassenden rollenden Reibung als von der Stellung des Fahrzeuges im Geleise unabhängig angenommen werden kann und da der Einfluss der bohrenden Reibung nur ganz geringfügig sein kann, wird praktisch die elementare Reibungsarbeit zu einem Minimum, wenn die elementare Arbeit der gleitenden Reibung bei Verchiebungen zwischen Rad und Schiene zu einem Minimum wird. Werden hierfür nun die mathematischen Bedingungen aufgestellt, so erhält man damit die Grundgleichungen, die durch Umformung und Integration die Bewegungsgleichungen für das Eisenbahnfahrzeug liefern. Diese Untersuchungen sollen an Hand einiger Beispiele vorgenommen werden.

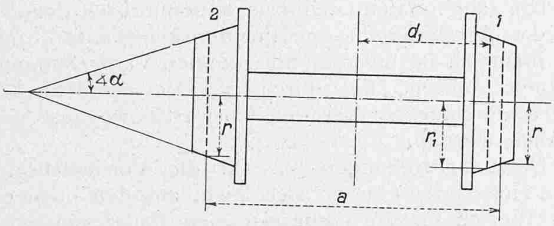


Abb. 1.

Das einfachste Beispiel eines Eisenbahnfahrzeuges ist der Wagen mit zwei freien Lenkachsen, die sich infolge ihrer unstarren Verbindung mit dem Wagenrahmen auf dem Geleise vorwärts bewegen können wie frei auf den Schienen ruhende Radsätze. Um die Bewegung eines solchen Wagens kennen zu lernen, genügt es also, die Bewegung einer frei auf dem Geleise laufenden Achse auszudrücken.

Für diese Achse sei $\varepsilon = \operatorname{tg} \alpha$ die Konizität der Radreifen und a der Abstand der Laufkreise, eine durch die Spurweite gegebene konstante Grösse (vergl. Abb. 1). Für eine aus der Mittellage im Geleise axial verschobene Stellung der Achse wird sich der Laufkreisradius r_1 des rechtsliegenden Rades 1 durch den Laufkreisradius r für die Mittellage und den von der Stellung der Achse abhängigen Abstand d_1 des Laufkreises von der Achsmitte ausdrücken lassen, und zwar erhält man:

$$r_1 = r + \left(\frac{a}{2} - d_1\right) \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

Analog ergibt sich der Laufkreisradius für das links liegende Rad 2 als

$$r_2 = r - \left(\frac{a}{2} - d_1\right) \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

Die Stellung der Achse im Geleise wird am besten festgelegt durch den horizontalen Abstand y des Achsenmittelpunktes von der Geleisemitte, den Winkel φ, den eine horizontale Senkrechte auf die Achse mit der Geleiseaxe einschliesst, und den vom Achsenmittelpunkt in der Richtung der Geleiseaxe zurückgelegte Weg x.

Wenn man voraussetzt, dass der Winkel φ nur kleine Werte annimmt, was in den praktischen Anwendungen durch Begrenzung des in Betracht kommenden Spieles immer der Fall sein wird, so kann man setzen:

$$\left(\frac{a}{2} - d_1\right) = y$$

Es ergibt sich somit:

$$r_1 = r + y \cdot \varepsilon \text{ und } r_2 = r - y \cdot \varepsilon$$

Bei der Vorwärtsbewegung um dx wird sich (infolge des Abrollens der Räder auf verschieden grossen Laufkreisen) die Achse in der Horizontalen um einen Winkel $d\varphi$ drehen, der sich folgendermassen ausdrücken lässt:

$$d\varphi = \frac{dx}{\frac{r_1 + r_2}{2}} \frac{r_2 - r_1}{a} = -\frac{2\,\varepsilon}{a\,r}\, y\, dx \quad . \quad . \quad (1)$$

Da die Bewegungsrichtung des Achsenmittelpunktes einen Winkel φ mit der Geleiseaxe einschliesst, ist

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \varphi$$

oder, da φ ein recht kleiner Winkel ist,

$$\varphi \cong \frac{dy}{dx} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Durch Kombination von (1) und (2) erhält man

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{2\,\varepsilon}{a\,r}\, y,$$

die Differentialgleichung einer harmonischen Schwingung.

Die Anfangsbedingungen seien dadurch festgelegt, dass für den Weg $x = 0$, $y = y_0$ und $\varphi = 0$ angenommen wird. Die Integration liefert dann die Lösungen:

$$y = y_0 \cdot \cos\left(x \sqrt{\frac{2\,\varepsilon}{a\,r}}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

und

$$\varphi = -\sqrt{\frac{2\,\varepsilon}{a\,r}}\, y_0 \cdot \sin\left(x \sqrt{\frac{2\,\varepsilon}{a\,r}}\right) \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Der Achsenmittelpunkt beschreibt bei der Bewegung eine Sinuslinie. Die von den Anfangsbedingungen unabhängige Wellenlänge ergibt sich als

$$L = 2\,\pi \sqrt{\frac{a\,r}{2\,\varepsilon}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Die zwischen Rad und Schiene bei der Vorwärtsbewegung um dx geleistete elementare Reibungsarbeit hat bei dieser Bewegung den kleinstmöglichen Wert; sie beschränkt sich auf die Arbeit der rollenden und bohrenden Reibung, da infolge des vollkommenen Abrollens der Räder auf den Schienen keine gleitende Reibung auftritt. Diese, aus der eisenbahntechnischen Literatur genügend bekannte Bewegung ist somit in Einklang mit dem oben ausgesprochenen Prinzip der minimalen Reibungsarbeit.

Ganz andere Verhältnisse ergeben sich nun, wenn die Achse nicht frei auf dem Geleise läuft, sondern mit anderen Achsen durch eine Fahrzeugrahmenkonstruktion derart verbunden ist, dass bei der Vorwärtsbewegung gleitende Verschiebungen zwischen Radreifen und Schiene auftreten. Dies wird bei den meisten Fahrzeugen der Praxis der Fall sein; in welchem Masse dies aber der Fall ist, hängt jedoch von der Art der Zusammensetzung der Achsen, d. h. von der Bauart des Laufwerkes ab. Um eine theoretische Behandlung vornehmen zu können, wird man ideale Fahrzeug-Konstruktionen zu Grunde legen müssen, die in ihren Wirkungen den wirklichen Bauarten nahe kommen.

Ein für manche Laufwerk-Bauarten die wirklichen Verhältnisse annähernd wiedergebendes ideales Fahrzeug ist ein solches, für das man voraussetzt, dass durch leichte Deformierbarkeit des Rahmens oder besonders durch Lagerung mit axialem Spiel für widerstandslose axiale Verschiebbarkeit der Achsen gesorgt ist, ohne dass eine Verdrehung der Achsen aus den parallelen, zum Geleise senkrecht stehenden Ebenen erfolgen kann, in denen das Folgen des Federspieles sich vollzieht. Ein solches Fahrzeug nennen wir kurz ein *„Fahrzeug mit axial beweglichen Achsen"*. Bei der Vorwärtsbewegung eines derartigen Fahrzeuges mit gleichartigen Achsen (Abb. 2) besteht die Wirkung des

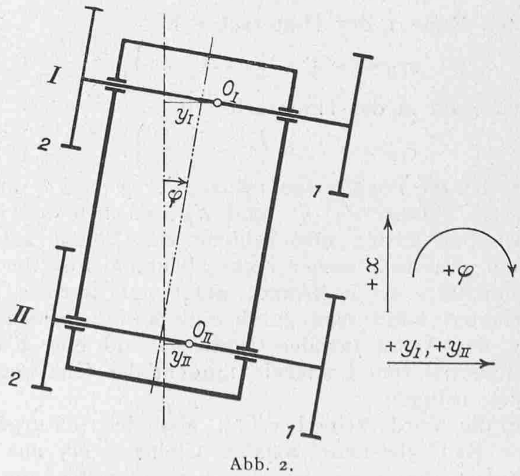


Abb. 2.

Rahmens in bezug auf die Schlingerbewegungen des Laufwerkes allein in der oben erwähnten Aufrechterhaltung der Parallelität der Achsen. Es liegt demnach der Schluss nahe, dass für eine Vorwärtsbewegung mit minimaler

Reibungsarbeit zwischen Rad und Schiene die Achsenmittelpunkte wieder Sinuslinien beschreiben werden, und dass die Grössen der Achsenabstände auf die Wellenlänge der Sinuslinien nicht von Einfluss sein werden. Dies erscheint wahrscheinlich, weil alle Achsen für sich frei auf dem Geleise laufend mit ihren Mittelpunkten Sinuslinien mit im allgemeinen allerdings verschiedenen Amplituden, aber mit *gleichen* Wellenlängen beschreiben würden. Wenn nun durch die Rahmenkonstruktion die Achsen derart zwangläufig mit einander verbunden sind, dass sie immer den gleichen Winkel φ aufweisen, so wird zwar wegen der axialen Beweglichkeit der Achsen kein axiales Gleiten zwischen Rad und Schiene stattfinden, ein tangentiales Gleiten wird hingegen infolge der durch die Konizität bedingten Verschiedenheit der Laufkreisdurchmesser auftreten. Dadurch wird hier bei der Vorwärtsbewegung um dx eine elementare Arbeit der gleitenden Reibung geleistet.

In der oben erwähnten Abhandlung[1]) des Verfassers wurden unter Zugrundelegung der Minima dieser elementaren Reibungsarbeit nähere Untersuchungen für ein zweiachsiges Fahrzeug mit axial beweglichen Achsen angestellt, und es hat sich tatsächlich für die Schlingerbewegung die gleiche Wellenlänge ergeben wie bei der frei auf dem Geleise laufenden Achse. In diesem Aufsatze dürfte es von grösserem Interesse sein, ein anderes ideales Eisenbahnfahrzeug zu betrachten, das besonders steif gebaute Konstruktionen der Praxis, wie Lokomotiven, näherungsweise wiedergibt. Wir bezeichnen dieses Fahrzeug, für das eine völlig starre Rahmenkonstruktion und das Fehlen eines jeden horizontalen Spieles in der Lagerung der in genau parallelen vertikalen Ebenen liegenden Achsen vorausgesetzt wird, im folgenden als *starres* Eisenbahnfahrzeug.

Es soll nun die Bewegung eines solchen Fahrzeuges mit zwei gleichartigen Achsen vom kinematischen Standpunkte aus untersucht werden. Es wird zu erwarten sein, dass der Radstand dieses starren Eisenbahnfahrzeuges auf die Bewegung von Einfluss sein wird; wir bezeichnen ihn in den folgenden Untersuchungen mit l. Es sollen nun x und y nicht mehr die Koordinaten eines Achsenmittelpunktes, sondern die des Fahrzeugmittelpunktes o bedeuten (Abb. 3). Die Lage des Fahrzeuges in bezug auf die Geleiseaxe wird durch y und φ festgelegt. Man erhält sodann die folgenden Werte für die Laufkreisradien der einzelnen Räder (Abb. 1 und 3):

Am rechten Rade 1 der Vorderachse I

$$r_{1\,\mathrm{I}} = r + \left(\frac{a}{2} - d_1\right) \cdot \mathrm{tg}\alpha = r + \varepsilon \cdot \left(y + \frac{l}{2} \cdot \varphi\right),$$

am linken Rade 2 der Vorderachse I

$$r_{2\,\mathrm{I}} = r - \varepsilon \cdot \left(y + \frac{l}{2} \cdot \varphi\right),$$

am rechten Rade 1 der Hinterachse II

$$r_{1\,\mathrm{II}} = r + \varepsilon \cdot \left(y - \frac{l}{2} \cdot \varphi\right),$$

am linken Rade 2 der Hinterachse II

$$r_{2\,\mathrm{II}} = r - \varepsilon \cdot \left(y - \frac{l}{2} \cdot \varphi\right).$$

Aendern sich die Positionskoordinaten x, y und φ um die elementaren Beträge dx, dy und $d\varphi$, so tritt bei jedem Rade zwischen Reifen und Schiene ein Gleiten auf, das infolge der praktisch immer recht kleinen Grösse der Radreifen-Konizität ε als horizontal aufgefasst werden kann. Dieses Gleiten kann man durch eine Komponente in der Richtung der Achse (axialer Gleitweg) und eine Komponente tangential zum Laufkreis (tangentialer Gleitweg) zur Darstellung bringen.

Für die Vorderache I erhält man den (naturgemäss für jedes Rad gleichen) axialen Gleitweg δa_{I} aus zwei Teilbeträgen; der erste ist die Seitenverschiebung der Achse im Geleise

$$dy + \frac{l}{2} \cdot d\varphi,$$

der zweite rührt von der Vorwärtsbewegung eines um den Winkel φ schräg zur Schiene gestellten Rades her und stellt sich dar durch die Grösse

$$-\,dx \cdot \sin\varphi \cong -\,\varphi \cdot dx,$$

d. h. die Projektion der Bewegung dx auf die Achsenrichtung.

Man erhält somit die Axialverschiebung für die Vorderachse I

$$\delta a_{\mathrm{I}} = -\,\varphi \cdot dx + dy + \frac{l}{2} \cdot d\varphi$$

und analog die Axialverschiebung für die Hinterachse II

$$\delta a_{\mathrm{II}} = -\,\varphi \cdot dx + dy - \frac{l}{2} \cdot d\varphi.$$

Die tangentialen Gleitbewegungen rühren davon her, dass die Aenderungen der Positionskoordinate φ um $d\varphi$ nicht identisch ist mit den horizontalen Verdrehungen der einzelnen Achsen, die durch die Verschiedenheit der Laufkreisdurchmesser bei der Vorwärtsbewegung um dx entstehen würden.

Diese Verdrehungen ($\delta\xi_{\mathrm{I}}$ für die Vorderachse, $\delta\xi_{\mathrm{II}}$ für die Hinterachse) lassen sich leicht aus den oben ermittelten Werten für die Laufkreisradien finden, indem man zunächst die Vorwärtsbewegung eines jeden Rades der jeweilen betrachteten Achse ausdrückt. Das arithmetische Mittel der von den beiden Rädern zurückgelegten elementaren Wege ist immer gleich dem Fortschreiten der Achse um dx. Man erhält somit:

$$d\xi_{\mathrm{I}} = \frac{dx}{a\,r} \cdot (r_{2\,\mathrm{I}} - r_{1\,\mathrm{I}}) = -\frac{dx}{a\,r} \cdot \varepsilon\,(2\,y + l\,\varphi)$$

$$d\xi_{\mathrm{II}} = \frac{dx}{a\,r} \cdot (r_{2\,\mathrm{II}} - r_{1\,\mathrm{II}}) = -\frac{dx}{a\,r} \cdot \varepsilon\,(2\,y - l\,\varphi)$$

Tatsächlich wird jede Achse zu einer Horizontalverdrehung um $d\varphi$ gezwungen. Dies bedingt tangentiales Gleiten zwischen Radreifen und Schienen, für welches wir voraussetzen, dass die Gleitwege für je zwei Räder einer Achse gleich gross seien, eine Annahme, welche die wirklichen Verhältnisse annähernd wiedergeben dürfte.

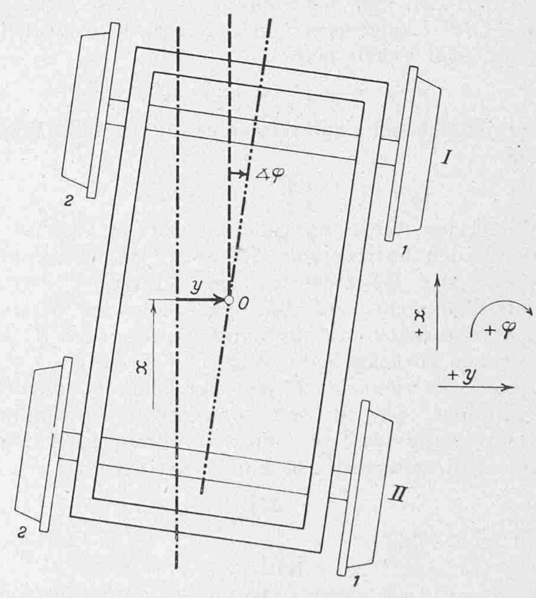


Abb. 3.

Es sollen im Folgenden immer die Absolutwerte der Tangentialverschiebungen betrachtet werden, was eine grössere Uebersichtlichkeit gewährt. Wir erhalten für diese elementaren tangentialen Gleitwege folgende Werte:

Für die Vorderachse I

$$\delta t_{\mathrm{I}} = \left|\frac{a}{2}(d\varphi - d\xi_{\mathrm{I}})\right| = \left|\frac{a}{2}\,d\varphi + \frac{\varepsilon}{r}\,dx\,\left(y + \frac{l}{2}\,\varphi\right)\right|,$$

für die Hinterachse II

$$\delta t_{\mathrm{II}} = \left|\frac{a}{2}(d\varphi - d\xi_{\mathrm{II}})\right| = \left|\frac{a}{2}\,d\varphi + \frac{\varepsilon}{r}\,dx\,\left(y - \frac{l}{2}\,\varphi\right)\right|.$$

[1]) Die Konizität der Radreifen und die Fahrt auf gerader Strecke, Teil II, Abschnitt 2.

Jedes Rad einer Achse hat beim Fortschreiten des Fahrzeuges um dx den gleichen axialen und dem Absolutwerte nach den gleichen tangentialen Gleitweg zurückzulegen. Somit ist der resultierende Wert des Gleitweges für jedes Rad einer Achse derselbe, und zwar für die Vorderachse I

$$\delta_{\mathrm{I}} = \sqrt{\delta a_{\mathrm{I}}^2 + \delta t_{\mathrm{I}}^2} \quad \text{und}$$

für die Hinterachse II

$$\delta_{\mathrm{II}} = \sqrt{\delta a_{\mathrm{II}}^2 + \delta t_{\mathrm{II}}^2};$$

δ_{I} und δ_{II} sind naturgemäss absolute Grössen.

Bezeichnet man den für alle vier Räder gleich und konstant angenommenen Raddruck mit Q und den zwischen Rad und Schiene geltenden Reibungskoeffizienten mit μ, so erhält man die beim Fortschreiten um dx zu leistende Reibungsarbeit:

$$dA = 2\,\mu\,Q\,(\delta_{\mathrm{I}} + \delta_{\mathrm{II}}).$$

Nach dem früher ausgesprochenen Prinzip soll diese elementare Arbeit für ein Fortschreiten um dx einen niedrigsten Wert annehmen, d. h. $\frac{dA}{dx}$ oder, was auf dasselbe herauskommt, die Funktion

$$F = \frac{\delta_{\mathrm{I}}}{dx} + \frac{\delta_{\mathrm{II}}}{dx}$$

soll zu einem Minimum werden.

Wir setzen

$$\frac{\delta_{\mathrm{I}}}{dx} = \sqrt{\left(\frac{\delta a_{\mathrm{I}}}{dx}\right)^2 + \left(\frac{\delta t_{\mathrm{I}}}{dx}\right)^2} = p$$

und

$$\frac{\delta_{\mathrm{II}}}{dx} = \sqrt{\left(\frac{\delta a_{\mathrm{II}}}{dx}\right)^2 + \left(\frac{\delta t_{\mathrm{II}}}{dx}\right)^2} = q\,.$$

Man erhält durch Einsetzen der oben gefundenen Werte δa_{I}, δa_{II}, δt_{I} und δt_{II}:

$$\begin{aligned} F = p + q &= \sqrt{\left(-\varphi + \frac{dy}{dx} + \frac{l}{2}\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\frac{d\varphi}{dx} + \frac{\varepsilon}{r}\left[y + \frac{l}{2}\varphi\right]\right)^2} \\ &+ \sqrt{\left(-\varphi + \frac{dy}{dx} - \frac{l}{2}\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\frac{d\varphi}{dx} + \frac{\varepsilon}{r}\left[y - \frac{l}{2}\varphi\right]\right)^2} \\ &= F\left(y,\ \varphi,\ \frac{dy}{dx},\ \frac{d\varphi}{dx}\right). \end{aligned}$$

Für eine allgemeine, durch y und φ gekennzeichnete Stellung des Eisenbahnfahrzeuges im Geleise ergibt sich beim Fortschreiten um dx eine Funktion F, in der die Grössen y und φ durch die betreffende Stellung festgelegt sind. Somit sind diese Positions-Koordinaten y und φ als momentan konstant aufzufassen und es bleiben noch die Variablen $\frac{dy}{dx}$ und $\frac{d\varphi}{dx}$. Diese müssen derart beschaffen sein, dass sie bei Fortbewegung des Fahrzeuges um dx die Funktion F und damit die elementare Reibungsarbeit zu einem Minimum machen. Mathematisch wird dies ausgedrückt durch die Gleichungen:

$$\frac{\partial F\left(y,\ x,\ \frac{dy}{dx},\ \frac{d\varphi}{dx}\right)}{\partial\left(\frac{dy}{dx}\right)} = 0 \quad . \quad . \quad (6)$$

$$\frac{\partial F\left(y,\ x,\ \frac{dy}{dx},\ \frac{d\varphi}{dx}\right)}{\partial\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)} = 0 \quad . \quad . \quad (7)$$

Durch Ausführen der partiellen Differentiationen ergeben sich diese Gleichungen in folgender Fassung:

$$\frac{\partial F}{\partial\left(\frac{dy}{dx}\right)} = $$

$$= \frac{1}{p}\left(-\varphi + \frac{dy}{dx} + \frac{l}{2}\frac{d\varphi}{dx}\right) + \frac{1}{q}\left(-\varphi + \frac{dy}{dx} - \frac{l}{2}\frac{d\varphi}{dy}\right) = 0$$

und

$$\frac{\partial F}{\partial\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)} = $$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2p}\left\{ l\left(-\varphi + \frac{dy}{dx} + \frac{l}{2}\frac{d\varphi}{dx}\right) + a\left(\frac{a}{2}\frac{d\varphi}{dx} + \frac{\varepsilon}{r}\left[y + \frac{l}{2}\varphi\right]\right)\right\} \\ &+ \frac{1}{2q}\left\{-l\left(-\varphi + \frac{dy}{dx} - \frac{l}{2}\frac{d\varphi}{dx}\right) + a\left(\frac{a}{2}\frac{d\varphi}{dx} + \frac{\varepsilon}{r}\left[y - \frac{l}{2}\varphi\right]\right)\right\} \\ &= 0. \end{aligned}$$

Durch Umformung dieser Differentialgleichungen erhält man:

$$\frac{d\varphi}{dx} = -\frac{2\,a\,\varepsilon}{r\,(a^2 + l^2)}\,y \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

und

$$\frac{dy}{dx} = \left(1 - \frac{a\,\varepsilon}{2\,r}\right)\varphi\,. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Aus diesen simultanen Differentialgleichungen ergeben sich weiter

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\varkappa^2\,y \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

und

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\varkappa^2\,\varphi\,, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

worin

$$\varkappa = \sqrt{\frac{2\,a\,\varepsilon\left(1 - \frac{a\,\varepsilon}{2\,r}\right)}{r\,(a^2 + l^2)}}$$

Für die praktisch in Frage kommenden Werte von r, a und ε ist

$$2\,r > a\,\varepsilon.$$

Somit ist $\varkappa$ reell.

Die Integration ergibt:

$$y = C_1\cos(\varkappa \cdot x) + C_2\sin(\varkappa \cdot x)\,,$$

woraus man φ nach Gleichung (9) erhalten kann.

Zur Bestimmung der Integrationskonstanten C_1 und C_2 sei vorausgesetzt, dass für $x = 0$

$$y = +y_0 \text{ und } \varphi = 0$$

sei. Für $x = 0$ befindet sich also das Fahrzeug um y_0 parallel aus der Mittellage im Geleise verschoben. Daraus folgt

$$C_1 = y_0 \text{ und } C_2 = 0.$$

Der Verlauf der Quer- und Drehbewegungen wird für diese Anfangsbedingungen ausgedrückt durch die Gleichungen

$$y = y_0\cos\left[x \cdot \sqrt{\frac{2\,a\,\varepsilon\left(1 - \frac{a\,\varepsilon}{2\,r}\right)}{r\,(a^2 + l^2)}}\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \varphi = -y_0 \cdot &\sqrt{\frac{2\,a\,\varepsilon}{(a^2 + l^2)\left(r - \frac{a\,\varepsilon}{2}\right)}} \times \\ &\times \sin\left(x \cdot \sqrt{\frac{2\,a\,\varepsilon\left(1 - \frac{a\,\varepsilon}{2\,r}\right)}{r\,(a^2 + l^2)}}\right). \quad . \quad . \quad (13) \end{aligned}$$

Der Fahrzeugmittelpunkt beschreibt also eine Sinuslinie. Der Winkel, der von Fahrzeuglängsaxe und Geleiseaxe gebildet wird, ändert sich nach harmonischem Gesetz, und zwar haben y und φ die gleiche Schwingungskonstante $\varkappa$.

Die Wellenlänge L ergibt sich als

$$L = \frac{2\,\pi}{\varkappa} = 2\,\pi\sqrt{\frac{r\,(a^2 + l^2)}{2\,a\,\varepsilon\left(1 - \frac{a\,\varepsilon}{2\,r}\right)}}\,. \quad . \quad (14)$$

Es dürfte noch von Interesse sein, die hier erhaltenen Resultate mit den von *Boedecker*[1]) und *Carter*[2]) gefundenen zu vergleichen.

In den von uns gewählten Bezeichnungen ausgedrückt stellt sich das von *Boedecker* gefundene Resultat für die Wellenlänge folgendermassen dar:

$$2\,\pi\sqrt{\frac{r\,\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{l^2}{a} + a\right) - \frac{a^2}{2}}{2 - \frac{a\,\varepsilon}{r}}}$$

oder in anderer Form

$$2\,\pi\sqrt{\frac{r\,(l^2 + a^2) - \frac{a^3}{2}\,\varepsilon}{2\,a\,\varepsilon\left(1 - \frac{a\,\varepsilon}{2\,r}\right)}}\,.$$

Dieser Wert unterscheidet sich von dem von uns gefundenen Resultat für die Wellenlänge (Gleichung 14)

[1]) *Boedecker*, die Wirkungen zwischen Rad und Schiene, § 30.

[2]) *Carter*, The electric locomotive.

nur um die Grösse $\frac{a^3}{2}\varepsilon$ als Subtrahend im Zähler unter der Wurzel. Es ist nun $\frac{a^3}{2}\varepsilon$ für die praktisch in Betracht kommenden Verhältnisse recht klein neben $r(l^2 + a^2)$. Diese nahe Uebereinstimmung zwischen den von *Boedecker* und den von uns gefundenen Ergebnissen lässt sich aus den folgenden Zahlenbeispielen erkennen.

Es sei $a = 1{,}5\,m$, $r = 0{,}5$ m, $\varepsilon = {}^1/_{20}$, somit $\frac{r}{\varepsilon} = 10\,m$.

Man findet sodann folgende Werte für die Wellenlängen, die den Achsständen von 5, 4 und 1,3 *m* zugehören (vergl. Boedecker, Rad und Schiene, S. 100):

Achsstand l (in *m*)	5	4	1,3
Wellenlänge L (in *m*) nach Gleichung (14)	62,3	51,0	23,7
Wellenlänge (in *m*) nach Boedecker . .	62,2	50,6	23,1

Auch mit den von *Carter* gefundenen Resultaten stimmen die hier entwickelten Beziehungen gut überein. Für die Wellenlänge findet *Carter* in seiner Gleichung 7 den Wert $2\pi\sqrt{\frac{ra}{2\varepsilon}\left(1 + \frac{l^2}{a^2}\right)}$ (hier in unseren Bezeichnungen ausgedrückt). Zum gleichen Ausdruck gelangt man, wenn man bei dem von uns gefundenen Werte von L im Nenner unter der Wurzel die Grösse $\frac{a\varepsilon}{2r}$ neben 1 vernachlässigt, was bei den praktisch vorkommenden Werten für a, ε und r nur eine kleine Abweichung bedeutet. (Schluss folgt.)

Bericht über die Rundfrage der G. e. P. zur Förderung nationaler Erziehung an der E. T. H.

Begleit-Bericht des Ausschusses.

(Fortsetzung von Seite 263.)

Frage 4.

Der Ausbildungsgrad der Absolventen der E. T. H. wird von einer grossen Zahl älterer Praktiker wohl deshalb als ungenügend beurteilt, weil manchem Absolventen die Anpassung an die Anforderungen der Praxis anfänglich Schwierigkeiten bereitet. Die bezügliche Aeusserung von Ing. A. Bühler ist beachtenswert, doch hat der Ausschuss das Bedürfnis, hierzu auf eine Wahrnehmung vieler Praktiker ergänzend hinzuweisen. Es ist natürlich, dass der in die Praxis tretende Absolvent im Bureau, in der Werkstätte wie auf dem Bauplatz, im Gegensatz zum „Techniker", in rein praktischen Dingen unerfahren und anfänglich wenig brauchbar ist. Es wird daher zu seinem eigenen Vorteil dienen, wenn er von ältern Praktikern willig Ratschläge annimmt. Auch in andern akademischen Berufen ist das so; deshalb suchen die jungen Juristen zunächst als Gehülfen und Substitute, die jungen Aerzte als Assistenten Fühlung mit der praktischen Anwendung ihrer akademischen Kenntnisse. Man wird damit auch bei den Absolventen der E. T. H. rechnen müssen, und es ist notwendig, dass man sie im Schluss-Semester von berufener Seite hierauf aufmerksam mache.

Die Grundfrage der Hochschulpädagogik, die den Endzweck des technischen Hochschulstudiums ins Auge fasst, ist sozusagen einstimmig beantwortet worden in dem Sinne, den auch der Ausschuss der G. e. P. mit aller Entschiedenheit als den richtigen anerkennt. Die Frage berührt sich eng mit der eben besprochenen Verwendbarkeit des Akademikers in der Praxis und seiner Unterscheidung vom „Techniker" (vergl. z. B. Ing. C. Andreae, Prof. E. Hahn), sowie mit der folgenden, nach der *Wünschbarkeit einer Entlastung der Lehrpläne.* Es darf auch nach Auffassung des Ausschusses *nicht* die Aufgabe der Technischen Hochschule sein, hinsichtlich sofortiger Verwendbarkeit ihrer Absolventen mit dem Technikum zu wetteifern. Sie muss unbedingt auf eine *gediegene wissenschaftliche Ausbildung* ihr Augenmerk gerichtet halten; die Spezialisierung in der Ausbildung, mit der heute teilweise schon zu weit gegangen wird, muss so viel irgend möglich hintan gehalten werden. Da anderseits selbstverständlich Gelegenheit geboten werden muss, sich auch Spezialkenntnisse zu erwerben, ergibt sich die absolute *Notwendigkeit höchster Oekonomie im Lehrbetrieb.* Wir verweisen in dieser Hinsicht auf die Aeusserung von Dr. O. Bloch, der diese Frage im Zusammenhang behandelt. Der Ausschuss erklärt sich im Wesentlichen damit einverstanden, insbesondere mit der Forderung nach möglichst *methodischer Verarbeitung und Vermittlung des Lehrstoffes,* ferner, soweit der Natur des Faches nach durchführbar, nach *Zweiteilung der Vorlesungen* in einen theoretisch-deduktiven und einen praktisch-konstruktiven Teil, endlich bezüglich *möglichst sorgfältiger Auswahl des als obligatorisch zu bezeichnenden Lehrstoffes.*

Auch der von verschiedenen Seiten vorgeschlagenen Erleichterung und Zeitersparnis für Dozenten *und* Studierende durch *teilweise Drucklegung der Vorlesungen* pflichtet der Ausschuss bei. Wir sind uns der Nachteile der von früher her bekannten Autographien wohl bewusst. Es handelt sich aber einmal bei den heutigen Vorschlägen um eine planmässige Entlastungsmassnahme in einer besondern Richtung, wie sie übrigens heute schon zum Teil gehandhabt wird. Sodann aber dürfen wir uns bei der Beurteilung der Möglichkeiten einer unerlässlishen Entlastung der Lehrpläne nicht von Rücksichten auf jene Studierende leiten lassen, die damit möglicherweise Missbrauch treiben; solche, die ihre Studienfreiheit nicht zu schätzen und richtig zu benützen verstehen, die nur gezwungenermassen „fleissig" sind, lassen wir ausser Betracht.

In diesem Zusammenhang ist anderseits zu bedenken, dass die Ueberlastung manchmal mehr subjektives Empfinden derer ist, die in dieser oder jener Hinsicht zu wenig befähigt sind, dem intensiven Hochschulstudium zu folgen. Vielen von ihnen fehlt es an Erziehung in Familie und Mittelschule, die ihrerseits auf grössere Selbständigkeit und mehr Pflichtbewusstsein hinarbeiten müssen.

(Schluss folgt.)

Bezügliche Textproben aus den Zitaten.

Zu Frage 4:

„Ja, wenn die in der Praxis stehenden Ingenieure es sich angelegen sein liessen, den Absolventen als ihren *Kollegen* gediegene, praktische Kenntnisse zu vermitteln. Das ist zurzeit weder bei Privaten, noch bei Behörden der Fall, obschon jedenfalls letztere im eigenen Interesse dies tun sollten. Nur so könnte verhindert werden, dass junge Ingenieure oft lange Jahre gegenüber gewandten Mittelschultechnikern zurückgesetzt werden." [A. Bühler, Ing.]

*

„Mit den Detailkenntnissen, namentlich in den Fächern, die nicht im Spezialgebiet der spätern Berufstätigkeit liegen, geht es meistens wie mit denen der Mittelschule. Fehlende Detailkenntnisse sind in der Praxis, namentlich bei sachgemässer Leitung durch Vorgesetzte und durch Selbststudium, bald nachgeholt, während die *wissenschaftliche Grundlage* vom Absolventen der Hochschule zu fordern ist, ihn *vom Techniker unterscheidet* und zu höherer Verwendbarkeit vorbereitet. Sie wird in der Praxis *nicht* mehr erworben." [C. Andreae, Ing.]

*

„Je pense qu'en principe il ne saurait y avoir de doute: La formation scientifique du futur ingénieur doit, dans un établissement d'ordre supérieur, passer *avant* l'enseignement de connaissances techniques de détail.

Malheureusement, la pratique pose souvent, et cela toujours plus, semble-t-il, des exigences contraires. (Il n'est pas rare même de voir *de notables industriels avoir* à ce sujet, peut-être inconsciemment, *deux opinions:* suivant qu'ils siègent dans une assemblée de techniciens ou qu'ils sont dans leur usine en train de recruter leur personnel.) Les industriels donnent la préférence aux jeunes gens possédant des connaissances pratiques immédiatement utilisables. (Il est donc à craindre que les diplômes d'une école qui s'en tiendrait rigoureusement au principe indiqué plus haut ne soient handicapés par ceux sortant d'établissements qui se placent à un point de vue plus terre à terre.) *C'est donc contre l'esprit par trop mercantile et utilitaire de certains milieux industriels qu'il faut agir* si l'on veut pouvoir insister à l'école avant tout sur la formation scientifique, à laquelle tout ingénieur ne saurait assez tenir, car elle est la garantie de la position sociale de sa profession." [E. Hahn, Prof. à Nancy.]

*

„Der Ausbildungsgrad der Absolventen der E. T. H. kann, soweit mir ein Urteil darüber zusteht, nur bedingungsweise als genügend bezeichnet werden. Auf alle Fälle muss behauptet werden, dass er in einem Missverhältnis mit der vom Studenten geforderten Arbeit steht.

Ich gehe von der *Forderung der höchsten Oekonomie der Kräfte* als Grundlage meines Urteils aus. Immer umfangreicher