

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung

**Band:** 73/74 (1919)

**Heft:** 20

**Artikel:** Die Einflusslinien des kontinuierlichen Trägers auf drei Stützen

**Autor:** Laube, Ernst

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-35623>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 17.11.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: Die Einflusslinien des kontinuierlichen Trägers auf drei Stützen. — Die Geländedarstellung auf Karten. — Die Lutherkirche in Freiburg i. B. — Weitere Untersuchungen über Rostschutz. — Förderung des Ausbaus der schweizerischen Wasserkraft. — Der schweizerische Standpunkt zur internationalen Binnenschifffahrt. — Die schweizerischen Eisenbahnen im Jahre 1918. — Miscellanea: Holzbauweise System Landshut. Elektrifizierung der Schweizer Bundesbahnen. Temperaturempfindliche Farb-

anstriche. Ausstellung „Sparsame Baustoffe“ in Berlin. Zum 400. Geburtstag Leonardo da Vincis. Unterirdische und oberirdische Wechselstrom-Höchstleistungskabel. Städtische Strassenbahn. — Nekrologie: E. de Stockalper. — Konkurrenzen: Erweiterung der Kantonalen Krankenanstalt in Aarau. Dekorativer Schmuck für den Museum-Neubau in St. Gallen. — Literatur. — Vereinsnachrichten: Gesellschaft ehem. Studierender. Tafeln 20 und 21: Die Lutherkirche in Freiburg i. B.

Band 73.

Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

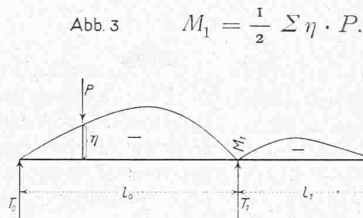
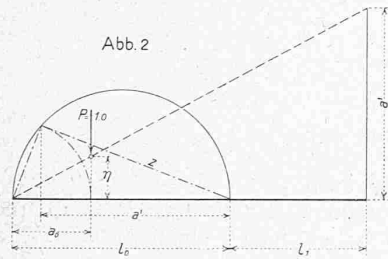
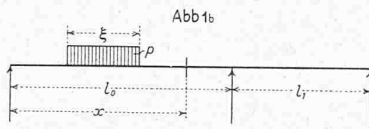
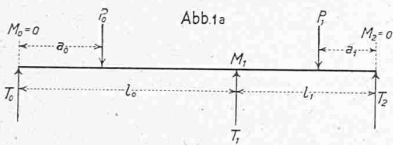
Nr. 20.

### Die Einflusslinien des kontinuierlichen Trägers auf drei Stützen.<sup>1)</sup>

Von Dipl.-Ing. Ernst Laube, Zurzach.

Im Folgenden soll ein einfaches Verfahren zur Aufzeichnung der Einflusslinien des kontinuierlichen Trägers auf drei Stützen bei verschiedenen Spannweiten  $l_0$  und  $l_1$  gezeigt werden. Die in der Praxis in den meisten Fällen zulässigen Annahmen werden auch hier gemacht, nämlich: Trägheitsmoment  $J$  konstant; die Stützen liegen auf gleicher Höhe und die Momente über den Endauflagern seien Null. Bei diesen Voraussetzungen ergibt die Clapeyronsche Gleichung<sup>2)</sup> für das Mittelstützenmoment  $M_1$  den Wert:

$$M_1 = \frac{-1}{2(l_0 + l_1)} \left[ \frac{\sum P_0 \cdot a_0 (l_0^2 - a_0^2)}{l_0} + \frac{\sum P_1 \cdot a_1 (l_1^2 - a_1^2)}{l_1} \right]$$



Die graphische Ermittlung der Kurvenpunkte geht aus der Abbildung 2 hervor. Ganz analog werden die Punkte für das Teilstück der Einflusslinie über der Oeffnung  $l_1$  bestimmt.

Werden auf diese Weise eine genügende Anzahl Punkte ermittelt, so

Um zur Einflusslinien-Gleichung für das Stützenmoment  $M_1$  zu kommen, werden die Werte  $P_0$  bzw.  $P_1$  durch eine wandernde Einzellast  $P = 1$  ersetzt. Dadurch entstehen dann zwei Gleichungen, nämlich für  $P = 1$  im Felde  $l_0$

$$M_1 = -\frac{1}{2(l_0 + l_1)} \left[ \frac{a_0 (l_0^2 - a_0^2)}{l_0} \right]$$

und  $P = 1$  zwischen  $T_1$  und  $T_2$ ;

$$M_1 = -\frac{1}{2(l_0 + l_1)} \left[ \frac{a_1 (l_1^2 - a_1^2)}{l_1} \right]$$

Für die Stützendrücke ergeben sich folgende Relationen:

$$T_0 = A_0 + \frac{M_1}{l_0};$$

$$T_1 = B_0 + A_1 - M_1 \left( \frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_0} \right);$$

$$T_2 = B_1 + \frac{M_1}{l_1}.$$

Hierin bedeuten  $A_0, A_1$  die linken und  $B_0, B_1$  die rechten Auflagerdrücke der mit den Spannweiten  $l_0$  bzw.  $l_1$  frei aufliegenden Balken.

Aus den obigen Gleichungen ist ersichtlich, dass ein mathematischer Zusammenhang besteht zwischen den Auflagerreaktionen und dem Mittelstützenmoment  $M_1$ . [Analog auch zwischen Feldmomenten bzw. Querkräften.] Diese Gleichungen lassen eine graphische Deutung zu, die ihrer Einfachheit wegen nicht nur bei bewegten Lasten, sondern auch bei ruhenden Einzel- oder Teillasten mit Vorteil angewendet werden kann, indem in Verbindung mit der  $M_1$ -Linie alle andern Einflusskurven durch Hinzufügung von Geraden entstehen.

ergibt sich die in Abbildung 3 dargestellte Einflusslinie bzw. -Fläche für  $M_1$ .

Findet die Lastübertragung durch Querträger statt, so geht die Einflusskurve in ein Polygon über, dessen Eckpunkte senkrecht über den Querträgern liegen. Es ist nach der Abbildung 4:

$$\eta_1 = a_1 (l_0^2 - a_1^2) \frac{1}{l_0 (l_0 + l_1)}$$

$$\eta_0 = a_0 (l_0^2 - a_0^2) \frac{1}{l_0 (l_0 + l_1)}$$

$$\eta_2 = a_2 (l_0^2 - a_2^2) \frac{1}{l_0 (l_0 + l_1)}$$

$$P_0 = P_1 + P_2$$

$$P_0 \eta_0 = P_1 \eta_1 + P_2 \eta_2 \dots \dots \dots (1)$$

Die Teilreaktionen  $P_1$  und  $P_2$  ergeben sich zu:

$$P_1 = (a_2 - a_0) \frac{P_0}{\lambda}; \quad P_2 = (a_0 - a_1) \frac{P_0}{\lambda}.$$

Diese Werte in Gl. (1) eingesetzt unter Berücksichtigung von  $P_0 = 1$  erhält man:

$$\eta_0 = \left[ a_1 (l_0^2 - a_1^2) \frac{(a_2 - a_0)}{\lambda} + a_2 (l_0^2 - a_2^2) \cdot \left( \frac{a_0 - a_1}{\lambda} \right) \right] C.$$

Diese Gleichung mit  $\eta_0$  und  $a_0$  als veränderliche Grössen hat Gültigkeit auf der Strecke  $\lambda$  und stellt, da  $a_0$  auch nur in der ersten Potenz vorkommt, eine Gerade dar (w. z. b. w.).

Falls Querträger vorhanden sind, so sind die Kurvenpunkte der  $M_1$ -Linie so zu ermitteln, dass der Endpunkt von  $a_0$  (Abbildung 2) jeweils mit einem Querträger zusammenfällt; dadurch werden die genauen Polygonpunkte erhalten.

<sup>2)</sup> Vergl. „Hütte“, Teil I, Festigkeitslehre.

<sup>1)</sup> Diese Arbeit wird auch als Sonderabdruck erscheinen. Red.

Um die *Einflusslinien der Stützendrücke* zu erhalten, müssen die vorigen Ausdrücke graphisch gedeutet werden.

*T<sub>0</sub>-Linie:* Es ist  $T_0 = A_0 + \frac{M_1}{l_0}$

$$T_0 = A_0 + \frac{1}{2} \frac{\eta}{l_0} = \frac{1}{2 l_0} [A_0 \cdot 2 l_0 + \eta]$$

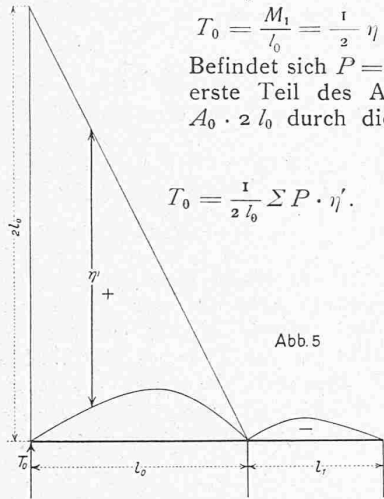
Da  $M_1 = (-)$  ist, muss  $\eta$  mit dem negativen Werte eingesetzt werden.

$$T_0 = \frac{1}{2 l_0} \eta' = C_2 \cdot \eta'. \quad \text{Multiplikator } C_2 = \frac{1}{2 l_0}$$

Ist  $P = 1,0$  auf der Strecke  $l_1$ , so ist  $A_0 = 0$  und

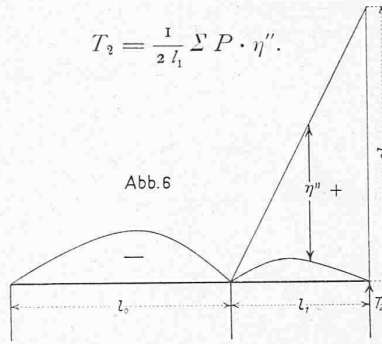
$$T_0 = \frac{M_1}{l_0} = \frac{1}{2} \eta \frac{1}{l_0} = C_2 \cdot \eta = C_2 \cdot \eta'$$

Befindet sich  $P = 1,0$  auf  $l_0$ , so ist der erste Teil des Ausdruckes, der Wert  $A_0 \cdot 2 l_0$  durch die ange deutete Gerade



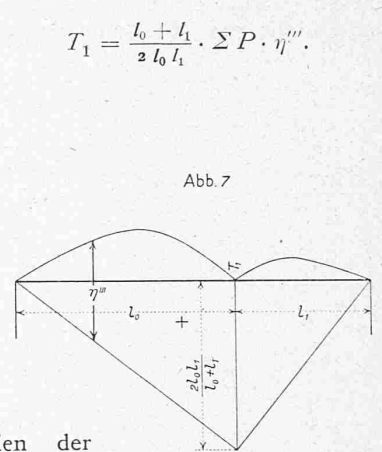
$$T_0 = \frac{1}{2 l_0} \Sigma P \cdot \eta'$$

Abb. 5



$$T_2 = \frac{1}{2 l_1} \Sigma P \cdot \eta''$$

Abb. 6



$$T_1 = \frac{l_0 + l_1}{2 l_0 l_1} \Sigma P \cdot \eta'''$$

Abb. 7

dargestellt, die Gültigkeit hat von  $a_0 = 0$  bis  $a_0 = l_0$ . Die Einflusslinie für  $T_0$  ist durch Abbildung 5 dargestellt. Bei der Ermittlung der  $\eta'$ -Werte ist auf die Vorzeichen zu achten.

*T<sub>2</sub>-Linie.* Es besteht die Relation:

$$T_2 = B_1 + \frac{M_1}{l_1} = B_1 + \frac{1}{2} \frac{\eta}{l_1} = \frac{1}{2 l_1} [B_1 \cdot 2 l_1 + \eta]$$

Es gilt das für  $T_1$ , analog angewendet, Gesagte. Also:

$$T_2 = C_3 \cdot \eta'', \quad \text{wobei Multiplikator } C_3 = \frac{1}{2 l_1} \text{ ist.}$$

*T<sub>1</sub>-Linie.* Für den Mittelstützdruck besteht die Bedingung:

$$\begin{aligned} T_1 &= B_0 + A_1 - M_1 \left[ \frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_0} \right] = B_0 + A_1 - \frac{1}{2} \eta \left( \frac{1}{l_0} + \frac{1}{l_1} \right) = \\ &= B_0 + A_1 - \eta \left[ \frac{l_0 + l_1}{2 l_0 l_1} \right] = \\ &= \frac{l_0 + l_1}{2 l_0 l_1} \left[ B_0 \cdot \frac{2 l_0 l_1}{(l_0 + l_1)} + A_1 \frac{2 l_0 l_1}{(l_0 + l_1)} - \eta \right] = C_4 \eta''', \end{aligned}$$

worin Multiplikator  $C_4 = \frac{l_0 + l_1}{2 l_0 l_1}$  ist.

Hieraus ergibt sich die Einflusslinie, wie sie in Abbildung 7 dargestellt ist.

Um die *Einflusslinien für die Feldmomente* zu erhalten, werden zwei Fälle unterschieden, je nachdem die Schnittstelle  $x$  auf  $l_0$  oder auf  $l_1$  liegt.

Es soll der Schnittpunkt im Felde  $l_0$  liegen; dann besteht für das Schnittmoment  $M_x$  die Relation:  $M_x = T_0 \cdot x - P_0 \cdot x'$ . Hierin variiert  $x'$  von 0 bis  $x$ . Befindet sich  $P_0 = 1,0$  rechts vom Schnitte  $x$ , so ist  $M_x = T_0 \cdot x$ . Auf dieser Strecke ist also die Einflusslinie für  $M_x$  identisch mit jener des Stützdruckes  $T_0$ , nur dass im Multiplikator noch der Wert  $x$  als Konstante auftritt.

Ist  $P_0 = 1,0$  auf der Strecke  $x$ , so ist

$$\begin{aligned} M_x &= (T_0 \cdot x - P_0 \cdot x') = T_0 \cdot x - x' = \frac{1}{2 l_0} \eta' \cdot x - x' = \\ &= \frac{1}{2 l_0} \left[ \eta' x - x' \cdot 2 l_0 \right] = \frac{x}{2 l_0} \left[ \eta' - \frac{x'}{x} \cdot 2 l_0 \right]. \end{aligned}$$

Nach Abbildung 8 ist:

$$\frac{x'}{x} \cdot 2 l_0 = \xi; \quad x' : x = \xi : 2 l_0.$$

Diese Gleichung ist nur dann für alle Werte von  $\xi$  und  $x'$  erfüllt, wenn  $AC$  eine Gerade ist.

$$M_x = \frac{x}{2 l_0} (\eta' - \xi) = \frac{x}{2 l_0} \eta'_1 = C_5 \cdot \eta'_1;$$

$$\text{Multiplikator } C_5 = \frac{x}{2 l_0}$$

Für Schnitte auf der Strecke  $l_1$  gelten analoge Beziehungen, nur ist an Stelle der Einflusslinie von  $T_0$  die von  $T_2$  zu wählen. Aus Abbildung 9 geht hervor, dass:

$$\begin{aligned} M_x &= T_2 x - P_0 x' = T_2 x - x' = \frac{x}{2 l_1} \eta'' - x' = \frac{1}{2 l_1} (x \eta'' - x' \cdot 2 l_1) = \\ &= \frac{x}{2 l_1} \left( \eta'' - \frac{x'}{x} \cdot 2 l_1 \right) = \frac{x}{2 l_1} \eta'_2 = C_6 \eta'_2. \end{aligned}$$

$$\text{Multiplikator } C_6 = \frac{x}{2 l_1}$$

*Querkräfte.*

Die Einflusslinien der Querkräfte werden durch analoge Ueberlegung wie bei den Momenten erhalten. Ist die Last  $P_0 = 1,0$  rechts vom Schnitte  $x$  auf  $l_0$ , so ist  $Q$  identisch mit  $T_0$ , also wiederum die Einflusslinie von  $T_0$  auf dieser Strecke identisch mit der gesuchten  $Q_x$ -Kurve.

Befindet sich  $P_0 = 1,0$  links vom Schnitte, so ist:

$$Q_x = T_0 - P_0.$$

Aus Abbildung 10 ist ersichtlich, dass:

$$Q_x = \frac{1}{2 l_0} \eta' - P_0 \text{ ist oder } Q_x = \frac{1}{2 l_0} (\eta' - 2 l_0).$$

Der Wert  $(\eta' - 2 l_0) = -\eta'_3$  ist vorhanden von 0 bis  $x$ .

$$\text{Also } Q_x = \frac{1}{2 l_0} \eta'_3 = C_7 \eta'_3.$$

$\eta'_3 =$  beliebige Ordinate; Multiplikator  $C_7 = \frac{1}{2 l_0}$ .

Die Konstruktion der  $Q_x$ -Kurve geht aus der Abbildung 10 hervor und bedarf keiner weiteren Erörterung.

Zur Bestimmung der Querkräfte für einen Schnitt im Felde  $l_1$  ist in analoger Weise mit der Einflusslinie von  $T_2$  zu verfahren. An Stelle von  $2 l_0$  muss aber der Faktor  $2 l_1$  gesetzt werden.

Der Deutlichkeit wegen wurden für sämtliche Reaktionen die Einflusslinien gezeichnet. In der Praxis wird das soeben gezeigte Verfahren ohne weiteres noch Vereinfachungen zulassen, indem die sämtlichen Einflusslinien für  $M_x$  und  $Q_x$  mit je einer Einflusskurve von  $T_0$  bzw.  $T_2$  vereinigt werden können. Es wird dadurch die Aufzeichnung der  $M_1$ -Linien auf ein Minimum beschränkt.

Ist der Spezialfall  $l_0 = l_1$  vorhanden, so tritt in der Aufzeichnung der  $M_1$ -Linie eine, allerdings sehr kleine, Vereinfachung auf, wenn in beiden Feldern  $a_0$  als  $l:n$ , wobei  $n$  eine beliebige ganze Zahl ist, gewählt wird. Die Multiplikatoren ändern etwas. Doch ist dieser Fall in seiner Behandlung so einfach, dass an dieser Stelle, nachdem der allgemeine Fall behandelt ist, nicht mehr näher darauf eingetreten werden kann.

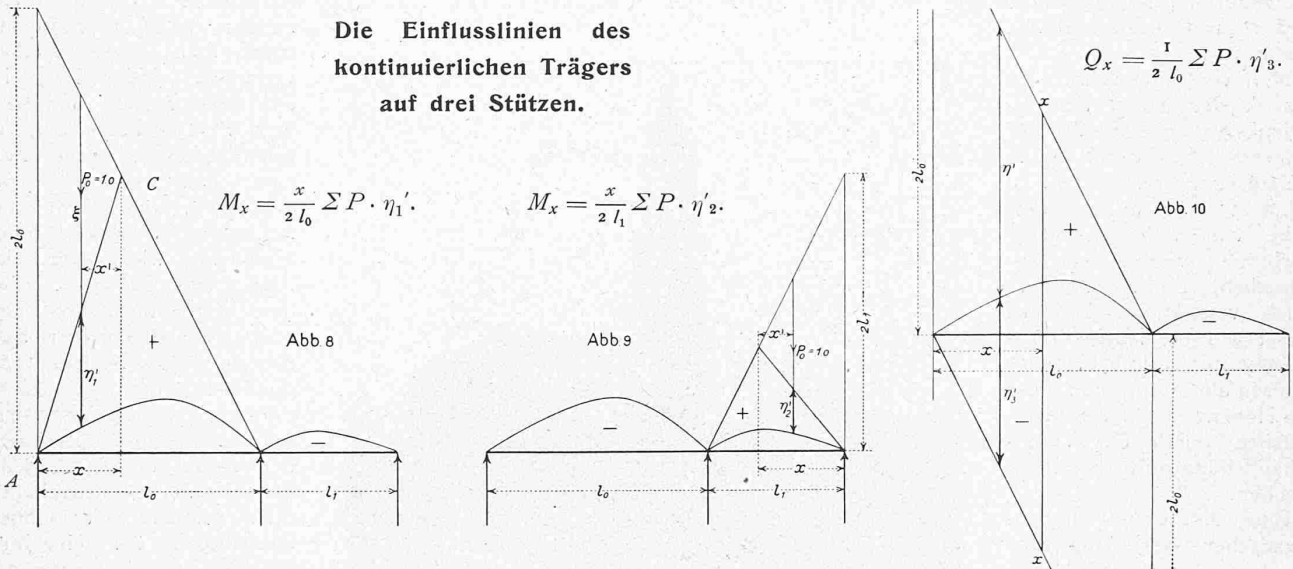
Treten an Stelle von Einzellasten *Teillasten*, so gilt jeweils die Relation (Abbildung 1 b):

$$X_x = C_x \cdot \sum p \cdot \eta_x \cdot d\xi = C_x \cdot \sum p \cdot df.$$

Hierin bedeuten *p* die Partiallast pro lfdm und *df* die Einflussflächen unter denselben.

In analoger Weise können auch die Relationen infolge des gleichmässig verteilten Eigengewichts bestimmt werden; im allgemeinen aber ist deren analytische Ermittlung schneller zum Ziele führend.

Um die Anschaulichkeit der Geländegestalt zu erhöhen, kann man das Kartenbild in senkrechter, also böschungstreuer, oder schiefer, d. h. relieftreuer Beleuchtung entwerfen. Bei der schrägen Beleuchtung ist es schulmässig geworden, das Licht von Nordwesten einfallen zu lassen. Um eine natürliche Schattierung zu erhalten, kann man aber die Karte nach Süden orientieren anstatt nach Norden, wobei das Licht ebenfalls von links oben einfällt. Je nach der Richtung des einfallenden Lichtes bringt die schräge Beleuchtung die Geländeformen ganz



**Die Geländedarstellung auf Karten.<sup>1)</sup>**

Die Aufgabe der Geländedarstellung besteht in der genauen Wiedergabe der räumlichen Verhältnisse der Landschaft, der Kennzeichnung ihrer geographischen Oberflächen-Beschaffenheit und der Veranschaulichung der Geländeform.

Die Karten des Altertums und des Mittelalters geben nur lineare Vorstellungen (Routenkarten). Nach den grossen geographischen Entdeckungen um 1500 bemühte man sich, auch die Flächenverhältnisse getreuer darzustellen, was durch die Erfindung des Messtisches, die Einführung der Triangulation, die Ausbildung der Projektionen und astronomischen Hilfsmittel immer mehr ermöglicht wurde.

Seit dem 18. Jahrhundert fing man an, auch die Höhenverhältnisse zu beachten. Die Schichtlinien wurden eingeführt, die Situations- und Bergzeichnung machte Fortschritte, ebenso die Reproduktionstechnik. Man war bestrebt, die Bergformen, die man früher mangels genügender Höhenmessungen schematisch in kegelförmigen Profillinien zeichnete, nun auch in ihrer Horizontalprojektion anschaulich darzustellen. Die grössere oder geringere Steilheit der Böschungen kennzeichnete man dadurch, dass man sie mit Schraffen nach dem Grundsatz „je steiler, desto dunkler“ darstellte. Dann ordnete man diese Bergstriche als Gefällslinien, und die verschiedenen Böschungsgrade wurden durch ein bestimmtes Verhältnis der Schraffenbreite zur Breite der anliegenden Zwischenräume ausgedrückt. Für jedes grössere Kartenwerk wurde dann ein eigenes Schraffengesetz aufgestellt. Bei der Dufourkarte z. B. wurden die Schraffen in den Hochgebirgspartien auf Horizontalkurven von 40 m und in den übrigen Gebieten auf solche von 25 m gestellt.

<sup>1)</sup> Wir haben diesem, von einem Fachmann stammenden Bericht Aufnahme gewährt, wenn schon sein Inhalt dem Topographen vom Fach nichts neues bietet. Der Verfasser, und wir mit ihm, wollen aber gerade den zahlreichen unserer Leser, die der Kartographie ferner stehen, das Interesse und Verständnis für kartographische Darstellungsweisen wecken und fördern, in der Meinung, ihnen, die doch topographische Karten für verschiedene Zwecke gebrauchen, einen Dienst zu erweisen. Red.

verschieden zum Ausdruck. Ihre Schatten täuschen über die wahren Böschungsverhältnisse. Fürs Hochgebirge ist diese Beleuchtungsart aber vorteilhafter, sie macht den Gegensatz von Hoch und Tief anschaulicher; die senkrechte Beleuchtungsart eignet sich mehr für Plateauformen, sie wird mehr den Böschungen gerecht. Um die Formen besser zu charakterisieren, werden die Schattentöne nicht streng nach den Regeln der darstellenden Geometrie ausgeführt. So hielt auch Dufour nicht konsequent an der gleichen Lichtrichtung fest, sondern änderte sie teilweise etwas je nach der Streichrichtung der Gebirge; bei flacheren Gebiets-Teilen liess er auch senkrechte Beleuchtung anwenden.

Der Schummerung, einer verwischten Schattierung, ist die Schraffenmethode darin überlegen, dass sie Gefällslinien enthält. Für Schummerung ist die Beigabe von Schichtlinien notwendig. In den Schraffen liegt ausserdem, durch die Auflösung des Schattentones in schwarz und weiss, noch eine besondere Plastik, die am stärksten wirkt, wenn sich das Auge in einem Abstände vom Bilde befindet, in dem es die Streifen als solche gerade noch zu erkennen vermag.

Die Schichtenlinienkarte. Die Darstellung eines Geländes in Schichtlinien ist die einzige Methode, dieses nach allen drei Dimensionen messbar darzustellen. Sehr anschaulich wirkt zwar eine leere Schichtlinienkarte im allgemeinen nicht. Durch die engere Zusammenscharung der Höhenkurven entsteht wohl auch eine Art Schattierung, ferner wird eine höhenplastische Wirkung durch die Verschiedenheit in Farbe und Zeichnung der Felsen, der Vegetation und des Firns erreicht (Siegfried-Atlas).

Die Reliefwirkung der nackten Schichtlinienkarte entspricht nicht dem plastischen Eindruck eines senkrecht beleuchteten Reliefs. Im Vergleich zu diesem wirkt das Kartenbild bei einer gleichmässigen Kurvenbreite von 0,1 mm und dem Höhenabstand von 30 m im Masstabe 1 : 50 000 überhöhend bei Terrainneigungen von 0° bis 20° und zwar etwa 2fach bei 5°, verflachend dagegen von 20° an bis etwa zum 3/6fachen Betrage der Böschungshöhe bei 60°. Im Masstabe 1 : 25 000 beginnt diese Verflachung