Pourquoi apprenons-nous les mathématiques?

Autor(en): **Franel, Jerome**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **93/94 (1929)**

Heft 5

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-43386

Band 94 Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. Nr. 5

Pourquoi apprenons-nous les mathématiques?

Par JEROME FRANEL, professeur à l'E. P. F., Zurich.[1]

Les hommes primitifs, environnés de dangers, dans un milieu généralement hostile et sans grands moyens de défense, vivaient continuellement dans la crainte et l'inquiétude. Chaque phénomène était pour eux la manifestation d'esprits bienfaisants ou malfaisants. Pour capter leur faveur ils eurent recours aux sacrifices; pour conjurer leur colère ou leurs maléfices ils imaginèrent un ensemble de rites compliqués et toute une magie mystérieuse. Ils avaient une foi profonde mais irraisonnée dans certains présages qui leur permettaient, croyaient-ils, de prévoir l'issue heureuse ou malheureuse de leurs entreprises.

Cet état dura pendant de longs siècles. Dans l'Iliade et l'Odyssée, l'impuissance de l'homme et l'infélicité de la vie sont souvent proclamées. L'homme est le plus malheureux des êtres qui respirent ou qui rampent sur la terre. Les dieux homériques agissent en dehors de toute considération d'équité; ils dispensent arbitrairement les maux et les biens. Les hommes d'après Hésiode sont plongés dans une détresse profonde. Incapables par eux-mêmes d'invention, les lois qui régissent les sociétés, les institutions, la morale, la religion, les arts sont un présent des dieux. Le feu, par exemple, n'est pas une trouvaille de l'homme; il a été dérobé au ciel par Prométhée qu'apitoyait la misère des mortels. Le Titan expia d'ailleurs sa criminelle audace par des siècles d'atroces souffrances, le foie dévoré par un vautour. Cette philosophie du découragement paraît l'emporter chez les Grecs du VI^e siècle, si l'on en juge par les fragments qui nous restent de Solon.

Des nécessités pratiques obligèrent dès la plus haute antiquité les Egyptiens et les Chaldéens, plus tard les Indiens, à s'occuper de calculs numériques; de même les arpenteurs de la vallée du Nil furent conduits par leurs travaux à découvrir empiriquement certaines propriétés géométriques élémentaires. Des esprits spéculatifs d'une rare pénétration, possédés par le démon du savoir, cherchèrent à se rendre compte des raisons de ces vérités constamment vérifiées par l'expérience. Leurs efforts aboutirent à constituer ce qu'on appelle une démonstration: prouver que telle proposition est une conséquence logique d'autres propositions antérieurement admises. Ce fut l'avènement de la raison. L'esprit scientifique était né, cet esprit qu'avec Descarte son peut caractériser ainsi: ne rien tenir pour certain qu'on ne reconnaisse évidemment être tel, esprit qui nous astreint à juger personnellement des choses, à discerner la vérité non à l'autorité de celui qui la proclame, mais à ses caractères propres. Cette découverte de l'esprit scientifique, qu'avec raison on appelle le miracle grec, est sans doute la plus prodigieuse révélation accomplie par l'homme dans le domaine intellectuel. A bien des égards toute notre civilisation occidentale n'en est qu'un corollaire.

Elle eut pour premier résultat de renouveler complètement la philosophie des Grecs. A une période de dépression succéda une ère de joyeux optimisme, de confiance dans les ressources de l'homme. Ce fut un véritable affranchissement. La divination et les sacrifices ne cessaient pas d'être employés, mais on avait perdu la foi dans leur efficacité! On croyait aux nouveaux moyens dont on disposait, l'homme n'était plus considéré comme un jouet des dieux, mais dans une grande mesure comme l'artisan de sa propre destinée. On s'efforça d'élargir le champ des applications de la méthode qui avait si bien réussi en géométrie. Aristote constitua sous le nom de logique une véritable science du raisonnement. C'est à cette époque que furent conçues et élaborées les notions de cause et de loi naturelle.

Il y eut d'inévitables réactions provoquées par les partisans des anciennes croyances, en partie aussi par l'enseignement de Socrate et par l'influence du mysticisme oriental, surtout après les conquêtes d'Alexandre. D'autre part il y eut des excès; des philosophes profonds et subtils inventèrent des systèmes qui ne visaient à rien de moins qu'à donner une explication totale de l'univers et de ses phénomènes. La raison humaine dans l'ardeur de son émancipation se livra à ce qu'on peut appeler sans exagération des orgies. Un correctif était nécessaire; ce fut l'œuvre des savants de la Renaissance.

La logique seule et les raisonnements même les plus parfaits, on s'en rendit compte à cette époque, sont impuissants à dévoiler les secrets de la nature. Une théorie mathématique explicative qui n'est pas fondée sur l'expérience et contrôlée par les faits est généralement stérile. Les Grecs étaient de bons observateurs, mais ils n'eurent pas l'idée de créer de toute pièce et artificiellement des phénomènes afin d'en étudier les lois ou de vérifier une hypothèse basée sur l'analogie ou l'induction. Il était réservé aux modernes, à Galilée, à Descartes, à Pascal, à Newton, à Leibnitz, à Huyghens et à leurs illustres disciples d'inventer cette nouvelle méthode d'investigation, l'expérimentation admirable complément du miracle grec, l'une des assises fondamentales de l'édifice scientifique, dont la portée et les conséquences sont incalculables. La méthode expérimentale et l'invention du calcul infinitésimal furent l'occasion d'éclatants triomphes en astronomie, en mécanique, en physique. Les espoirs les plus fous paraissaient légitimes, les savants se crurent en possession d'une méthode universelle et capables de résoudre tous les problèmes. Joseph Bertrand, dans la préface de son grand traité de Calcul différentiel et intégral, s'exprime à ce propos de la manière suivante: „les premiers succès furent d'abord tels que l'on pût supposer toutes les difficultés de la science surmontées à l'avance, et croire que les géomètres, sans être distraits plus longtemps par l'élaboration des mathématiques pures, pourraient tourner exclusivement leurs méditations vers l'étude des lois naturelles. Il fallut en rabattre, heureusement; le jour où la mathématique ne serait plus qu'une machine à raisonner, elle perdrait tout son charme et jusqu'à sa raison d'être. Mais ces périodes de foi et d'enthousiasme sont créatrices d'énergie et fertiles en découvertes. Les défis que s'adressaient les savants du XVII^e et du XVIII^e siècles, l'émulation qu'ils suscitèrent, eurent pour résultat de montrer l'extrême fécondité des nouvelles méthodes infinitésimales. Plus soucieux d'avancer que d'assurer leurs pas, ils procédèrent à la façon du philosophe ancien qui prouvait le mouvement en marchant. Plus tard, des esprits plus circonspects, plus exigeants en fait de logique pure, s'éfforcèrent d'établir la légitimité du nouveau calcul et d'étayer solidement ses fondements. Cette révision des principes, cet examen de conscience qui sont loin d'être achevés étaient devenus nécessaires, l'homme, le savant surtout ne se sent pas à l'aise sur le sable mouvant. Il fut d'ailleurs suivi d'un départ pour de nouvelles conquêtes, et cette alternance dans les travaux des pionniers qui se frayent un chemin dans l'inconnu par les moyens les plus divers et souvent les plus imprévus, et dans ceux qui aplanissent le chemin amorcé et le rendent accessible au plus grand nombre, paraît bien être une condition nécessaire du progrès.

Le succès fabuleux de la mathématique, sa réussite merveilleuse devait réagir fortement sur les autres branches du savoir humain. La netteté lumineuse de ses méthodes, la

[1] Cours d'adieu, prononcé le 12 juillet 1929.

certitude de ses résultats en faisaient pour les autres sciences un modèle à imiter, un idéal à poursuivre; elles s'efforcent à l'envi de sortir de la période purement qualitative, d'introduire la mesure, c'est à dire la quantité, de rechercher les relations numériques entre les grandeurs dont elles s'occupent. Même dans les sciences plus voisines de l'observation pure et simple, la déduction tend à jouer un rôle de plus en plus important, déduction, cela va sans dire, fondée sur l'expérimentation et l'expérience.

La mathématique est à la fois un instrument et une discipline, un instrument d'une merveilleuse puissance, mais aussi une discipline incomparable. Les uns la considèrent surtout comme un moyen. C'était le cas de Fourier par exemple. Comme il reprochait à ses illustres confrères Abel et Jacobi de ne pas s'occuper de préférence du mouvement de la chaleur, ce dernier répondit à Legendre en ces termes: il est vrai que M. Fourier avait l'opinion que le but principal des mathématiques était l'utilité publique et l'explication des phénomènes naturels; mais un philosophe comme lui aurait dû savoir que le but unique de la science, c'est l'honneur de l'esprit humain, et que, sous ce titre, une question de nombre vaut autant qu'une question du système du monde. Les deux tendances dont nous parlons sont affaire de tempérament, beaucoup plus que de raisonnement; elles sont légitimes toutes deux à condition de ne pas s'exclure l'une l'autre. Mais faire de la mathématique uniquement l'auxiliaire ou la servante des sciences de la nature, c'est la mutiler, en méconnaître le véritable caractère. Chaque mathématicien a ses préférences, mais il n'a aucun titre à les imposer à autrui, l'esprit souffle où il veut. Comme le remarque Picard, la dépendance a toujours été intime entre la science pure et la science appliquée; elles réagissent constamment l'une sur l'autre, tantôt dans un sens, tantôt dans un autre, la pratique conduisant ici à la spéculation, tandis que la théorie a été ailleurs l'origine de recherches pratiques. La théorie apparaît de plus en plus comme le germe fécond d'où sortent la plupart des progrès dans l'industrie. La source tarirait promptement si un esprit exclusivement utilitaire venait à dominer dans nos sociétés.

Et maintenant, quels bénéfices peut-on attendre d'une science si haut prisée? Le principal à mon sens est de nous donner de bonnes habitudes d'esprit, de fortifier en nous la raison et le jugement, de nous doter d'un bon sens lucide et clairvoyant qui consiste à ne pas se payer de mots et d'apparences, à voir les idées sans les mots et les choses sans les idées. L'étude des mathématiques, par leur rigueur et leur exactitude, nous contraint, bon gré mal gré, à nous exprimer avec netteté et précision, elle nous apprend le respect de la vérité. L'enseignement des mathématiques est très propre à faire sortir l'auditeur du régime de la passivité, à le mettre en mesure de pratiquer une méthode, de découvrir un fait, une notion, une idée, à lui donner confiance dans ses propres forces en lui faisant résoudre, seul et sans secours, des problèmes à sa portée, à éveiller ainsi chez lui le sens de l'invention. Il développe aussi à un haut degré l'esprit critique. Pasteur disait: ayez le culte de l'esprit critique. Réduit à lui seul il n'est ni un éveilleur d'idées, ni un stimulant de grandes choses. Sans lui tout est caduc, il a toujours le dernier mot. Nulle science n'est plus capable que la mathématique d'exalter le goût d'être soi-même, de se développer en toute indépendance. Aucune n'est plus négative du principe d'autorité dans l'ordre intellectuel. Nulle part le témoignage d'un savant réputé n'a moins de poids en l'absence d'une preuve rigoureuse. En mathématiques, dit le géomètre français Denjoy, la grandeur d'une époque se mesure à son indifférence à l'égard de la tradition. Une science qui développe chez celui qui la cultive une pareille autonomie mérite la couronne que lui tressait l'illustre Gauss en l'appelant la reine des sciences.

Mais ne soyez pas exclusifs, ne vous enfermez pas dans un cercle trop restreint de préoccupations, la spécialité vous saisira toujours assez tôt. Vous êtes des hommes du temps présent; pour le comprendre, pour se rendre compte de ses besoins et de ses aspirations, il est nécessaire d'avoir une idée au moins sommaire de l'évolution de l'humanité et des étapes qu'elle a franchies. D'autre part la vie et l'action vous proposeront sans cesse des problèmes qui exigent une solution rapide, et la science avec ses méthodes sûres mais lentes est loin d'y suffire. L'intuition a donc sa place très considérable dans la vie réelle, et une intelligence qui en serait dépourvue serait singulièrement désarmée dans le combat de la vie. Aussi la connaissance de l'histoire et des littératures est-elle le complément obligé d'une éducation à base scientifique. Vos programmes, je le sais, sont très chargés, mais une sage économie de votre temps et une bonne méthode de travail vous permettront, sans efforts au-dessus de vos forces, de mener de front ces deux genres d'études, pour peu que vous le vouliez.

La plupart d'entre vous étudient les mathématiques non pour elles-mêmes, mais en vue de leurs applications. Or on peut les étudier, même quand on les considère comme un simple moyen, dans un esprit désintéressé, autrement que par les lunettes de ceux qu'en allemand on désigne par le terme expressif de „Brotstudenten". Le vaste monde des vérités mathématiques édifié par des millions de chercheurs et par quelques hommes de génie a sa beauté propre comme toute œuvre de foi et d'amour. J'espère qu'à fréquenter ce temple auguste vous aurez, ne fût-ce qu'une au deux fois, cette sorte de frisson qu'on éprouve à la vue d'un beau spectacle, ou à la lecture d'un beau poème, ou à l'audition d'un beau concert, et je puis vous assurer qu'alors vous garderez du temps de vos études un souvenir inoubliable. C'est, Messieurs les étudiants, ce que souhaite, de tout son cœur, votre vieux maître, au moment de vous quitter.

Ueber Fourier-Reihen.

Von HANS LIEBERHERR, Ingenieur, Zürich.

In neuerer Zeit gewinnen infolge der weitgehenden Untersuchung erzwungener Schwingungsvorgänge die Zerlegungen graphisch gegebener Funktionen in ihre Fourier-Komponenten erhöhtes Interesse. Im folgenden wird auf Grund einer vektoriellen Deutung der Koeffizientengleichungen ein graphisches Verfahren zur harmonischen Analyse entwickelt, das sich durch Mindestmass an Rechenarbeit, Uebersichtlichkeit in der Anwendung, Bestimmung von a_λ und b_λ durch einen einzigen Rechnungsgang als Komponenten des Schlussvektors R_λ kennzeichnet.

Setzt man für eine periodische Funktion f von der Periode 2π des Argumentes x die Reihe an

$$f(x) = a_0 + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + \ldots + a_\lambda \cos \lambda x + \ldots$$
$$+ b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + \ldots + b_\lambda \sin \lambda x + \ldots$$

so ergeben sich bekanntlich die Koeffizienten $a_1, a_2 \ldots a_\lambda \ldots$ $b_1, b_2 \ldots b_\lambda \ldots$ zu

$$a_\lambda = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos \lambda x \, dx$$

$$b_\lambda = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin \lambda x \, dx$$

a_0 ist gleich der mittleren Höhe der zu untersuchenden Kurve.

Fasst man jetzt a_λ und b_λ als die rechtwinkligen Komponenten eines Vektors R_λ auf, so lässt sich in komplexer Form schreiben

$$R_\lambda = a_\lambda + i\, b_\lambda = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \{\cos \lambda x + i \sin \lambda x\} \, dx$$

oder mit $\cos \lambda x + i \sin \lambda x = e^{i \lambda x}$

$$R_\lambda = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \, e^{i \lambda x} \, dx \quad \ldots \ldots \quad (A)$$

Die Lösung dieses Integrals geschehe durch eine Differenzenmethode in der Weise, dass man sich die Kurve durch eine Treppenlinie ersetzt denkt, sodass jeweils innerhalb einer Stufe $x_{k-1} < x < x_k$ $f(x)$ als konstant betrachtet werden darf mit dem Mittelwert f_{km} (Abb. 1). Das Integral schreibt sich dann: