

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Band: 101/102 (1933)
Heft: 11

Artikel: Die Auswertung unsymmetrischer Verteilungsreihen der
Grosszahlforschung
Autor: Kummer, W.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-82965>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 22.11.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Die Auswertung unsymmetrischer Verteilungsreihen der Grosszahlforschung. — Die Bergsturzgefahr am Kichenstock. — Glarner Berg- und Ferienhäuser. — Internationaler Verband der Schifffahrtkongresse. — Mitteilungen: Der Elektronenstrahl-Oszillograph. Ein interessanter Brückenwettbewerb. Die neue eid-

genössische Verordnung betreffend Verhütung von Unfällen bei Sprengarbeiten. Die freie Bestuhlung der Schulzimmer. Neuartige Schweissdrahtprofile. — Literatur. — Nekrologe: Emanuel J. Propper. Arnold Sonderegger. — Schweizer Verband für die Materialprüfungen der Technik. — Mitteilungen der Vereine. — Vortrags-Kalender.

Band 101

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich.
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 11

Die Auswertung unsymmetrischer Verteilungsreihen der Grosszahlforschung.

Von Prof. Dr. W. KUMMER, Ingenieur, Zürich.

In der Sitzung der Pariser „Académie des Sciences“ vom 7. Mai 1932 hat E. Jouguet eine Arbeit von R. Gibrat „Sur l'ajustement mathématique des courbes de débit d'un cours d'eau“ zur Kenntnis gebracht, deren Bedeutung für die Auswertung unsymmetrischer Verteilungsreihen der Grosszahlforschung uns veranlasst, den dieser Arbeit zu verdankenden Fortschritt der Statistik im Dienste der Technik eingehend zu würdigen.¹⁾

Die Verteilungsreihen der Grosszahlforschung werden vorzugsweise als sog. Häufigkeitskurven veranschaulicht, wobei als Abszissen die Messzahlen, als Ordinaten die zu jeder Messzahl gehörige Häufigkeit, d. h. die Anzahl der Werte, die von der betreffenden Messzahl vorliegen, aufgetragen werden. Die so erhaltenen Kurven zeigen dann normalerweise einen glockenförmigen Verlauf, gemäss Abbildung 1. Indem man die Messzahlen oder „Merkmale“ mit:

$$y_1, y_2, y_3, \dots, y_i \dots, y_r,$$

die ihnen zugeordneten Häufigkeiten mit:

$$P_1, P_2, P_3, \dots, P_i \dots, P_r$$

bezeichnet, pflegt man folgende Definitionen ausgezeichneten Zahlenwerte der Abszissen zur raschen Kennzeichnung der Verteilungsreihe anzuwenden:

den *Durchschnittswert* y_d der Merkmale, wobei:

$$y_d = \frac{\sum (y_i)}{r}$$

ist, den *Normalwert* y_a der Merkmale, für den:

$$P_i = P_{\max}$$

und den *Zentralwert* y_z der Merkmale, für den

$$\int_{-\infty}^{y_z} P_i dy = \int_{y_z}^{+\infty} P_i dy$$

gilt. Bei rein symmetrischer Verteilungskurve ist:

$$y_d = y_z = y_a.$$

Bei unsymmetrischer Verteilungskurve ist in der Regel näherungsweise:

$$2 y_d + y_a = 3 y_z.$$

Indem man die Häufigkeiten P_i im Relativmass ausdrückt, derart, dass:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P_i dy = 1$$

ist, lassen sich die Häufigkeits- bzw. Verteilungs-Kurven mit bekannten einfachen, mathematischen Kurven vergleichen und demgemäss auswerten.²⁾ Die symmetrische Verteilungskurve wird mittels der neuen Abszissen:

$$x_i = y_i - y_d$$

so dargestellt, dass ihr Maximum P_{\max} bei der Abszisse 0 erscheint. Aus:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sum (y_i - y_d)^2}{r}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i^2)}{r}}$$

folgt dann ihre „Streuung“ oder „Dispersion“, womit die, die Kurve „auswertende“ Gauss'sche Form:

$$P = \frac{1}{\mu \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\mu^2}}$$

¹⁾ In einer ausführlicheren, in der „Revue générale de l'Electricité“ erschienenen, auf S. 305 von Bd. 100 (am 3. Dez. 1932) kurz gewürdigten Arbeit hat R. Gibrat sich über die Gesetzmässigkeit der Abflussmengen noch eingehender geäussert.

²⁾ Auch die in Abb. 1 dargestellte Häufigkeitskurve ist so gebildet.

begründet wird. Bei unsymmetrischer Verteilungskurve lässt sich eine Konstante:

$$m = \sum (y_i P_i)$$

bestimmen, mittels der sich etwa die Form von Poisson:

$$P = e^{-m} \frac{m^x}{x!}$$

für die auswertende Kurve, oder, bei einer Zerlegung von m nach:

$$m = n p$$

sich die Form von Bernoulli:

$$P = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

für die auswertende Kurve ergibt. Auch die Gauss'sche Konstante μ ist übrigens aus n und p darstellbar, und zwar gemäss:

$$\mu = \sqrt{n p (1-p)}.$$

Sofern man es mit symmetrischen, der Gauss'schen Form hinlänglich entsprechenden Häufigkeitskurven zu tun hat, darf der Schluss gezogen werden, dass die von P_{\max} abweichenden Werte P rein zufallsmässig die jeweiligen Abweichungen erlangten; damit wird eben die Art der Verteilung als „Zufallsverteilung“ identifiziert. Bei unsymmetrischen Häufigkeitskurven ist ihre Auswertung auf Grund der Kurven von Bernoulli oder von Poisson, die durch die Wahrscheinlichkeits-Rechnung der Gauss'schen Kurve nahe stehen, selten wirklich gesichert oder genetisch begründet; dem von verschiedenen Statistikern, insbesondere von C. Pearson, ergriffenen Ausweg, zur Kurvenauswertung eigene Formeltypen geradezu zu erfinden, kann man erst recht keine zwingende Deutungskraft zubilligen, obwohl natürlich das Ziel dieser „Auswertung“, das grosse, durch die Verteilungsreihe vereinigte Zahlenmaterial durch eine kleine Zahl von Koeffizienten zu ersetzen, als grundsätzlich erreicht gelten kann. Es ist deshalb zu begrüssen, dass R. Gibrat auf den Gedanken kam, unsymmetrische Verteilungen ebenfalls der Darstellung durch die Gauss'sche Kurve zu unterwerfen, indem eine funktionelle Umformung der „Merkmale“ der Verteilung zu Hilfe genommen wird. Bemerkenswerter Weise gibt es nun einen, einer genetischen Deutung fähigen, funktionellen Umformungsansatz; Gibrat bezeichnet seinen Inhalt als „Gesetz der proportionalen Wirkung“. Betrachten wir nunmehr, wie man zu diesem Ansatz gelangen kann.

Wenn eine Verteilungsreihe durch die Gauss'sche Formel befriedigt werden kann, so bedeutet dies offenbar, dass zahlreiche „Ursachen“ bei der Bildung der Zahlenwerte der Reihe im Spiele sind, dass die Wirkung jeder Ursache unabhängig ist von derjenigen der andern Ursachen, und dass die Wirkung jeder Ursache klein gegenüber der Gesamtwirkung aller Ursachen ist. Die Gauss'sche Formel enthält deshalb implizite die Aussage des Vorhandenseins einer konstanten Wirkung. Wir können diesen Befund von R. Gibrat vervollständigen durch die Angabe, die in der Gauss'schen Formel liegende „konstante Wirkung“ sei eine „kleinste Wirkung“, indem schon K. F. Gauss klar erkannte, dass zwischen der aus seiner Formel begründeten „Methode der kleinsten Quadrate“ und der Methode, den Schwerpunkt mehrerer Massenpunkte zu finden, eine Analogie bestehe, der auch das Prinzip des kleinsten Zwangs, bzw. das Prinzip der kleinsten Wirkung

zu Grunde liegt.³⁾ Wenn nun aber beim Entstehen der Verteilungsreihe keine konstante Wirkung mehr im Spiele ist, so wird wohl eine unsymmetrische Kurve dieser Verteilung entstehen. Der nächstliegende Ansatz zur Berücksichtigung dieser Sachlage liegt nun offenbar in der Annahme, die elementare Aenderung dx des Merkmals, das wir nunmehr immer mit x bezeichnen, sei gerade proportional dem Zahlenwerte x des Merkmals selbst, womit das „Gesetz der proportionalen Wirkung“ begründet wird. In die Gauss'sche Funktion ist somit ein neues Merkmal z zu setzen, das bestimmt erscheint aus:

$$\frac{dx}{x} = dz,$$

womit man durch Integration und Verallgemeinerung:

$$z = a \log(x - x_0) + b$$

erhält. Indem man die Gauss'sche Funktion durch den Ansatz: $2\mu^2 = 1$ weiter vereinfacht, und anstelle von P :

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-z^2}$$

schreibt, wird nun die Allgemeinform der von R. Gibrat eingeführten, sein „Gesetz der proportionalen Wirkung“ ausdrückenden Verteilungsfunktion durch die zwei simultanen Gleichungen:

$$\begin{cases} p(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-z^2} \\ z = a \log(x - x_0) + b \end{cases}$$

mit den drei, je im konkreten Fall zu bestimmenden Konstanten a , b und x_0 festgelegt. In Abbildung 2 haben wir die Verteilungsfunktion $p(x)$ über dem Merkmal x abgebildet. Zum Unterschied von der vollständigen Gauss'schen Funktion P möge $p(x)$, wie meist üblich, kurzweg als „Fehlerfunktion“ bezeichnet werden.

Da nun das empirisch gewonnene, für die Verteilungsreihe zu verwertende Zahlenmaterial im allgemeinen, bei der Darstellung der Häufigkeitskurve nicht den schon ausgeglichenen Kurvencharakter der Abbildung 1, sondern einen eckigen Linienzug aufweist, wird ein Ausgleich der Unregelmässigkeiten im Uebergang von der Häufigkeitskurve zur Summenkurve gewonnen. Aus den Zahlenwerten der Häufigkeitskurve erlangt man die Zahlenwerte der Summenkurve durch sukzessive Addition der Werte der ersten Kurve; also erfolgt formal der Uebergang von einer Häufigkeitskurve:

$$P = f(y) \quad \text{oder} \quad P = \varphi(x)$$

mittels der Operation:

$$\int_{-\infty}^y P dy = S \quad \text{oder} \quad \int_{-\infty}^x P dx = S$$

zur Summenkurve S . In Abbildung 3 ist die Summenkurve für die Häufigkeitskurve der Abbildung 1 veranschaulicht, indem anstelle der Abszissen y der Abb. 1 in Abb. 3 gleichwertige Abszissen x benutzt wurden. Die Summenkurve der Fehlerfunktion $p(x)$ lautet nun:

$$R(z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-z^2} dz.$$

Von dieser, in Abb. 4 veranschaulichten Summenkurve $R(z)$ wird nun erst ein wirklich praktischer Gebrauch zur Auswertung von Verteilungsreihen gemacht, wie im Folgenden näher gezeigt wird. Die genaue Kenntnis der einzelnen Werte dieser Grösse $R(z)$ ist daher notwendig. Man kann sie aber ohne weiteres aus dem sog. „Wahrscheinlichkeitsintegral“ J ableiten, dessen Werte man, tabellarisch geordnet, in den Lehrbüchern und Handbüchern der mathematischen Statistik findet. Der Zusammenhang von J mit $R(z)$ ist der folgende:

Von $z = -\infty$ bis $z = 0$ gilt:

$$R(z) = \frac{1}{2} (1 - J)$$

³⁾ Man vergleiche die von Ph. E. B. Jourdain im Bändchen Nr. 167 von „Ostwald's Klassiker der exakten Wissenschaften“ herausgegebenen Abhandlungen von Lagrange, Rodrigues, Jacobi und Gauss, insbesondere die Seiten 27 und 46.

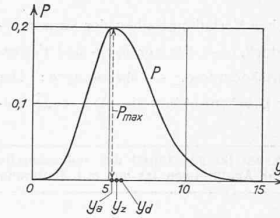


Abb. 1. Beispiel einer unsymmetrischen Häufigkeitskurve.

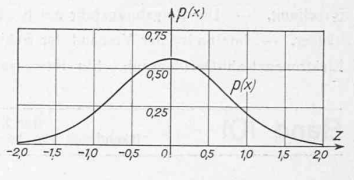


Abb. 2. Häufigkeitskurve der Fehlerfunktion.

Von $z = 0$ bis $z = +\infty$ gilt:

$$R(z) = \frac{1}{2} (1 + J).$$

Der explizite Wert von J ist entweder durch das Integral:

$$J = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-z^2} dz$$

oder durch die konvergente Reihe:

$$J = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(z - \frac{z^3}{3 \cdot 1!} + \frac{z^5}{5 \cdot 2!} - \frac{z^7}{7 \cdot 3!} \dots \right)$$

gegeben.

Die Bedeutung der Anwendung von $R(z)$ anstelle von $p(x)$ liegt nicht nur im Gewinn erhöhten Ausgleichs der empirisch gewonnenen Zahlen untereinander, sondern auch noch darin, dass man nun veranlasst wird, auch noch andere Verteilungsreihen demgemäss auszuwerten, nämlich solche, deren Häufigkeitskurven gar keinen glockenförmigen Verlauf mehr, sondern einen beliebigen Verlauf, wie z. B. auch einen hyperbolischen, oder sogar einen U-förmigen Verlauf, besitzen.

Durch die Koordinierung der Formeln:

$$\begin{cases} R(z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-z^2} dz \\ z = a \log(x - x_0) + b \end{cases}$$

erhalten nun die ausgezeichneten Kennwerte von Verteilungsreihen, d. h. die eingangs definierten, nunmehr mit geänderter Abszisse bezeichneten Werte x_d , x_a und x_z eine explizite Formulierung:

Man findet für den am leichtesten zu bestimmenden Zentralwert x_z , dass er nach Abb. 4 gemäss seiner Definition gerade auf die Abszisse $z = 0$ entfällt; deshalb muss

$$0 = a \log(x_z - x_0) + b$$

gelten, womit man:

$$\log(x_z - x_0) = -\frac{b}{a}$$

findet. Für den Durchschnittswert x_d gilt, dass er, bei Benutzung des Momentensatzes, mit Hilfe des Integrals

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) x dx$$

gewonnen werden muss; er ergibt sich aus:

$$\log(x_d - x_0) = \frac{1}{4 a^2 \log e} - \frac{b}{a}$$

wobei e die bekannte Zahl: $e = 2,718 \dots$ bedeutet. Den Normalwert x_a , für den $p(x)$ ein Maximum ist, gewinnt man aus der Differentialgleichung

$$z'' - 2z z'^2 = 0$$

mit:

$$z = -\frac{1}{2 a \log e}$$

woraus sich ergibt:

$$\log(x_a - x_0) = -\frac{1}{2 a^2 \log e} - \frac{b}{a}.$$

Zwischen den drei Kennwerten x_d , x_a , x_z lässt sich, durch Reihenentwicklung der Einzelwerte, der Zusammenhang:

$$(x_d - x_0)^2 (x_a - x_0) = (x_z - x_0)^3$$

ermitteln. Wenn die Konstante a hinreichend gross wird, dann gilt der eingangs schon erwähnte, angenäherte Zusammenhang

$$2 x_d + x_a = 3 x_z.$$

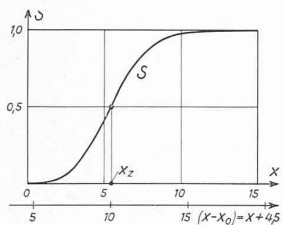


Abb. 3. Summenkurve zur Verteilung nach Abb. 1.

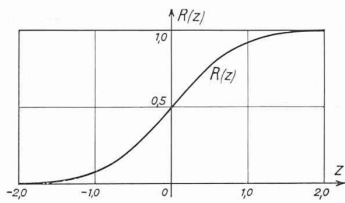


Abb. 4. Summenkurve der Fehlerfunktion.

Nun soll die Methode an einem *Beispiel* erläutert werden. Für dieses wählen wir die in Abb. 1 durch ihre Häufigkeitskurve, in Abb. 3 durch ihre Summenkurve veranschaulichte Verteilung. Sie kann praktisch irgendwo die *Häufigkeit monatlicher Regenhöhen* darstellen; dabei sind die Grössen y_i gleich den monatlichen Regenhöhen in cm, die Grössen P_i die relativen Monatszahlen, wobei das Maximum $P_{max} = 0,2$ also z. B. die Zahl 24 bei insgesamt 120 Monatsbeobachtungen berücksichtigt. Indem man nun die regelmässig für $y = x = 1, 2, 3 \dots 15$ aufeinanderfolgenden Zahlen S der Kurve nach Abbildung 3 untereinander schreibt und die aus Abbildung 4 für Werte $R(z)$, die jenen S gleich sind, folgenden Abszissen z neben die S setzt, führt man gewissermassen Abb. 3 über in Abb. 4. Noch ist jedoch z von unbekanntem Zusammenhang mit $y = x$. Man bildet die Logarithmen der Merkmale $y = x$, und verschiebt deren, neben die Reihen S und z gesetzte Reihe, bis man durch Aufzeichnen korrespondierender Werte in einem Axenkreuz, mit z als Ordinatenaxe und mit $\log x$, bzw. mit $\log(x - x_0)$, als Abszissenaxe, eine lineare Funktion:

$$z = a \log(x - x_0) + b$$

erhält, wobei also die Konstante x_0 mit Probierrechnungen gefunden wird. Im Falle des Beispiels fanden wir so:

$$z = 8 \log(x + 4,5) - 8.$$

In Abbildung 3 setzten wir unter die Abszissenskala x , bzw. $y = x$, noch jene für:

$$x - x_0 = x + 4,5.$$

Nun kann man rückwärts zu den aus der Gleichung:

$$z = 8 \log(x + 4,5) - 8,$$

für angenommene x , ermittelten Grössen z die laut Abb. 4 zugehörigen Summenwerte $R(z)$ feststellen. Wenn diese für die angenommenen Werte x wieder den Verlauf S der Abbildung 3 liefern, so ist die vorgenommene Auswertung richtig. Im vorliegenden Falle hat diese Probe ein befriedigendes Resultat ergeben. Für unser Beispiel ist noch die zahlenmässige Feststellung der Kennwerte x_z, x_d, x_a von Bedeutung. Aus:

$$\log(x_z + 4,5) = + \frac{8}{8}$$

finden wir den Zentralwert:

$$x_z = 5,5$$

Aus:

$$\log(x_d + 4,5) = \frac{1}{4 \cdot 8^2 \log e} + \frac{8}{8}$$

folgt der Durchschnittswert:

$$x_d = 5,7.$$

Endlich liefert:

$$\log(x_a + 4,5) = - \frac{1}{2 \cdot 8^2 \log e} + \frac{8}{8}$$

mit:

$$x_a = 5,1$$

den Normalwert der Häufigkeitskurve. In Abbildung 1 sind diese Kennwerte unter den Symbolen y_z, y_d, y_a eingezeichnet, in Abbildung 3 lediglich $x_z = y_z$. Im Sinne des durch die Abbildungen 1 und 3 behandelten praktischen Beispiels bedeutet dies also, dass die häufigste monatliche Regenhöhe 5,1 cm beträgt, dass der Durchschnitt der Regenhöhe bei 5,7 cm liegt, und dass für 5,5 cm Regenhöhe in Abb. 1 die Ordinate P die über der Abszissenaxe von der Häufigkeitskurve abgegrenzte Fläche halbiert.

Bevor R. Gibrat diese von ihm ausgebildete Methode der Auswertung unsymmetrischer Verteilungsreihen auf technische Probleme zur Anwendung brachte, und dabei die bemerkenswerte Arbeit über die Gesetzmässigkeit der Abflussmengen von Wasserläufen schuf, von der eingangs die Rede war, erprobte er sie an zahlreichen Problemen der offiziellen Statistik, worüber sein Buch „Les inégalités économiques“⁴⁾ Zeugnis ablegt.

Aus den daselbst behandelten Problemen dürfte die Leser einer technischen Zeitschrift besonders dasjenige über die Verteilung der europäischen Grosstädte mit Einwohnerzahlen zwischen 100 000 und 1 000 000 interessieren. Die bezügliche Häufigkeitsreihe hat einen entschieden hyperbolischen Charakter, wie man aus den folgenden Summendaten ableiten kann:

Anzahl europäischer Grosstädte 1927	210	162	139	118	100	78	59	51	37	19	9
mit über Tausenden Einwohnern	100	125	150	175	200	250	300	400	500	750	1000

Nun lässt sich diese Verteilung vom Jahre 1927 nach der Methode von Gibrat durch den linearen Zusammenhang:

$$z = 0,94 \log(x - 100\,000) - 1,81$$

kennzeichnen, wo z die in die Fehlerfunktion eingehende Variable und x die „Tausende Einwohner“ laut obstehender Reihe bedeuten. Das Bemerkenswerteste ist aber, dass dieser Verteilungscharakter auch schon für die europäischen Grosstädte des Jahres 1850 beobachtet werden kann, wobei ein Zusammenhang

$$z = 0,725 \log(x - 100\,000) - 1,3$$

besteht. Die beiden in einem Axenkreuz mit z als Ordinaten und mit $\log(x - x_0)$ als Abszissen dargestellten Geraden $z = f[\log(x - x_0)]$ laufen fast genau parallel. Merkwürdigerweise zeigen auch die amerikanischen Grosstädte seit 1920 Verteilungen, die jenen der europäischen Grosstädte fast genau entsprechen.

Aus diesen und zahlreichen andern, von R. Gibrat behandelten Verteilungsproblemen scheint einwandfrei hervorzugehen, dass die von ihm begründete Auswertungsmethode eine schätzenswerte Bereicherung der Statistik im Dienste der Technik bedeutet, deren sich die Grosszahlforschung mit Erfolg bedienen dürfte.

Die Bergsturzgefahr am Kilchenstock.

Vor kurzem hat der Bund an die auf 180 000 Fr. veranschlagten Kosten für Verstärkung des Schutzdammes gegen die Abrutschung am Kilchenstock eine Subvention von 45 %, d. h. von 81 000 Fr. bewilligt. Es handelt sich um eine Erhöhung des südöstlich des Dorfes Linthal errichteten, 600 m langen und im Mittel etwa 3 m hohen Schutzdammes um weitere 2 bis 3 m. — Das erinnert daran, dass das nahende Frühjahr nicht blos die Pflanzen- und Tierwelt aus dem Winterschlaf zu neuem Leben erweckt, sondern auch die sogenannte tote Natur, im vorliegenden Fall das Rutschgebiet am Kilchenstock südöstlich ob Linthal. Es dürfte daher von allgemeinem Interesse sein, näheres über diesen unheimlichen Naturvorgang zu erfahren, der sich mit unaufhaltsamer Gewalt weiter entwickeln wird, nachdem auch er der Winterruhe gepflegt.

Zu diesem Zweck bietet das, Ende 1932 erschienene Buch „Bergsturz und Menschenleben“ von Prof. Albert Heim¹⁾ die geologischen Grundlagen. Der Verfasser (vor 40 Jahren unser verehrter Lehrer der Geologie) knüpft an seine erste Bergsturz-Arbeit von 1882²⁾, und legt seine seitherigen, also 50 jährigen umfangreichen Beobachtungen und Erfahrungen dar. Er schildert alle wichtigen prähistorischen und jüngern Bergstürze der Schweiz nach Ursache und Wirkung, analysiert sie auf ihre typischen Erscheinungen hin, insbesondere auch, wie schon im Titel ange-

⁴⁾ Erschienen 1931 in Paris, Librairie du Recueil Sirey. Eine Besprechung geben wir auf S. 133 dieser Nummer.

¹⁾ Vergl. unter „Literatur“ am Schluss dieser Nummer.

²⁾ Neujahrsblatt 1882 der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich.