

Beiträge zur Berechnung von Eisenbeton-Querschnitten auf einheitlicher tabellarischer Grundlage

Autor(en): **Pasternak, P.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **79/80 (1922)**

Heft 21

PDF erstellt am: **10.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-38093>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

INHALT: Beiträge zur Berechnung von Eisenbeton-Querschnitten auf einheitlicher tabellarischer Grundlage. — Der Abschluss der Elektrifizierungsarbeiten der Rhätischen Bahn. — Ideenwettbewerb für die Erweiterung des Friedhofs im Friedental in Luzern. — Die elektrischen Lokomotiven 1D1 der Paris-Orléans-Bahn und die Verbindung ihrer kritischen Geschwindigkeiten. — Miscellanea: Elektrifizierung der

Rhätischen Bahn. Der Ozeandampfer „Bismarck“. Die Bahn vom Katangabezirk zum untern Kongo. Vollbahn-Elektrifizierung in Frankreich. Die schweizerische Naturforschende Gesellschaft. Comptoir suisse Lausanne 1922. Eidgen. Techn. Hochschule. — Nekrologie: G. v. Hauberrisser. — Literatur. — Vereinsnachrichten: Schweiz. Ingenieur- und Architekten-Verein. Basler Ingenieur- und Architekten-Verein. Stellenvermittlung.

Band 79.

Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 20

27

Beiträge zur Berechnung von Eisenbeton-Querschnitten auf einheitlicher tabellarischer Grundlage.¹⁾

Von Ing. P. Pasternak, Privatdozent an der E. T. H., Zürich.

I. Die Berechnung des doppelt bewehrten Querschnitts.

Aus den angenäherten Untersuchungen Rossins²⁾, M. Mayers³⁾, ebenso aus den neuesten graphischen und tabellarischen Tafeln Mörschs⁴⁾ und Saligers⁵⁾ für einige besondere Fälle zulässiger Betondruckspannungen weiss man, dass die kleinste Doppelbewehrung eines rechteckigen Querschnitts bei Biegung mit Axialdruck gewöhnlich erhalten wird bei einer mehr oder weniger starken Ermässigung der zulässigen Eisenzugspannung.

Eine praktisch brauchbare, von der Wahl der zulässigen Betondruckspannung unabhängige, allgemeine Methode zur Bestimmung der günstigsten Eisenzugspannung ist bis jetzt nicht gegeben worden. Eine solche Methode ist besonders für schweizerische Verhältnisse notwendig, da nach den Vorschriften der S. B. B. vom 26. November 1915 die zulässigen Betondruckspannungen von der Zweckbestimmung des Baues und bei Gewölben von den Spannweiten abhängen, also ziemlich grossen Schwankungen unterworfen sind.

Die hier gezeigten Nomogramme (Abbildungen 2, 3, 5 und 6 auf den folgenden Seiten), gestatten für die Schweiz und die übrigen Länder die unmittelbare Entnahme des günstigsten Randspannungs-

verhältnisses $\gamma = \frac{\sigma_e}{\sigma_b}$ und der zugehörigen prozentualen Zug- und Druckbewehrungen. Sie haben sich aus folgender Untersuchung ergeben:

Eine Druckkraft P , die ausserhalb des Kerndrittels in der Symmetrieaxe eines rechteckigen (oder auch andern) Eisenbetonquerschnittes angreift, darf in ihrer Wirkung ersetzt werden durch das Biegemoment $M = P e$ (siehe Abbildung 1) und durch die im Schwerpunkt der Zugeisen entlastend wirkende Druckkraft P . In der Tat, schreibt man die zulässigen Randspannungen σ_e und σ_b vor, oder, was schon genügt, allgemeiner das Randspannungsverhältnis $\gamma = \frac{\sigma_e}{\sigma_b}$, so liegt auch die neutrale Axe durch die einfache Beziehung

$$\xi = \frac{n}{n + \gamma}, \quad (1)$$

worin $\xi = \frac{x}{h} x$ und $n = \frac{E \text{ Eisen-Zug}}{E \text{ Beton-Druck}}$, fest. Man darf also bei der Dimensionierung die einzelnen Belastungsfälle einander überlagern, „superponieren“.

Führt man die weitem Bezeichnungen ein

$$m = \frac{M}{\sigma_b b h^2}, \quad p = \frac{P}{\sigma_b b h}, \quad \delta = \frac{e}{h},$$

$\mu = \frac{50 \xi}{\gamma}$ (prozentuale, einseitige, zum gewählten γ zuge-

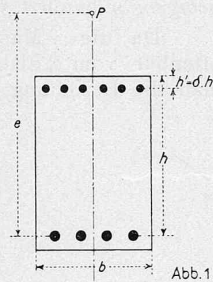


Abb. 1

hörige Zugarmierung), und $K_1 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\xi}{3} \right)$, so können auf Grund des Superpositionsgesetzes für die prozentualen Zug- und Druckbewehrungen μ_z und μ_d unmittelbar die Ausdrücke angeschrieben werden

$$\begin{aligned} \mu_z &= \mu + \frac{100 (m - k)}{(1 - \delta) \gamma} - \frac{100 p}{\gamma} \\ \mu_d &= \frac{100}{n' (1 - \delta)} \left[\frac{\xi}{\xi - \delta} (m - K_1) \right] \end{aligned} \quad (2)$$

n' ist das „Gewicht“ der Druckbewehrung

$$n' = \frac{E_e \text{ Druck}}{E_b}$$

Mit Berücksichtigung von (1) können die Formeln (2) sowohl als rationale Funktionen von γ als auch ξ allein ausgedrückt werden. Zur Bestimmung der kleinsten Bewehrungssumme ist die zweite Auffassung bequemer.

$(f + f')$ oder auch $(\mu + \mu')$ wird ein Minimum für ein ξ , das der Bedingungsgleichung

$$\frac{d \mu_z}{d \xi} + \frac{d \mu_d}{d \xi} = 0 \text{ genügt.}$$

Offenbar kommt nur ein Minimum in Frage, da mit $\xi = 0$, also bei völligem Verzicht auf die Mitwirkung des Betons, die grösste Bewehrungssumme erhalten wird.

Nach einigen einfachen Umformungen liefert die Differentialquotientensumme der Gleichungen (2) die Bedingungsgleichung 5. Grades in ξ :

$$(1 - \delta) (\xi - \delta)^2 p - \left[(\xi - \delta)^2 - \frac{n}{n'} \delta (1 - \xi)^2 \right] m + \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{2}{3} \xi \right) \xi - (2 - \xi) \delta \right] \left[\frac{n}{n'} (1 - \xi)^2 - (\xi - \delta)^2 \right] = 0 \quad (3)$$

die also in algebraisch geschlossener Form als Funktion gegebener m, p, δ und $\frac{n}{n'}$ nicht aufgelöst werden kann, insbesondere nicht bei Annahme der schweizerischen Eisenbeton-Verordnungen mit $\frac{n}{n'} = \frac{20}{10} = 2$.

Bemerkenswert ist die Reduktion der Extremalbedingung auf eine Gleichung 4. Grades bei $\frac{n}{n'} = 1$, also für alle übrigen Länder. Man erhält in diesem wichtigen Fall

$$\begin{aligned} (\xi - \delta)^2 p - (\xi^2 - \delta) m + \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{2}{3} \xi \right) \xi - (2 - \xi) \delta \right] \times \\ \times [1 + \delta - 2 \xi] = 0 \end{aligned} \quad (3a)$$

und eine geschlossene Darstellung von ξ wäre möglich als $\xi = f(m, p, \delta)$.

Für die Bedürfnisse der Praxis ist aber in beiden Fällen folgende graphische Lösung weitaus einfacher und bequemer.

Es seien u und v die laufenden Koordinaten eines Punktes in einem beliebigen schief- oder rechtwinkligen Axensystem. Wählt man

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{(1 - \delta) (\xi - \delta)^2}{(\xi - \delta)^2 - \frac{n}{n'} \delta (1 - \xi)^2} = f_1(\xi, \delta) \\ v &= \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{2}{3} \xi \right) \xi - (2 - \xi) \delta \right] \left[\frac{\frac{n}{n'} (1 - \xi)^2 - (\xi - \delta)^2}{((\xi - \delta)^2 - \frac{n}{n'} \delta (1 - \xi)^2)} \right] \\ &= f_2(\xi, \delta) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

wobei für $\frac{n}{n'} = 1$ die entsprechenden Vereinfachungen eintreten, so können nun die Extremalbedingungen (3) und (3a) auf die einfache Form gebracht werden

$$\frac{u}{\left(\frac{m}{p} \right)} + \frac{v}{m} - 1 = 0, \quad (5)$$

¹⁾ Manuskript eingegangen Anfang Oktober 1921.

²⁾ «Ableitung von Formeln zur direkten Dimensionierung der Eisen-Einlagen in exzentrisch belasteten Eisenbetonquerschnitten» in «Armierter Beton», Juni 1911.

³⁾ «Die Wirtschaftlichkeit als Konstruktionsprinzip im Eisenbetonbau», Berlin 1913, Verlag Julius Springer.

⁴⁾ «Der Eisenbetonbau», I. Band, I. Hälfte, S. 412 bis 415, Stuttgart 1920, Verlag Konrad Wittwer.

⁵⁾ «Der Eisenbeton», S. 267, Stuttgart 1920, Verlag Alfr. Kröner.

d. h. sie stellen jetzt die Gleichung einer Geraden dar mit den Axenabschnitten

$$u_0 = \frac{m}{p} = \frac{c}{h} \quad \text{und} \quad v_0 = m = \frac{M}{\sigma_b b h^2}$$

Die Gleichungen (4) sind die Parameterdarstellung zweier Kurvenschaaren, die man durch passende Varierung der ξ und δ punktweise einzeichnen kann. Da für n nur zwei Werte in Frage kommen, $n=20$ für die Schweiz und $n=15$ für alle übrigen Länder, erscheint es bequemer, unmittelbar das Spannungsverhältnis $\gamma = \frac{\sigma_e}{\sigma_b}$ ganzzahlig zu variieren, also die ξ Werte der einfachen Beziehung $\xi = \frac{n}{n + \gamma}$ zu entnehmen.

In der Schweiz kommt $\gamma = \frac{1200}{45} = 26,67 \sim 27$, in den übrigen Ländern $\gamma = \frac{1200}{40} = 30$ als Höchstwert in Frage. Dementsprechend erteilt man etwa γ die ganzzahligen Werte $5 \div 27$ bzw. $5 \div 30$.

Man wird den meisten Fällen der Praxis gerecht, wenn man andererseits δ das Intervall $\delta = 0,04 \div 0,14$ durchlaufen lässt. In diesen Grenzen sind die bezeichneten Punkte der krummlinigen γ - und δ -Masstäbe in den Nomogrammen berechnet, die in den Abbildungen 2 und 3 wiedergegeben sind.

Sämtliche γ -Masstäbe und, bei genügender Verlängerung, auch sämtliche δ -Masstäbe, gehen durch einen festen Grundpunkt G auf der u -Achse im Abstand $u = 1$ vom Koordinaten-Nullpunkt; denn mit

$$\frac{n}{n'} (1 - \xi)^2 - (\xi - \delta)^2 = 0$$

gehen die Gleichungen (4) über in $u = 1, v = 0$

Diese Eigenschaft der krummlinigen Masstäbe legt den Gedanken nahe, die v -Achse ebenfalls nach dem Grundpunkt G zu verschieben. Diese Verschiebung erlaubt die Nomogramme Abbildungen 2 und 3 in grösserem Masstabe zu zeichnen; denn der Abschnitt y der Geraden (5), in die

die Extremalbedingung übergegangen ist, auf der neuen v -Achse hat nur noch die Länge

$$y = (m - p),$$

wie dies aus der einfachen Proportion

$$\frac{y}{m} = \frac{m - p}{\frac{m}{p}} \quad \text{folgt.}$$

Die Nomogramme Abbildungen 2 und 3 bestehen also in ihrer endgültigen Form aus zwei gewöhnlichen, geradlinigen Masstäben für die $\frac{m}{p} = \frac{c}{h}$ und $(m - p)$ -Werte und aus den beiden Schaaren der krummlinigen Masstäbe für die γ und δ . Die γ -Masstäbe sind natürlich gleichzeitig auch ξ -Masstäbe. Sämtliche Masstäbe gehen durch einen gemeinsamen Punkt.

Sind $\frac{m}{p}, (m - p)$ und δ gegeben, so legt man in den Nomogrammen mit einem Lineal, oder besser mit einem durchsichtigen Papierstreifen die Gerade mit den Axenabschnitten $\frac{m}{p}$ und $(m - p)$ an und kann auf dem zum gegebenen δ gehörigen γ -Masstab das gesuchte günstigste Spannungsverhältnis ablesen.

Die vorgeschlagenen Nomogramme gestalten sich in der Anwendung besonders einfach, da es für praktische Berechnungszwecke völlig genügt, sich auf ganze γ zu beschränken; $\mu_e + \mu_d$ und damit $(f + f')$ ändern sich nämlich innerhalb der in Frage kommenden Grenzen nur verschwindend wenig beim Uebergang von γ auf $\gamma + 1$. Ein in den Abbildungen 2 und 3 durchgerechnetes Beispiel erläutert das einfache Verfahren.

Das zweite, für $n = 15$ und $\frac{n}{n'} = 1$ berechnete Nomogramm in Abbildung 3 kann natürlich auch zur Bestimmung des günstigsten Spannungsverhältnisses bei beliebigem n benutzt werden.

Da die γ -Masstäbe auf den ξ -Kurven liegen, die offenbar vom „Eisengewicht“ n unabhängig sind, kann man die Beziehung anschreiben

$$\xi = \frac{15}{15 + \gamma} = \frac{n}{n + \gamma'}$$

woraus folgt

$$\gamma' = \frac{n}{15} \gamma \quad (6)$$

Als das, zum „Eisengewicht“ n zugehörige günstigste Spannungsverhältnis γ' wird man die dem Ausdruck (6) nächstliegende ganze Zahl wählen.

Die unterhalb des Grundpunktes liegenden γ Linien kommen für

$$\frac{m}{p} = \frac{c}{h} < 1$$

in Betracht, d. h. für Druckkräfte innerhalb des Querschnittes. Sie liefern natürlich nur so lange richtige γ -Werte als $\frac{m}{p} = \frac{c}{h} > 1 - \frac{\xi}{3}$

sich ergibt.

Ergibt sich aus dem Nomogramm

$$\gamma > \gamma_{zul} = \frac{\sigma_e}{\sigma_b \text{ zul}}$$

so ist natürlich γ_{zul} massgebend.

Es leuchtet ein, dass dann die Nomogramme

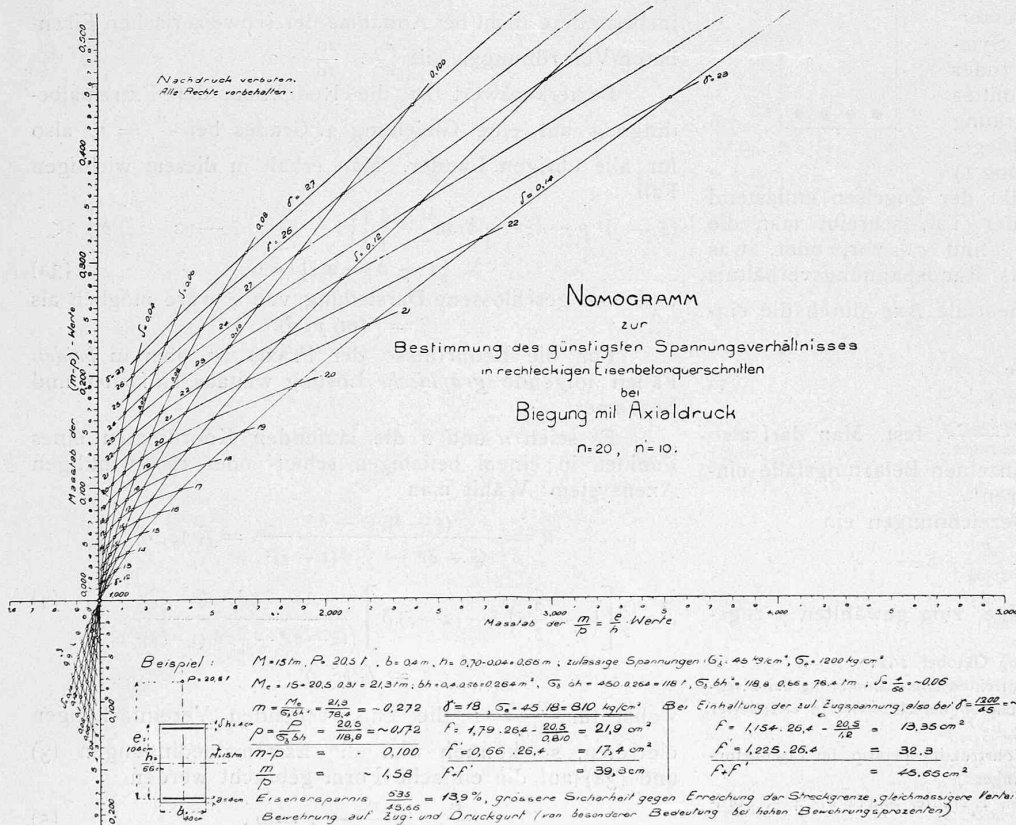
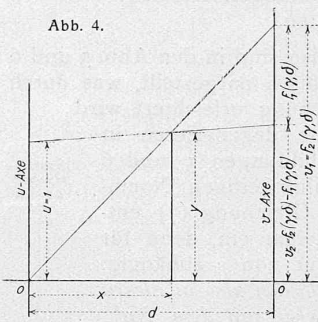
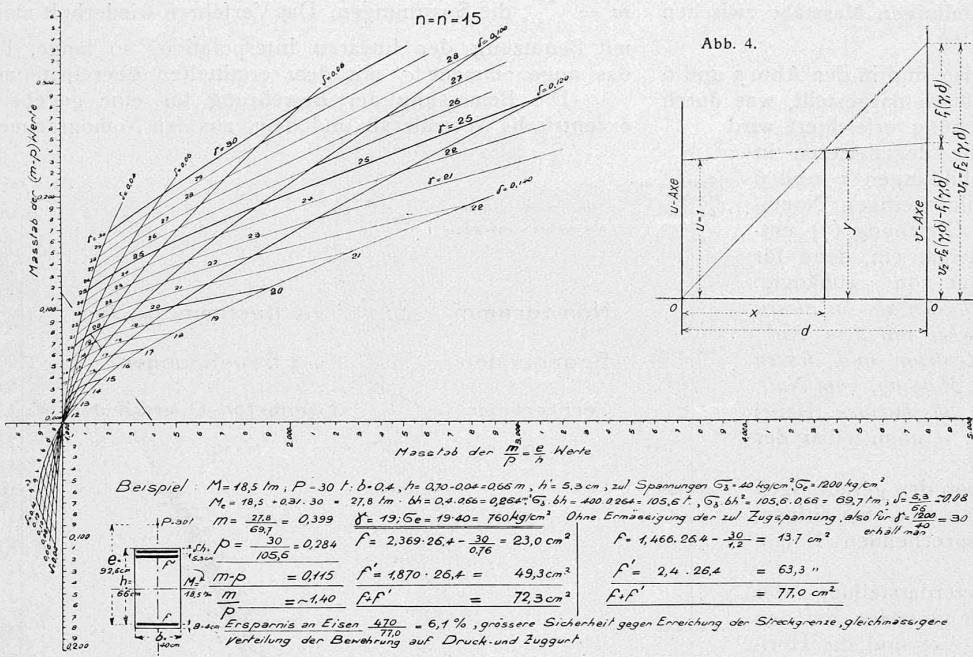


Abb. 2. Nomogramm zur Bestimmung des günstigsten Spannungsverhältnisses bei Annahme von $n = 20, n' = 10.$

auch bei reiner Biegung gültig bleiben. Man hat mit $p = 0$ $\frac{m}{p} = \infty$, $m - p = m$, hat also die γ -Masstäbe mit Parallelen zur $\frac{m}{p}$ -Axe zum Schnitt zu bringen. Um die Nomogramme, besonders das schweizerische, auch bei dünnen Platten verwenden zu können, wäre freilich die Eintragung weiterer γ -Masstäbe für $\delta > 0,14$ notwendig. Diese Ergänz-

stäbe für die natürlichen Zahlwerte m, μ_z , bzw. μ_z, μ_d . Trägt man nämlich zugehörige Wertepaare u, v der linearen Beziehung $f_2(\gamma, \delta) = f_1(\gamma, \delta)u + v$ (8) in beliebigen Masstäben und von beliebigen Nullpunkten ausgehend auf zwei parallelen u - und v -Axe ab, bei festgehaltenem Wertepaar γ, δ , so erhält man augenscheinlich auf diesen Axen zwei ähnliche und ähnlich gelegene Punktreihen. Die Verbindungsgeraden entsprechender Punkte gehen also durch einen festen Punkt, dem Ähnlichkeitszentrum und offenbar Schnittpunkt zweier, im allgemeinen krummlinigen γ - und δ -Masstäbe. Letztere kann man also rasch graphisch und punktweise bestimmen, indem man für passend gewählte Wertpaare γ, δ die Verbindungsgeraden zweier entsprechender Punkte, am bequemsten der Punktepaare $u=0, v=f_2(\gamma, \delta)$ und $u=1, v=f_2(\gamma, \delta) - f_1(\gamma, \delta)$ zum Schnitt bringt (siehe nebenstehende Abb. 4).



Die Verbindungsgeraden entsprechender Punkte gehen also durch einen festen Punkt, dem Ähnlichkeitszentrum und offenbar Schnittpunkt zweier, im allgemeinen krummlinigen γ - und δ -Masstäbe. Letztere kann man also rasch graphisch und punktweise bestimmen, indem man für passend gewählte Wertpaare γ, δ die Verbindungsgeraden zweier entsprechender Punkte, am bequemsten der Punktepaare $u=0, v=f_2(\gamma, \delta)$ und $u=1, v=f_2(\gamma, \delta) - f_1(\gamma, \delta)$ zum Schnitt bringt (siehe nebenstehende Abb. 4).

Man kann aber auch die gewünschten Teilpunkte auf den γ - δ -Masstäben durch rechtwinklige Koordinaten einrechnen, was bei schiefen Schnittbildungen zu empfehlen ist. Die in Abb. 4 angegebene Konstruktion gestattet, solches Koordinatenpaar unmittelbar abzulesen:

zung meiner Nomogramme behalte ich mir vor. Jenes in Abbildung 3 zeigt, dass eine Ermässigung der zulässigen Zugspannung bei reiner Biegung und $n = n' = 15$ gewöhnlich nicht in Frage kommt. Abbildung 2 mit $n = 20$, $n' = 10$ lässt hingegen erkennen, dass nach den schweizerischen Normen eine solche Ermässigung auch bei reiner Biegung wirtschaftlich sein kann.

Hat man das günstigste Spannungsverhältnis γ den Abbildungen 2 bzw. 3 entnommen, so geben die Formeln (2) die zugehörigen Armierungsprozente. Ihre Auswertung wird erleichtert durch die beigelegte Tabelle I der Koeffizienten der rechteckigen, einseitig zugbewehrten Eisenbeton-Querschnitte, die für die ganzzahligen γ -Werte 5 ÷ 110 u. a. die zugehörigen ξ, K_1 und μ -Werte enthält. Diese Tabelle erledigt sämtliche praktisch vorkommenden Spannungs- und Bemessungsaufgaben einseitig zugbewehrter Rechteckquerschnitte bei reiner Biegung und Biegung mit Axialkraft und zwar nicht nur für $n = 20$, sondern für jedes beliebige statische Gewicht der Bewehrung. Auf die weiteren Anwendungsmöglichkeiten dieser grundlegenden Tabelle werde ich im zweiten Teil dieser Abhandlung hinweisen. Noch einfacher ist aber die Benützung der in den Abbildungen 5 und 6 wiedergegebenen Nomogramme.

Unterdrückt man in der ersten der Gleichungen (2) den von der Druckkraft P herrührenden Beitrag, so lassen sich diese Gleichungen durch die folgenden Beziehungen ersetzen:

$$\frac{(1 - \delta) \gamma}{100} \mu_z = \left[(1 - \delta) \frac{\xi}{2} - K_1 \right] + m \tag{7}$$

$$\mu_z - \frac{n'}{n} \frac{(\xi - \delta)}{(1 - \xi)} \mu_d = \mu$$

Die Gleichungen (7) sind lineare Verknüpfungen von m, μ_z , bzw. μ_z, μ_d , wobei die in ihnen vorkommenden Koeffizienten einfache Funktionen der γ und δ darstellen. Man könnte sie wieder auf die Form (5) bringen; bequemer ist aber hier die Einführung zweier paralleler Mas-

Tabelle I, Koeffizienten der rechteckigen, einseitig zugbewehrten Eisenbeton-Querschnitte für $n = 20$.

γ	ξ	Q	k_1	k_2	μ	γ	ξ	Q	k_1	k_2	μ
$\frac{\sigma_s \cdot Q_n}{\sigma_c \cdot Q_c}$	$x \cdot h$	$h \cdot \xi \cdot Q_n$	$\frac{Q_n}{\sigma_s \cdot b \cdot h}$	$\frac{Q_n}{\sigma_c \cdot b \cdot h}$	$f_e \cdot b \cdot h$						
5	0,800	0,733	293	587	8,00	58	256	9145	1172	202	221
6	769	7436	286	477	641	59	253	9156	1159	1964	2145
7	741	753	279	398	529	60	250	917	1146	1940	208
8	714	762	272	340	446	61	247	918	1133	1857	202
9	690	770	2655	295	383	62	244	919	1120	1807	197
10	667	778	259	259	333	63	241	920	1108	1759	192
11	645	785	253	230	293	64	238	921	1096	1712	186
12	623	792	247	206	260	65	235	9216	1084	1668	181
13	606	798	242	1860	233	66	2323	922	1073	1625	1762
14	588	804	236	1689	210	67	230	923	1061	1584	1715
15	571	809,5	231	1542	190,5	68	227	924	1050	1544	1671
16	556	815	226	1415	174	69	225	925	1039	1506	163
17	540,5	820	222	1303	159	70	222	926	1029	1470	159
18	526	824,5	217	1206	146,2	71	220	927	1018	1434	155
19	513	829	2126	1119	135	72	217	9275	1008	1400	151
20	500	833	208	1042	125	73	215	928	998	1367	147,5
21	488	837	204	973	116,1	74	213	929	988	1336	144
22	476	841	200	910	108,2	75	210,5	930	979	1305	140,4
23	465	845	196,5	854	101,1	76	208	9305	969	1275	137,1
24	454,5	848	192,8	804	94,7	77	206	931	961	1247	134
25	444	852	189,3	757	88,9	78	204	932	951	1219	131
26	435	855	185,9	715	83,6	79	202	9327	942	1192	128
27	425,5	858	182,6	676	78,8	80	200	933	933	1167	125
28	417	861	179,4	641	74,4	81	198	934	925	1142	122,2
29	408	864	176,3	608	70,4	82	196,1	9346	916	1117	120
30	400	867	173,3	578	66,7	83	194,3	935	908	1094	117
31	392	869	170,4	550	632,5	84	192,3	936	900	1071	114,5
32	385	872	167,7	524	601	85	190,5	9365	892	1049	112
33	377	874	164,9	500	572	86	188,7	937	884	1028	110
34	370	876,5	162,3	477	545	87	187,0	938	876	1007	107,4
35	364	879	159,8	457	519	88	185,2	938	869	987	105,2
36	357	881	157,3	437	496	89	183,5	939	861	968	103,1
37	351	883	154,9	419	474	90	182,0	939	854	949	101,0
38	345	885	152,6	402	454	91	180,2	940	847	931	99,0
39	339	887	150,3	385	434,6	92	178,6	940	840	913	97,03
40	333	889	148,1	370	417	93	177,0	941	833	895	95,16
41	328	891	146,0	356	400	94	175,4	9415	826	879	93,3
42	322,6	892,5	143,9	343	384	95	174,0	942	818	861	91,5
43	317	894	141,9	330	369	96	172,4	9423	812,5	846	89,6
44	312,3	896	140,0	318	355	97	171,0	943	806	831	88,1
45	308	897	138,1	307	342	98	169,5	9435	800	816	86,5
46	303	899	136,2	296	329	99	168,1	944	793	801	84,9
47	298,5	900,5	134,4	286	317,6	100	166,7	944	787	787	83,3
48	294	902	132,6	276	306	101	165,3	945	781	773	81,8
49	290	903,4	130,9	267	296	102	164,0	945	775	760	80,4
50	286	905	129,3	259	286	103	163,0	946	769	746,5	78,9
51	282	906	127,6	250	276	104	161,4	946	763	734	77,5
52	278	907	126,0	242	267	105	160,0	947	757	724	76,2
53	274	909	124,5	234	258	106	159,0	947	751	709	74,9
54	270	910	123,0	228	250	107	157,5	9475	746	697	73,6
55	267	911	121,5	221	242	108	156,2	948	740	685	72,3
56	263	912	120,0	214	235	109	155,0	948	735	674	71,1
57	260	913	118,6	208	228	110	153,8	949	730	663	69,9

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{d}{1+f_1(\gamma, \delta)}, \quad \frac{y}{f_2(\gamma, \delta)} = \frac{x}{d} \text{ oder} \\ y &= \frac{f_2(\gamma, \delta)}{1+f_1(\gamma, \delta)} \end{aligned} \right\} (9)$$

Tritt u oder v in der Bedingungsgleichung (8) beständig mit dem negativen Zeichen auf, wie z. B. in den Gleichungen (7), so erteilt man den parallelen u - und v -Masstäben (im gegebenen Falle den m - und μ_z , bzw. μ_z - und μ_d -Masstäben) entgegengesetzte Sinne, wodurch es in allen Fällen gelingt, die krummlinigen Masstäbe zwischen die Parallelmasstäbe einzuschalten.

Auf die beschriebene Weise sind in den Abb. 5 und 6 die Gleichungen (7) nomographisch dargestellt, was durch eine bemerkenswerte Vereinfachung erleichtert wird:

Die Träger der δ -Masstäbe degenerieren in beiden Nomogrammen der Abbildungen 5 und 6 zu geraden Linien. Für die linksseitigen Nomogramme, welche der zweiten Gleichung (7) entsprechen, leuchtet dies unmittelbar ein, denn für $\mu_d = 0$ wird $\mu_z = \mu$, d. h. nur von γ abhängig.

Die Träger der δ -Masstäbe bilden also in diesen Nomogrammen ein Strahlenbüschel mit dem Nullpunkt des μ_d -Masstabes als Zentrum und dessen Strahlen auf dem parallelen μ_z -Masstab, vom Nullpunkt aus, die Strecken $\mu_z = \mu$ abschneiden. Dabei können, für ganzzahlige γ , die μ unmittelbar der Tabelle I entnommen werden.

Weniger einfach erkennt man den geradlinigen Charakter der δ -Trajektorien in den rechtsseitigen, der obern Gleichung (7) entsprechenden Nomogrammen.

Bezieht man die Parameterdarstellung der γ - δ -Trajektorien in diesen Nomogrammen auf den rechtsseitigen μ_d -Masstab als γ -Achse und die Horizontale durch $\mu_z = 0$ als x -Achse, so kann man aus einer der Abbildung 4 entsprechenden Skizze mit Leichtigkeit ablesen

$$x = \frac{d}{1 + \frac{(1-\delta)\gamma}{100}}, \quad y = \frac{h + \left[(1-\delta) \frac{\xi}{2} - K_1 \right]}{1 + \frac{(1-\delta)\gamma}{100}}$$

oder

$$\frac{y}{x} = \frac{h + (1-\delta) \frac{\xi}{2} - K_1}{d} \quad (10)$$

wo d , wie früher, den Abstand und h die Länge der Parallelmasstäbe bedeuten. Hält man γ , also auch ξ und K_1 fest und denkt sich aus der letzten Gleichung mit Hilfe der ersten $(1-\delta)$ eliminiert, so übersieht man, dass y und x linear miteinander verknüpft sind. Die δ -Trajektorien sind also auch hier geradlinig. Wir bestimmen sie wieder am einfachsten durch ihre Schnittpunkte mit den Parallelmasstäben. Man erhält mit

$$\begin{aligned} \delta = 1 & : x = d, \quad y = h - K_1 \\ \delta = -\infty & : x = 0, \quad y = \frac{100 \xi}{2 \gamma} = \mu \end{aligned}$$

also folgendes interessante Resultat:

Die δ -Trajektorien in den Nomogrammen, welche m, μ_z, γ und δ miteinander verknüpfen, sind die Verbindungsgeraden der zu gleichen γ -Werten zugehörigen Punktpaare $m = K_1, \mu_z = \mu$ auf den entsprechenden Parallelmasstäben. Die K_1 und μ können für ganze Zahlwerte γ der Tabelle I entnommen werden. — Umgekehrt erkennt man, dass die Nomogramme der Abbildungen 5 und 6 auch zur Berechnung und Bemessung einseitig zugbewerter Rechteckquerschnitte benutzt werden können, in Ersatz der Tabelle I.

Der Ersatz der Bedingungsgleichung zwischen m und μ_d durch die Gleichung zwischen μ_z und μ_d ist vorgenommen worden, um diese Nomogramme auch zu Spannungsermittlungen benutzen zu können. In der Tat liefern, bei gegebenen μ_z, μ_d und δ , die linksseitigen γ -Kurven das zugehörige γ . Mit Hilfe der rechtsseitigen γ -Kurven erhält man hierauf m und, bei reiner Biegebeanspruchung, die Spannungen selbst aus:

$$\sigma_b = \frac{M}{m b h^2}, \quad \sigma_e = \gamma \sigma_b.$$

Durch Versuchsrechnungen lassen sich auch die Spannungen bei exzentrischer Normalkraft mittels der Abbildungen 5 und 6 rasch ermitteln.

Man schätzt σ_e ,¹⁾ macht zur Zugbewehrung den Ab- oder Zuschlag $\frac{P}{\sigma_e}$, je nachdem P eine Druck- oder Zugkraft ist, und bestimmt wie gezeigt für das gegebene $m = \frac{P_e}{\sigma_b b h^2}$ die Spannungen. Das Verfahren wiederholt man, mit Benützung der linearen Interpolation, so lange, bis das angenommene σ_e mit dem ermittelten übereinstimmt.

Die Bemessung der Bewehrung für eine gegebene exzentrische Normalkraft und dem, aus den Nomogrammen

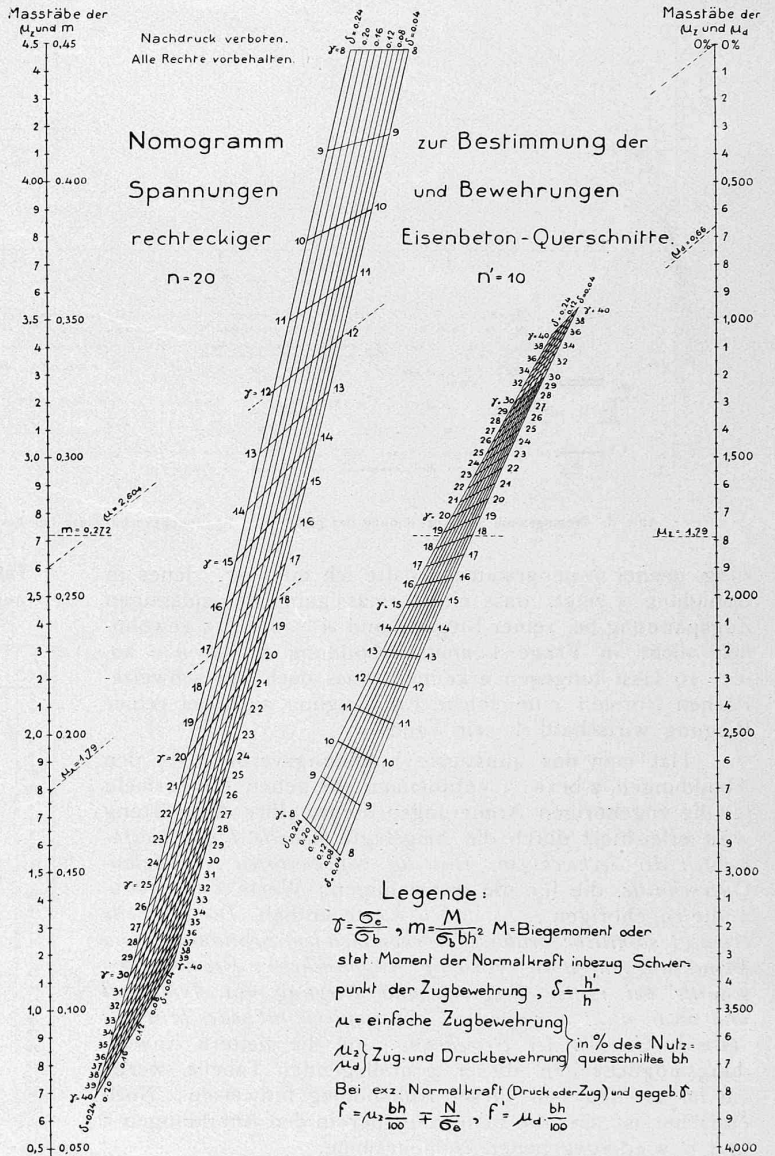


Abb. 5. Nomogramm zur Bestimmung der Spannungen und Bewehrungen für $n = 20, n' = 10$.

Abbildungen 2 und 3 entnommenen günstigsten γ erfolgt natürlich genau, auf umgekehrtem Wege. Man bestimmt zunächst μ_z aus m, γ, δ ; hierauf μ_d . μ_d ist richtig; zur Zugbewehrung ist aber noch der Ab- oder Zuschlag $\frac{P}{\sigma_e}$ zu machen, je nachdem auf den Querschnitt eine Druck- oder Zugkraft wirkt.

Die mit $n = n' = 15$ berechneten Nomogramme der Abbildung 6 können, wie das zugehörige Nomogramm der

¹⁾ Z. B. durch erstmalige Vernachlässigung der Druckarmierung, wobei σ_e sich sehr einfach mit Hilfe der Tabelle I ergibt.

Abbildung 3, für ganz beliebige n benutzt werden. Der m -Masstab bleibt für alle n -Werte erhalten; den Teilpunkten der γ -, μ_z - und μ_d -Masstäbe entsprechen aber, bei einem andern n , die Werte

$$\gamma' = \frac{n\gamma}{15}, \quad \mu_z' = \frac{15\mu_z}{n}, \quad \mu_d' = \frac{15\mu_d}{n} \quad (10)$$

Die Richtigkeit dieser einfachen Uebergangsformeln erhellt aus der Verbindung der Gleichungen (1) und (7), die zeigt, dass $\frac{\gamma}{n}$, $n\mu_z$ und $n\mu_d$ nur von ξ , δ und nicht von n abhängen.¹⁾

Die Beziehungen der Statik steifer Baukonstruktionen, insbesondere der Eisenbeton-Statik sind dank der, aus praktischen Gründen, erzwungenen Gültigkeit des Super-

dass selbst die neuesten Auflagen der bekannten deutschen Lehrbücher über Statik und Eisenbetonbau vollständig auf diese neue und bequeme Darstellung von Funktionen mehrerer Variablen verzichten.

Es schien mir deswegen nützlich, wenn auch in knapper Form, auf die beiden möglichen nomographischen Darstellungsverfahren in dieser Arbeit einzugehen. Vielleicht gibt sie die Anregung zur weiteren Verwertung, in der Bau- und Eisenbetonstatik, des bei Lichte besehen so einfachen und elementaren Grundgedankens der Nomographie.

Bei der umfangreichen Rechen- und Zeichenarbeit, die das Auftragen der Nomogramme erforderte, war mir teilweise mein seither verstorbener Hörer Diplom-Ingenieur J. Steevensz in lebenswürdiger Weise behülflich. So hat er namentlich, nach dem Vorbild des Nomogramms 2, das Nomogramm 3 berechnet und gezeichnet. (Schluss folgt.)

Der Abschluss der Elektrifizierungsarbeiten der Rhätischen Bahn.

Von W. Dürler, Ober-Elektroingenieur der Rh. B.

(Fortsetzung von Seite 254.)

Einige Daten der Probefahrten mit den C-C-Lokomotiven sollen hier noch angeführt werden:

Anhängegewicht t	258	214	214	203
Steigung ‰	20	18	25	35
Fahrgeschwindigkeit . . km/h	33	32	32	31
Fahrdrahtspannung . . . Volt	10280	10390	9910	10280
Stromstärke primär . . . Amp.	112,5	68,5	95,5	120,5
Leistungsaufnahme primär kW	1028	653	830	1098
Leistungsfaktor $\cos \varphi$. . .	0,89	0,92	0,88	0,89
Frequenz Per/sek	18	18	16	17 ¹ / ₂

Bei den gemäss den aufgestellten Vorschriften vorgenommenen zwei Doppelfahrten Chur-St. Moritz und zurück sind die Temperaturen der Motorwicklungen mit Thermoelementen ermittelt worden. Von den acht angewendeten Elementen hat das in der Erregerwicklung im Nutteil gegen den Kollektor eingebaute die höchste Temperatur gezeigt. Die Transformator-Temperatur wurde lediglich durch Widerstandsmessung bestimmt, da ein Thermoelement beschädigt war (Thermoelement-Messungen sind übrigens hier, wie bei den Motoren, auch im Probierraum gemacht worden).

Die höchsten Temperaturen treten bei jeder Fahrt am Ende der grossen Rampe, d. i. in Preda auf. Es wurden dort nach der ersten und nach der zweiten Bergfahrt folgende Werte ermittelt:

Traktionsmotoren:

Thermoelement in der Erregerwicklung, gemessene Ubertemperatur 75° 79,5° C.

Nach V. D. E. 1914 für glimmerisolierte Wicklung von Bahnmotoren zulässig 100° C.

Transformator:

Hochspannungswicklung: Temperaturzunahme 33° 44,5° C.

Niederspannungswicklung: Temperaturzunahme 33,8° niedriger als oben

Nach V. D. E. für Transformatorwicklung mit Isolierung durch imprägnierte Baumwolle in Luft zulässig (§ 19 der Vorschriften) wurde hier ausgeschlossen) 60° C.

Ein Anfahrversuch auf 35 ‰ Steigung mit einem Anhängegewicht von 201 t zeigte, dass die Geschwindigkeit von 30 km/h schon in 65 sek erreicht werden kann. Es entspricht dies einer mittlern Anfahrbeschleunigung von 0,132 m/sek². Auf 25 ‰ Steigung wurde die gleiche Geschwindigkeit bereits in 38 sek erreicht, die mittlere

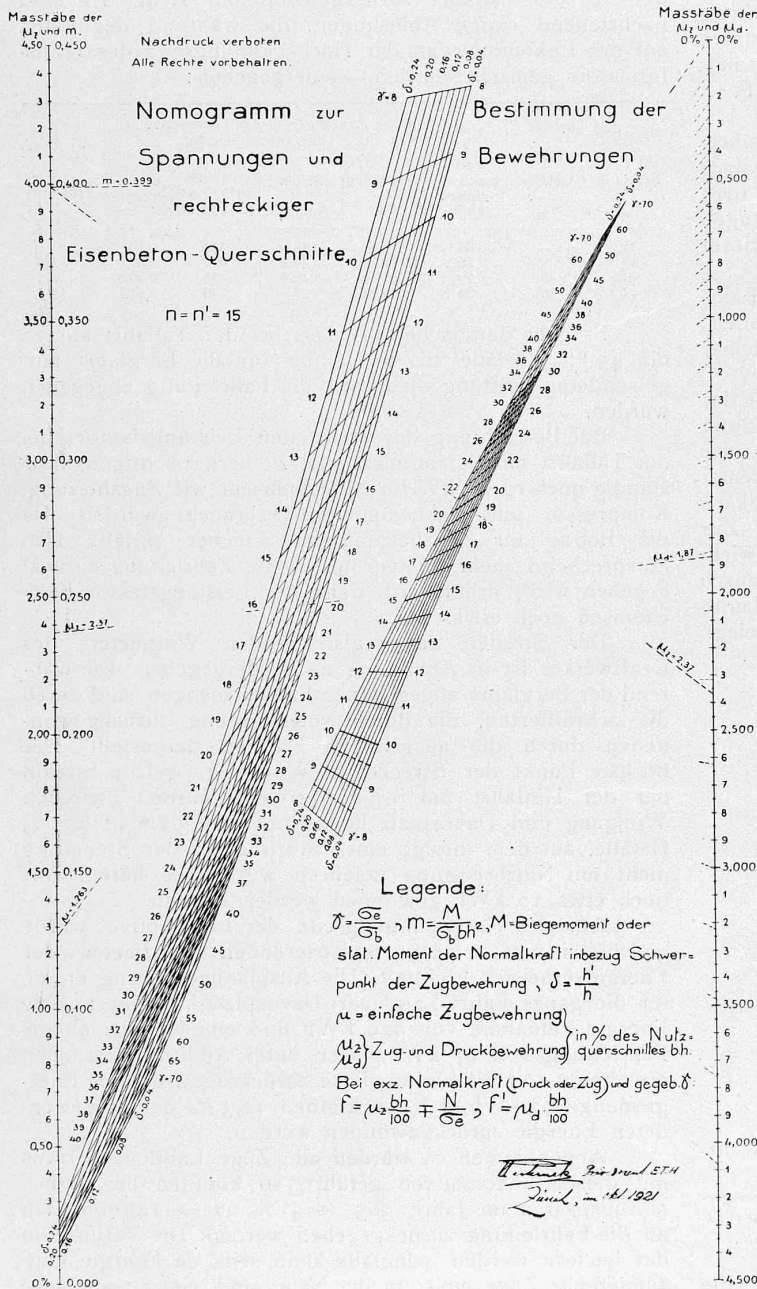


Abb. 6. Nomogramm zur Bestimmung der Spannungen und Bewehrungen für $n = n' = 15$.

positionsgesetzes, immer in den äussern, angreifenden Kräften (äussern Deformationsursachen) linear. Die Anwendung der Nomographie auf diesen Gebieten drängt sich deswegen geradezu auf. Umsomehr erscheint es unerklärlich,

¹⁾ Die Nomogramme können in Originalgrösse beim Verfasser zum Selbstkostenpreise bezogen werden.