**Band 97** Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich. **Nr. 21**


# Schwingungsdämpfer.

Von Prof. Dr. Ing. O. FÖPPL, Braunschweig, Wöhler-Institut.

Man hat sich in den letzten Jahren bemüht, die Störungen, die an einem Maschinenteil durch Impulse im Rhythmus der Eigenschwingungszahl angefacht werden, durch zusätzliche Vorrichtungen zu dämpfen. Man kann auf diese Weise z. B. Biegungsschwingungen mildern, die durch eine umlaufende Maschine an einem Bauteil (z. B. einem Träger) auftreten, oder man kann Drehschwingungen in ihrem Ausschlag verringern, die etwa an einer Dieselmaschine infolge der Drehimpulse im Rhythmus der Eigenschwingungszahl der Kurbelwelle auftreten. Die Aufgabe ist in beiden Fällen die gleiche.[1]) Sie kann mit ganz ähnlichen Mitteln gelöst werden. Wir können deshalb im nachfolgenden beide Fälle zu gleicher Zeit behandeln.

Das vorliegende Problem hat gerade für die Kurbelwellen von Dieselmaschinen oder Benzinmotoren besonders grosse Bedeutung. Viele Dieselmotorenwellen, Autokurbelwellen oder Flugzeugkurbelwellen erleiden im Betrieb plötzlich und ohne vorhergehende Anzeichen einen Dauerbruch infolge Drehschwingungen, der grosse Wiederherstellungskosten verursacht und unter Umständen auch Menschenleben gefährdet. Im Nachfolgenden werden einfache Mittel besprochen, mit denen man diese Gefahr ganz wesentlich vermindern kann.

*Schwingungsdämpfer ohne Resonanz.*

In Abb. 1 ist $m_1$ eine Masse, die an einer Feder $c_1$ befestigt ist und die zu gradlinigen Schwingungen mit der Eigenschwingungszahl $n = \frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{c_1}{m_1}}$ angeregt wird. Um den Schwingungsausschlag zu dämpfen, kann man an die Masse $m_1$ ein Verlängerungsstück $c_2$ befestigen und darauf eine Masse $m_2$ führen, die durch Reibungskraft $R$ an der Bewegung von $m_1$ teilnimmt. Die gleiche Anordnung kann man sich auch als Kurbelwelle vorstellen, bei der $c_1$ das Stück Kurbelwelle rechts vom Knotenpunkt $p$ und $m_1$ das Trägheitsmoment der Schwungmasse ist. $m_2$ ist in diesem Falle das Trägheitsmoment einer Dämpfermasse, die durch Reibung von der Kurbelwelle aus beschleunigt und verzögert wird.

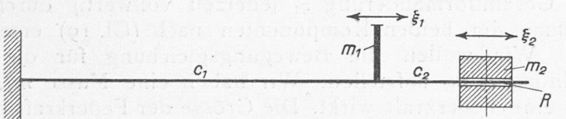


Abb. 1

Wir berechnen zunächst die dämpfende Wirkung der Anordnung nach Abb. 1. Wenn die Reibungskraft $R$ gleich 0 ist, dann nimmt die Masse $m_2$ an der Bewegung der Masse $m_1$ in keiner Weise teil. Der Dämpfer hat keine Wirkung. Ebenso versagt der Dämpfer, wenn die Reibung genügend gross ist: Dann macht $m_2$ die gleichen Bewegungen wie $m_1$ ohne Phasenverschiebung mit, die Reibungskraft $R$ legt keinen Weg relativ zur Stange $c_2$ zurück. Es wird also auch keine Arbeit von der Anordnung $c_2\ m_2$ in Wärme umgesetzt.

Wenn aber die Reibungskraft $R$ einerseits nicht null und anderseits nicht kleiner ist als die grösste auftretende Beschleunigungskraft, dann findet eine Bewegung zwischen $m_1$ und $m_2$ statt, die mit Energieumsetzung verbunden ist. Wir suchen den Wert, den die Reibung annehmen muss, damit die Dämpfungswirkung den grössten Wert erhält.

Die Wege der Massen $m_1$ und $m_2$ gegen die Ruhelage nennen wir $\xi_1$ bezw. $\xi_2$. Wir setzen ferner voraus, dass die Reibungskraft $R$ verhältnisgleich mit der Relativgeschwindigkeit der beiden Massen anwächst und schreiben:

$$R = k\,\frac{d\,(\xi_2 - \xi_1)}{dt} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

$k$ ist der Reibungsfaktor.

Wir nehmen an, die Masse $m_1$ sei beliebig gross gegenüber der Dämpfermasse $m_2$, sodass die Eigenschwingungszahl $n_1 = \frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{c_1}{m_1}}$ der Anordnung $c_1\ m_1$ durch das Aufsetzen des Dämpfers nicht beeinflusst wird. Wir setzen ferner:

$$\xi_1 = \xi_{10}\ \cos \omega\, t\,. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

darin bedeuten $\xi_{10}$ den Grösstausschlag der Masse $m_1$ und $\omega$ die Winkelgeschwindigkeit $\sqrt{\frac{c_1}{m_1}}$ der Schwingung.

Die dynamische Grundgleichung für die Masse $m_2$ lautet:

$$m_2\,\frac{d^2\,\xi_2}{dt^2} = -\,k\,\frac{d\,(\xi_2 - \xi_1)}{dt} \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Bei der Bewegung wird auf das relative Wegstück $\frac{d\,(\xi_2 - \xi_1)}{dt}\,dt$ die Arbeit $dA$ umgesetzt, die gleich ist Kraft mal Wegänderung. Während einer vollen Schwingung wird also der Arbeitsbetrag $A$ umgesetzt, den wir gleich setzen können:

$$A = \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} k\,\frac{d\,(\xi_2 - \xi_1)}{dt}\,\frac{d\,(\xi_2 - \xi_1)}{dt}\,dt \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Das Integral ist zu erstrecken von der Zeit 0 bis zur Zeit $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Wir setzen $\xi_2 - \xi_1 = \eta$ und $\frac{d\eta}{dt} = w$. Aus Gl. (3) wird dann unter Berücksichtigung von Gl. (2):

$$m_2\,\frac{dw}{dt} - m_2\,\xi_{10}\,\omega^2\,\cos \omega\, t + k\,w = 0 \quad . \quad . \quad (5)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung lautet

$$w = C_1\ \sin \omega\, t + C_2\ \cos \omega\, t\,. \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Die Integrationkonstanten $C_1$ und $C_2$ bestimmen wir durch Einsetzen von Gleichung (6) in Gleichung (5):

$$C_1\,m_2\,\omega\ \cos \omega\, t - C_2\,m_2\,\omega\ \sin \omega\, t + C_1\,k\ \sin \omega\, t +$$
$$C_2\,k\ \cos \omega\, t - m_2\,\xi_{10}\,\omega^2\ \cos \omega\, t = 0 \quad . \quad . \quad (7)$$

Die Glieder, die $\sin \omega\, t$ enthalten, und diejenigen, die $\cos \omega\, t$ enthalten, müssen je für sich zur Befriedigung der Gleichung verschwinden. Daraus folgt

$$C_1 = +\frac{m_2\,\omega}{k}\,C_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

und $$C_2\left(\frac{m_2^2\,\omega^2}{k} + k\right) = m_2\,\xi_{10}\,\omega^2;\ C_2 = \frac{k\,m_2\,\omega^2\,\xi_{10}}{m_2^2\,\omega^2 + k^2} \quad . \quad (9)$$

Wir setzen die Werte aus Gleichung (8) und (9) in Gleichung (6) ein und erhalten:

$$w = \frac{m_2\,\omega^2\,\xi_{10}}{m_2^2\,\omega^2 + k^2}\,(k\ \cos \omega\, t + m_2\,\omega\ \sin \omega\, t) \quad . \quad (10)$$

Nach Gleichung (4) wird

$$A = \int_0^{2\pi} \frac{k}{\omega}\,w^2\,d\,(\omega\, t) = \frac{k\,m_2^2\,\omega^3\,\xi_{10}^2}{(m_2^2\,\omega^2 + k^2)^2}\,(k^2\,\pi + m_2^2\,\omega^2\,\pi)$$
$$= \frac{\pi\,k\,m_2^2\,\omega^3}{m_2^2\,\omega^2 + k^2}\,\xi_{10}^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Um das Maximum an Dämpfungsarbeit, die auf eine Schwingung umgesetzt wird, zu erhalten, setzen wir $\frac{dA}{dk} = 0$. Der so ausgezeichnete Wert für den Reibungskoeffizienten $k_0$ ist

$$k_0 = m_2\,\omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

---

[1]) O. Föppl: Grundzüge der technischen Schwingungslehre, 2. Auflage 1931.