

# Nouveau calcul de l'arc à tirant rigide et faisant partie du tablier

Autor(en): **Légens, Léon**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **87/88 (1926)**

Heft 26

PDF erstellt am: **13.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-41026>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

INHALT: Nouveau calcul de l'arc à tirant rigide et faisant partie du tablier. — Landhaus an der Schloßstrasse, Zürich (mit Tafeln 24 bis 27). — Gedanken einer Frau zum „Neuen Heim“. — Neue Wasserturbinen-Konstruktionen. — Nekrologie: Alexander Beck. Oberst Ferd. Affolter. — Miscellanea: Nordamerikanische Automobilstrassen. Wirkungsgradmesser von Turner für Dampfturbinen-Aggregate. Eidgenössische Technische Hochschule. Dampfkessel-Explosionen in Deutschland im

Jahre 1925. Elektrische Schnellzuglokomotive für Indien. Schweizerischer Bundesrat. Elektrifikation der Oesterr. Bundesbahnen. — Von der 50. Generalversammlung des S. I. A. — Konkurrenzen: Gewerbeschule und Kunstgewerbemuseum in Zürich. Neubau der Peters-Schule in Basel. Kantonale Landwirtschaftliche Schule Charlottenfels bei Schaffhausen. — Vereinsnachrichten: Schweizer. Ing.-u. Arch.-Verein. Basler Ing.-u. Arch.-Verein. — Dieser Nummer ist das Inhalts-Verzeichnis von Bd. 88 beigelegt.

Band 88.

Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

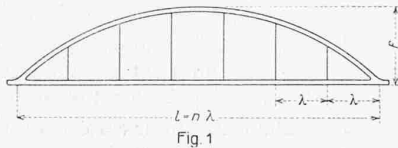
Nr. 26

### Nouveau calcul de l'arc à tirant rigide et faisant partie du tablier.

Par LEON LEGENS, Strasbourg,

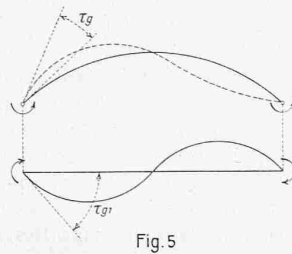
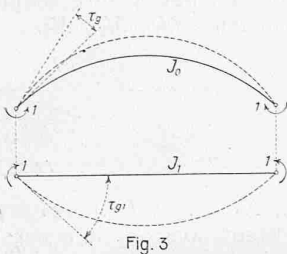
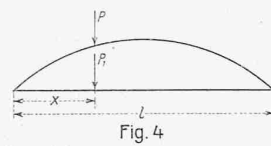
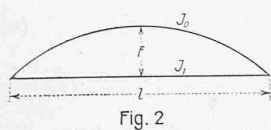
Ingénieur Principal aux Chemins de fer d'Alsace et de Lorraine.

L'arc à tirant a été choisi dans tous les cas où il n'était pas possible de faire supporter la poussée de l'arc par les culées. Nous le trouvons sous de multiples formes, soit comme système à treillis, surtout pour des constructions métalliques, soit comme système à âme pleine, choisi de préférence en dernier temps pour les constructions en béton armé. Tandis que pour les systèmes métalliques le tirant n'avait qu'une faible rigidité vis-à-vis de l'arc et était attaché aux aiguilles indépendamment du tablier, nous rencontrons dans le béton armé des constructions complètement différentes. Le tirant étant englobé



par ses armatures dans le tablier et celui-ci encastrant l'arc aux deux naissances, il ne peut vraisemblablement plus s'agir d'un arc simple à deux rotules. C'est pour cette raison que nous allons indiquer un nouveau calcul, considérant le système comme cadre rigide auquel nous appliquerons les aiguilles comme barres articulées (fig. 1).

Nous admettons le système étant symétrique et choisissons un procédé que nous avons indiqué il y a quelque temps dans notre article «La poutre à treillis à membrures parallèles, calculée comme système élastique», paru dans «Le Génie Civil» du 6 Janvier 1923. Si le nombre des aiguilles est  $n$ , le degré d'hyperstaticité sera  $n + 3$ , donc assez considérable; néanmoins il sera possible à la suite de la symétrie et du choix d'un système principal hyperstatique de réduire les équations élastiques à deux groupes de  $n/2$  inconnues. Pour l'exemple numérique que nous citons à la fin de notre article, nous obtenons, avec  $n = 6$ , deux groupes d'équations à trois inconnues, ce qui représente un calcul relativement simple.



Dans la suite nous admettrons pour l'arc une forme parabolique. Le système principal hyperstatique est représenté en fig. 2 et se calcule de la même façon que l'arc parabolique doublement encastré (voir à ce sujet «Le Génie Civil» du 19 septembre 1925). Nous n'avons que quelques modifications à prévoir, vu que l'encastrement de l'arc n'est plus absolu mais dépend du fléchissement du tirant. Ce fléchissement sera plus ou moins grand, selon le choix du moment d'inertie  $J_1$  du tirant. Pour  $J_1 = \infty$  les nou-

velles formules devront coïncider avec les anciennes que nous avons fournies.  $J_0$  étant le moment d'inertie de l'arc à la clef, nous posons:

$$\frac{J_0}{J_1} = \varphi \dots \dots \dots (1)$$

A la valeur  $J_1 = \infty$  correspond  $\varphi = 0$ .

Nous opérerons avec les déformations multipliées par  $EJ_0$ , admises positives en sens concaves (donc abaissement pour l'arc et rehaussement pour le tirant). Il est

$$EJ_0 \tau_g = -l/12$$

et d'après fig. 3 représentant l'état  $X_a = -1$

$$EJ_1 \tau_{g_1} = -l/2$$

d'où

$$EJ_0 \tau_{g_1} = -l/2 \cdot \varphi$$

Le déplacement des tangentes ayant lieu dans le même sens que celui des moments fléchissants, nous posons

$$EJ_0 \delta_{a_1} = 2(l/12 + l/2 \cdot \varphi)$$

d'où finalement

$$EJ_0 \delta_{aa} = l/6 (1 + 6\varphi)$$

et pour une surcharge  $P$  de l'arc (fig. 4)

$$X_a = \frac{Pl}{2(1+6\varphi)} \cdot (5\omega''_P - 6\omega_R) \dots \dots (2)$$

Pour une surcharge  $P_1$  du tirant nous trouvons avec

$$EJ_1 \delta_{ma} = l^2/2 \cdot \omega_R, EJ_0 \delta_{ma} = \varphi l^2/2 \omega_R$$

$$X_a = \frac{P_1 l}{2(1+6\varphi)} \cdot 6\varphi \omega_R \dots \dots (3)$$

En ce qui concerne l'état  $X_b = -1$  (fig. 5) il est

$$EJ_0 \tau_g = -l/6$$

Avec  $EJ_0 \tau_g = -\varphi l/6$  nous trouvons

$$EJ_0 \delta_{bb} = l/3(1 + \varphi)$$

et pour une surcharge  $P$  de l'arc

$$X_b = \frac{Pl}{2(1+\varphi)} \cdot (2\omega_T - 3\omega_R) \dots \dots (4)$$

et pour une surcharge  $P_1$  du tirant

$$X_b = -\frac{P_1 l \varphi}{2(1+\varphi)} \cdot (2\omega_T - 3\omega_R) \dots \dots (5)$$

Finalement nous obtenons pour les moments d'encastrement de l'arc gauche et droit

$$M_g = X_a + X_b \text{ et } M_d = X_a - X_b$$

Nous possédons donc toutes les données pour calculer le système principal hyperstatique.

Dans la suite nous aurons à étudier deux états de surcharge, l'un symétrique et l'autre dissymétrique, car en admettant  $V_1, V_2, V_3 \dots V_n$  les tensions dans les aiguilles et en posant

$$X_1 = \frac{V_1 + V_n}{2}, X_2 = \frac{V_1 - V_n}{2}$$

$$X_3 = \frac{V_2 + V_{n-1}}{2}, X_4 = \frac{V_2 - V_{n-1}}{2}$$

nous trouvons

$$X_1 = -1, V_1 = -1, V_n = -1$$

$$X_2 = -1, V_1 = -1, V_n = +1$$

Pour l'état symétrique (fig. 6) il est d'après les formules (2) à (5)

$$X_a = \frac{l}{1+6\varphi} (6\omega_R - 5\omega''_P) + \frac{l \cdot 6\varphi}{1+6\varphi} \cdot \omega_R$$

$$X_b = 0.$$

et finalement

$$M_g = M_d = X_a$$

et avec une légère transformation

$$M_g = l \cdot \omega_R - \frac{5l}{1+6\varphi} (\omega''_P - \omega_R) \dots \dots (6)$$

Nous obtenons pour la tension  $H$  du tirant avec

$$H = H_0 - H_a X_a - H_b X_b$$

et 
$$H_a = -\frac{5}{4f}, H_b = 0 \text{ et } H_0 = -\frac{5l}{4f} \cdot \omega''_P$$

$$H = -\frac{15l(1+\varphi)}{2f(1+6\varphi)} \cdot (\omega''_P - \omega_R) \dots (7)$$

Les surfaces des moments fléchissants sont indiquées en figure 7 pour l'arc. Pour le tirant il n'y a qu'à supprimer la surface provenant de  $H$ .

Les fléchissements à la suite des moments  $M_g$  et de la tension  $H$  sont

$$EJ_0 \cdot \eta = \frac{M_g l^2}{2} \cdot \omega_R \dots (8)$$

et 
$$EJ_0 \cdot \eta = \frac{Hf l^2}{3} \cdot \omega''_P \dots (9)$$

En ce qui concerne le trapèze de la hauteur  $1 \cdot x$ , nous allons indiquer des formules très simples. La distance des aiguilles étant admise invariable, soit  $\lambda$ , nous admettons  $l = n\lambda$  et trouvons pour le point  $m$ , distancé de  $x$  de l'origine,  $x = m\lambda$ . La flexion  $\eta$  pour une section est égale à  $(1 : EJ)$  fois la valeur du moment pour la section, engendré par la surface  $M$  donnée, comme nouvelle surcharge de la poutre.

Il est, d'après ce procédé pour les points  $p, m$  et  $q$  en supposant

$$\left. \begin{aligned} & p < m < q \\ EJ\eta_p &= \frac{l^3}{6n^3} [3m^2 p (n-m) - p^3] & p < m \\ EJ\eta_m &= \frac{l^3}{6n^3} [3m^2 (n-m) - m^3] & p = m \\ EJ\eta_q &= \frac{l^3}{6n^3} [3mq (n-m) - q^3 + (q-m)^3] & q > m \end{aligned} \right\} (10)$$

Avec les formules (8), (9) et (10) nous trouvons facilement les lignes de fléchissement pour l'arc et pour le tirant. Pour ce dernier il va sans dire que, calculant d'abord les fléchissements multipliés par  $EJ_1$ , nous sommes obligés de multiplier ces résultats par  $\varphi$  pour obtenir le résultat final, soit les fléchissements multipliés par  $EJ_0$ .

Pour l'état dissymétrique (fig. 8) nous posons

$$\left. \begin{aligned} X_a &= 0 \\ X_b &= -2 \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{(1+\varphi)}{(1+\varphi)} \cdot (2\omega_T - 3\omega_R) \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

et 
$$\left. \begin{aligned} M_g &= -l(2\omega_T - 3\omega_R) \\ M_d &= +l(2\omega_T - 3\omega_R) \\ H &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

Les surfaces des moments fléchissants sont indiquées en fig. 9. Nous trouvons d'une part pour les fléchissements à la suite des moments  $M_g$  et  $M_d$

$$EJ\eta = M_g \frac{l^2}{6} (3\omega_R - 2\omega_T) \dots (13)$$

et d'autre part avec une certaine analogie avec les formules (10)

$$\left. \begin{aligned} EJ\eta_p &= \frac{l^3}{6n^4} \cdot p(n-2m) [m(n-m) - p^2]; & p < m \\ EJ\eta_m &= \frac{l^3}{6n^4} \cdot m^2(n-2m)^2 & p = m \\ EJ\eta_q &= \frac{l^3}{6n^4} \cdot q(n-2m) [m(n-m) - q^2] + & q > m \\ & \frac{l^3}{6} \frac{(q-m)^3}{n^3} \end{aligned} \right\} (14)$$

Les différents fléchissements connus, nous calculons les valeurs  $\delta_{11}, \delta_{13}, \delta_{15} \dots \delta_{22}, \delta_{24}, \delta_{26} \dots$  et établissons les équations élastiques

$$\left. \begin{aligned} X_1 \delta_{11} + X_3 \delta_{13} + \dots &= \Sigma P_m \delta_{m1} \\ X_1 \delta_{31} + X_3 \delta_{33} + \dots &= \Sigma P_m \delta_{m3} \\ \text{et } X_2 \delta_{22} + X_4 \delta_{24} + \dots &= \Sigma P_m \delta_{m2} \\ X_2 \delta_{42} + X_4 \delta_{44} + \dots &= \Sigma P_m \delta_{m4} \end{aligned} \right\} (15)$$

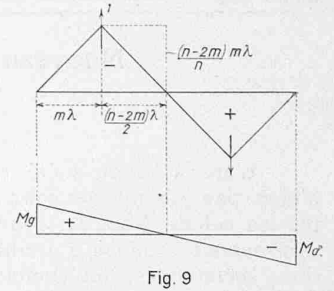
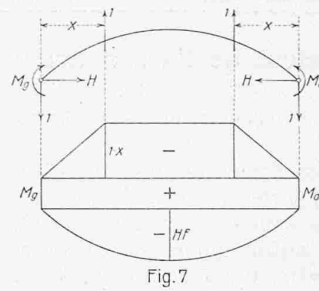
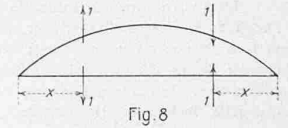
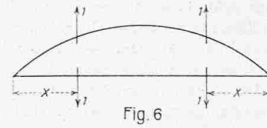
d'où résulte finalement après la solution de ces équations

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= X_1 + X_2, V_n = X_1 - X_2 \\ V_2 &= X_3 + X_4, V_{n-1} = X_3 - X_4 \end{aligned} \right\} \dots (16)$$

Le moment d'encastrement  $M_g$  se trouve d'après

$$M_g = M_{0g} - M_{1g} X_1 - M_{2g} X_2 \dots (17)$$

Nous admettons les surcharges appliquées au tablier, correspondant à la charge  $P_1$  en fig. 4.



Selon les formules (3) et (5) avec  $M_{0g} = X_a + X_b$  nous posons pour une surcharge  $P_1 = 1$

$$M_{0y} = \frac{l}{2} \frac{6\varphi}{(1+6\varphi)} \omega_R + \frac{l}{2} \frac{\varphi}{(1+\varphi)} (3\omega_R - 2\omega_T) \dots (18)$$

Les valeurs  $M_{1g}, M_{2g}, M_{3g} \dots$  sont celles qui ont été calculées pour le moment  $M_g$  pour  $X_1 = -1, X_2 = -1, X_3 = -1 \dots$  d'après les formules (6) et (12).

La valeur  $M_g$  nous intéresse beaucoup, parce qu'elle nous montre si notre système se comporte comme un arc à deux rotules ou bien comme un arc doublement encasté. Nous nous réserverons notre appréciation finale après avoir donné les résultats d'un exemple numérique.

Analogie à formule (17) il est

$$H = H_0 - H_1 X_1 - H_3 X_3 - H_5 X_5 - \dots (19)$$

avec 
$$H_0 = \frac{15l\varphi}{4f(1+6\varphi)} \cdot \omega_R \dots (20)$$

et les valeurs  $H_1, H_3, H_5 \dots$  calculées pour les différents états symétriques d'après formule (7), tout en tenant compte qu'il est  $H_2 = H_4 = H_6 \dots = 0$

Pour un point  $s$  de l'arc aux coordonnées  $x$  et  $y$  il est avec  $x' = l/2 - x$ :

$$M_s = M_{0s} - M_{1s} X_1 - M_{2s} X_2 - M_{3s} X_3 - \dots (21)$$

avec 
$$M_{0s} = -\left(\frac{5y}{4f} - 1\right) \frac{3\varphi l}{1+6\varphi} \omega_R + \frac{x''\varphi}{1+\varphi} (3\omega_R - 2\omega_T) (22)$$

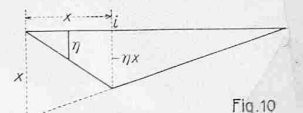
et les moments  $M_{1s}, M_{2s}, M_{3s} \dots$  trouvés d'après les figures 7 et 9.

Pour un point  $i$  du tablier, distancé de  $x$  de l'origine, il est

$$M_i = M_{0i} - M_{1i} X_1 - M_{2i} X_2 - M_{3i} X_3 \dots (23)$$

avec 
$$M_{0i} = -\eta + \frac{1 \cdot 3\varphi l}{1+6\varphi} \cdot \omega_R + \frac{x''\varphi}{1+\varphi} \cdot (3\omega_R - 2\omega_T) (24)$$

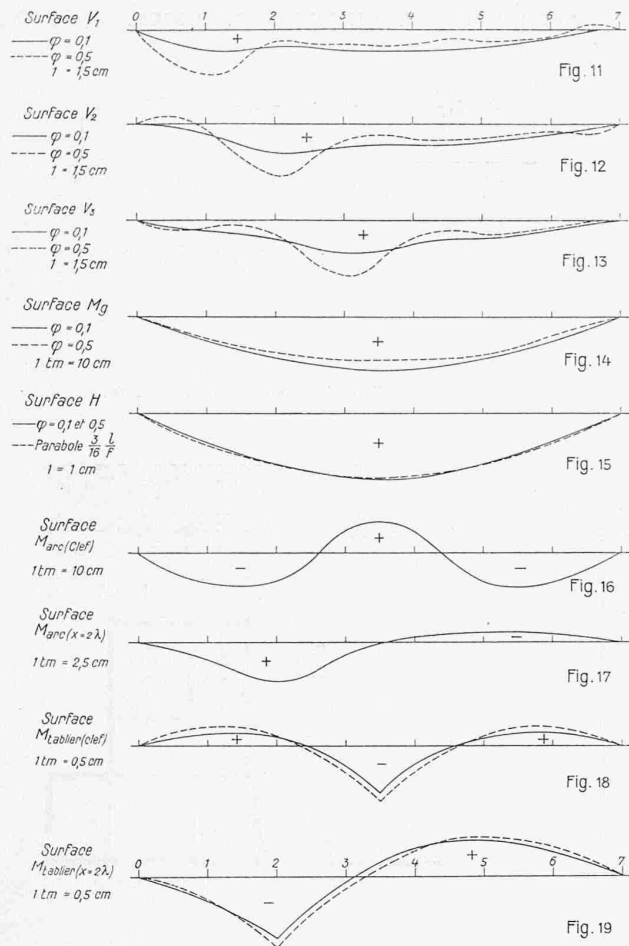
Les valeurs  $\eta$  sont les ordonnées de la ligne d'influence pour le moment d'un point  $i$  d'une poutre simple de la longueur  $l$  (fig. 10). Les moments  $M_{1i}, M_{2i}, M_{3i} \dots$  sont les mêmes que pour le point  $s$ , sauf qu'il faut supprimer en figure 7 la surface provenant de  $H$ . Avec les formules indiquées nous pouvons calculer les efforts dans n'importe quelle



partie du système, soit avec  $X_1, X_2 \dots$  et  $H$  les efforts normaux dans les aiguilles et le tirant, avec  $M_g$  le moment d'encastrement à la naissance de l'arc et du tablier, et avec  $M_s$  et  $M_i$  les moments fléchissants à un endroit quelconque de l'arc ou du tablier.

Dans la suite nous allons donner les résultats que fournissent nos formules pour un pont-route en béton armé de  $l = 7\lambda = 25,5$  m de portée et 5,20 m de hauteur.

A premier coup d'oeil l'on croit rencontrer des difficultés au sujet du choix de  $\varphi = \frac{J_0}{J}$ . On peut être tenté d'une part à prendre pour  $J_1$  le moment d'inertie de la



poutre représentant le tirant seul avec  $J_1 \sim 2J_0$  et d'autre part on peut aussi admettre comme tirant le tablier tout entier avec  $J_1 \geq 10J_0$ , ce qui démontre que  $\varphi$  variera entre  $\frac{1}{2}$  et  $\frac{1}{10}$ . Nous avons exécuté le calcul pour ces deux cas et nous pouvons déclarer que la variation de  $\varphi$  dans ces limites qui sont les seules pratiquement possibles n'a pas beaucoup d'importance. La concordance des résultats est d'autant plus frappante que les deux calculs varient de beaucoup sur toute leur étendue pour ne se rapprocher qu'après application de la dernière formule.

Nous trouvons dans les figures 11, 12 et 13 les lignes d'influence pour les efforts dans les tirants  $V_1, V_2$  et  $V_3$  et nous constatons que l'augmentation de la rigidité du tablier fait diminuer rapidement les efforts dans les aiguilles. En figure 14 est indiquée la ligne d'influence pour le moment d'encastrement  $M_g$  sur une échelle fortement exagérée, les ordonnées étant très minimales. Pour démontrer la différence dans le courant du calcul avec les deux valeurs  $\varphi$ , il suffit d'indiquer les résultats d'après la formule (17). D'une part il est pour  $\varphi = 0,5$ :  $\eta_2 = 2,4896 - 0,3669 - 0,0011 - 0,5558 + 0,0011 - 1,3552 - 0,1490 = + 0,0627$  et d'autre part pour  $\varphi = 0,1$ :  $\eta_2 = 1,2114 - 0,3680 + 0,0016 - 0,3687 - 0,0009 - 0,3599 - 0,0402 = + 0,0753$ . Comme en général nous ne calculons les ordonnées des lignes d'influence qu'à deux décimales, nous constatons que la différence est pratiquement nulle. La ligne d'influence pour  $M_g$  fournissant des ordonnées, n'ayant des unités qu'à partir de la deuxième décimale, il résulte que cette surface peut être négligée; les moments d'encastrement aux naissances de l'arc seront donc presque nuls pour n'importe quelles surcharges du tablier. Il en est de même pour les autres points de l'arc. Nous avons indiqué les lignes d'influence pour les moments de l'arc aux distances  $l/2$  (clef) et  $2\lambda$  dans les fig. 16 et 17 sur une grande échelle. Ces surfaces sont également presque zéro pour  $\varphi = 0,1$ .

En figure 15 nous avons reproduit la ligne d'influence pour la poussée  $H$  dans le tirant. La concordance des résultats pour les deux valeurs  $\varphi$  est parfaite, les ordonnées ne variant que sur la quatrième décimale. Nous pouvons donc préciser que la variation de  $\varphi$  n'a aucune influence sur  $H$ .

En trait hachuré nous avons indiqué dans la même figure la parabole pour la poussée  $H$  d'un arc simple à deux rotules. La flèche de cette parabole est  $z = \frac{3l}{16f}$ . Cette parabole ne varie que très légèrement avec la ligne exacte pour  $H$ . Elle peut donc pratiquement être substituée à celle-ci.

Dans les figures 18 et 19 nous trouvons en trait plein les lignes d'influence pour les moments produits dans le tirant au milieu et à la distance  $2\lambda$ . Ces lignes nous prouvent qu'il serait complètement inexact de considérer le tirant de la longueur  $l = n\lambda$  comme poutre continue à  $n$  ouvertures de la portée  $\lambda$ . Elles ressemblent au contraire de beaucoup aux lignes d'influences pour le moment fléchissant d'un arc à deux rotules, calculées d'après les procédés ordinaires. Dans les mêmes figures nous trouvons en traits hachurés les lignes d'influence calculées d'après ce dernier procédé. La différence entre les deux méthodes ne paraît pas bien grande.

**Conclusion.** De tout notre exposé il ressort que la tension  $H$  du tirant peut être calculée comme pour l'arc à deux rotules à l'aide d'une ligne d'influence parabolique ayant la flèche  $z = \frac{3l}{16f}$ . Les moments fléchissants dans l'arc n'étant pas considérables, il semble que l'on peut les négliger et dimensionner l'arc tout en ne tenant compte que des efforts normaux. Toutefois en procédant de cette façon nous serions d'avis de réduire les taux de travail des matériaux de 10 à 20%. Quant aux moments fléchissants du tirant et du tablier, il semble qu'ils peuvent être calculés à quelque chose près de la même façon que les moments d'un arc à deux rotules. Ceci cependant serait encore à vérifier par le calcul d'autres ponts et nous invitons tous les ingénieurs ayant à exécuter de pareils ouvrages, à employer entre autres notre méthode, qui paraît réaliser une sérieuse économie.

**Landhaus an der Schösslistrasse, Zürich.**

Architekt ERNST F. BURCKHARDT, Zürich.  
(Mit Tafeln 24 bis 27.)

Das auf den Tafeln 24 bis 27, sowie den Abbildungen 1 bis 7 (Seite 352) gezeigte Haus des Architekten Ernst F. Burckhardt gehört in jene, leider noch viel zu kleine Gruppe bürgerlicher Landhäuser, in denen die modernen Ideen ohne wesentliche Kompromisse, aber auch ohne den Charakter eines vorlauten Manifestes zum Ausdruck gekommen sind. Wie es einem Haus geziemt, das nicht der Repräsentation, sondern dem bürgerlichen Wohnen dienen soll, nimmt es auf die vorbeilaufenden Strassen keinen Bezug, es legt nicht anmassend und indiscret eine Axe quer über die Strasse, um Aufmerksamkeit zu erzwingen; wer sie sucht, wird die bescheidene Gartenpforte zu finden wissen, und die andern sollen daran vorbeigehen. Mit vornehmer Bescheidenheit fügt sich die Baugruppe ins Gelände, der alte Obstgarten wird nicht durch starr symmetrische Terrassierungen vergewaltigt, der Baublock will nicht durch schwere und massige Strenge imponieren; die Zerlegung des Raumprogramms auf zwei, im Winkel aneinanderstossende Trakte gab vielmehr Gelegenheit, die grosse Terrasse räumlich in die Komposition einzubeziehen, als Wohnraum im Freien durchzubilden, während im klassischen Schema Terrassen entweder nur äusserlich angefügt, oder monumentale Sockel des Gebäudes sind.

Diese offene, unrepräsentative Komposition hat auch ermöglicht, den Obstgarten fast unverändert zu lassen, mit andern Worten, die Baugruppe durch die Terrassen und Stützmauerchen allmählich in die Landschaft aufzulösen,