

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Band: 101/102 (1933)
Heft: 7

Artikel: Statistisch-mathematische Auswertung systematischer
Betonuntersuchungen
Autor: Bendel, L.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-83039>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 17.11.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Ferner bedeutet

- x = Mehrbedarf an Kiessand bei feuchtem gegenüber trockenem Material, in Prozenten.
- y = prozentuale Verminderung des Kiessandraumgewichtes infolge des Naturfeuchtigkeitsgehaltes des Kiessandes.

Es ist somit

$$r_{b1} = z_0(1+x) + w_0(1+x) + k_0(1+x)r_0(1-y) \quad (2)$$

$$\frac{r_{b1}}{(1+x)} = (z_0 + w_0 + k_0 r_0) - k_0 r_0 y = r_{b0} - k_0 r_0 y \quad (3)$$

Da versuchstechnisch sich ergibt, dass $r_{b1} \sim r_{b0}$ ist, so kann geschrieben werden:

$$x = \frac{y}{a-y}, \text{ wobei } a = \frac{r_{b0}}{k_0 r_0} \text{ ist.}$$

oder: Der Kiessandbedarf (K) in Abhängigkeit der Naturfeuchtigkeit ist

$$K = k_0 \left(\frac{a}{a-y} \right) = k_0(1+x) \quad (4)$$

y ist praktisch zwischen 0 bis 0,2 zu nehmen und ist eine spezifische Materialeigenschaft (vergleiche: Bendel „Richtlinien für die Aufbereitung, Verarbeitung und Nachbehandlung von Beton“, III. Auflage, Seite 10; ferner: Bendel, Jahrbuch Deutscher Betonverein 1929, Seite 391). Bei Verwendung von getrennten Materialien ist

$$K_g = (k_{k_0} + k_{s_0}) \left(\frac{a'}{a'-y} \right), \text{ wobei } a' = \frac{r_{b_0}}{k_{s_0} r_{s_0}} \text{ ist.} \quad (5)$$

k_k = Kiesbedarf in $1/m^3$ Fertigbeton
 k_s = Sandbedarf in „ „

Für die Indices „0“ und „1“ siehe oben. Der Index „g“ bedeutet getrenntes Material.

Bei trockenem Material ist das Verhältnis von Sand zu Kies

$$\frac{S_0}{K_0} = \frac{k_{s_0} r_{s_0}}{k_{k_0} r_{k_0}}$$

Bei feuchtem Material ist das Verhältnis von Sand zu Kies

$$\frac{S_1}{K_1} = \frac{k_{s_1} r_{s_1} (1-y)}{k_{k_1} r_{k_1}}$$

(Versuchstechnisch zeigte sich, dass $k_{k_0} r_{k_0} \approx k_{k_1} r_{k_1}$ ist).

Aus den letzten Formeln ergibt sich, dass das Kiessandverhältnis $\frac{S_1}{K_1}$ bei feuchtem Material um den Faktor $(1-y)$

kleiner wird als für $\frac{S_0}{K_0}$ bei trockenem Material; d. h.

der Sandgehalt muss um den Betrag $\frac{1}{1-y}$ vermehrt werden, um ein gegebenes Sandkiesverhältnis trotz änderndem Sandfeuchtigkeitsgehalt beizubehalten.

Für frisch gewaschenen Splitt schwankt y zwischen 0 und 0,35. Bei den Voruntersuchungen für den Ceneritunnel fand ich, dass für trockenen Splitt 0/12 mm 250 l und für feuchten Splitt 0/12 mm sogar 340 l zu nehmen waren, um im m^3 Fertigbeton das gegebene Verhältnis Sand zu Kies sowohl bei Verwendung von feuchtem als auch von trockenem Material innehalten zu können. Auf einer anderen Baustelle ergab sich, dass bei Verwendung von trockenem Material das Verhältnis $\frac{S_0}{K_0} = \frac{1}{2}$ war und bei feuchtem

Material stieg es auf $\frac{1}{2,65}$; d. h. der Beton wurde *kiesig* und sehr *schwer* zu verarbeiten. Infolge Verwendung von feuchtem Material wurde dann das Mischungs-Verhältnis $\frac{S_1}{K_1}$ in $\frac{1}{1,5}$ abgeändert, worauf im Fertigbeton das gewünschte $S_1 : K_1$ Verhältnis = 1 : 2 erreicht wurde.

Aus diesen wenigen Beispielen geht hervor, dass die Auflockerung des Sandes für den Bedarf an Kies und Sand von grosser Bedeutung ist. Wenn z. B. die Vorversuche im Laboratorium mit trockenem Kiessand gemacht werden und nachher auf der Baustelle mit feuchtem Material gearbeitet werden muss, so stellen sich nicht unerhebliche Differenzen im tatsächlichen Zementgehalt des Fertigbeton ein.

Parallel mit den Schwankungen des tatsächlichen Zementgehaltes im Beton gehen auch die Schwankungen der Betondruckfestigkeiten, oder mit anderen Worten: im Quellvermögen, dem sogenannten Auflockern des Sandes

infolge verschieden grosser Naturfeuchtigkeit, ist eine namhafte Ursache der Streuungen der Betondruckfestigkeiten zu suchen.

STREUUNGSBEREICH DER BETONFESTIGKEITEN.

Der mittlere, wahrscheinliche Streuungsbereich (e_2) ist definiert durch: $e_2^2 = \frac{[v v]}{n}$ (7)

Es ist n = Anzahl der Untersuchungen, $v = A - m$, A = beobachteter Wert, m = arithmetisches Mittel (vergl. Abb. 4). Für die Praxis wird am besten der Variabilitätskoeffizient genommen; er ist:

$$V = \frac{\pm e_2}{m} 100 = \frac{\pm 100 \sqrt{\frac{[v v]}{n}}}{\frac{\sum A}{n}} \quad (8)$$

Korrelationstabelle Nr. 1 gibt Aufschluss über die erhaltenen V von 2300 Laboratoriumsversuchen.

Korrelationstabelle Nr. 1

| Variabilitätskoeffizient | | | | | |
|---|-----------------------|---------|---------|----------|----------|
| Sand 0/10 mm (500 l) + Kies 6/25 mm (500 l) | | | | | |
| Zementmenge in kg | Wassermenge in Litern | | | | Mittel |
| | 165 | 145 | 125 | 105 | |
| 210 | 9,0 % | 8,0 % | 10,5 % | 15 % | ± 10,6 % |
| 160 | 6,2 % | 6,5 % | 9,0 % | 13,5 % | ± 8,8 % |
| 105 | 4,0 % | 4,8 % | 5,8 % | 11,0 % | ± 6,4 % |
| Mittel | ± 6,4 % | ± 6,4 % | ± 8,4 % | ± 13,2 % | ± 8,6 % |

Abb. 4. Streuungen, Maximal-Minimalwerte. Drehhofenzement, Normenfestigkeit: 670 kg/cm² nach 28 Tagen.

Freifallmischer, Mischdauer 60 Sekunden.

Probekörper:

Grösse 20/20/20 cm, Alter 28 Tage,

Lagerung in feuchter Luft, Anzahl 402.

$m = \frac{\sum A}{n}$ = arithmetisches Mittel.

A = beobachteter Wert.

n = Anzahl der Beobachtungen.

$v = A - m$.

$e_2 = \sqrt{\frac{[v v]}{n}}$ = Bereich, innerhalb welchem am wahrscheinlichsten die Betondruckfestigkeiten auftreten.

Bei weitem Untersuchungen ergab es sich, dass der Variabilitätskoeffizient sehr stark von der Wahl des Mischmaschinensystems abhängt; ferner konnte festgestellt werden, dass, namentlich bei fetten Mischungen, die Mischdauer auf die gleichmässige Beschaffenheit des Beton einen grossen Einfluss ausübt und dass bei einer Mischdauer von 60 sec die Streuung bei Verwendung von getrennten Materialien durchschnittlich grösser ist als bei der Wahl von ungetrennten Materialien.

Dann ergab sich weiter, dass Beton aus Kiessand, dessen Zusammensetzung sich der kiesreichen Grenzkurve nähert, wesentlich stärkere Streuungen aufweist als etwas sandreichere Kiessande. Der Grund hierfür mag in der schwereren Verarbeitungsmöglichkeit von kiesreichem Beton als von sandarmem Kiessand liegen.

DIE BEDEUTUNG DER OUTSIDERS GEGENÜBER DEM MITTLEREN STREUUNGSBEREICH.

Unter Outsider sind diejenigen Werte zu verstehen, die ausserhalb des mittleren Streuungsbereiches (e_2) liegen. Die Bedeutung der Outsiders gegenüber dem Bereich (e_2) kann auf Grund folgender Ueberlegungen mathematisch erfasst werden:

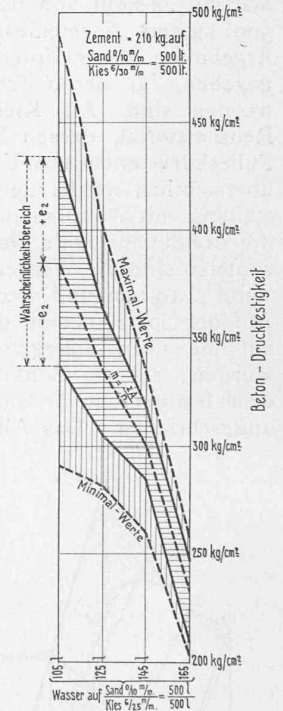
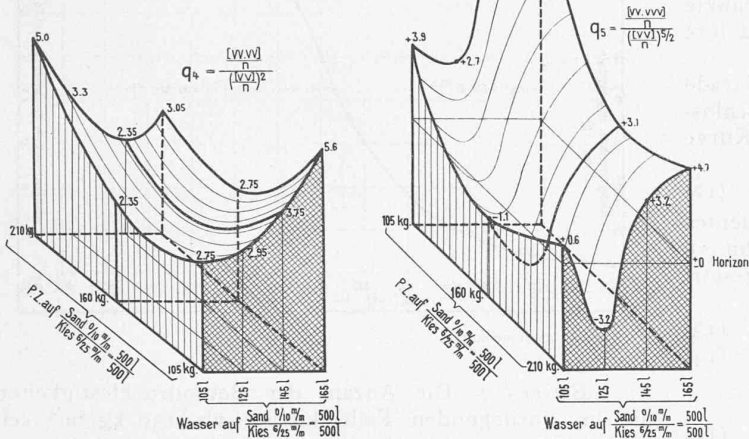


Abb. 5 (links). Wahrscheinlichkeit von Outsiders.

Abb. 6 (rechts). Grössenordnung für die Wahrscheinlichkeit des Auftretens positiver oder negativer Outsiders.



Man nehme z. B. zwei Werte $A_{(a)}$ und $A_{(b)}$; der Wert $A_{(a)}$ liege sehr nahe beim arithmetischen Mittel (m), der Wert $A_{(b)}$ weiche hingegen stark davon ab. Man bilde die Differenzen $A_{(a)} - m = v_{(a)}$ bzw. $A_{(b)} - m = v_{(b)}$ und nehme für $v_{(a)}$ bzw. $v_{(b)}$ die zweite, dritte, xte Potenz. In diesem Falle wird die Differenz zwischen den Potenzwerten ($v_b^x - v_a^x$) um so grösser, je höher die Potenz x genommen wurde. Es ergibt sich also, dass Outsiderwerte um so grössere Bedeutung bekommen, je grösser die Potenz x genommen wird. Bringt man die Werte v^x in Beziehung zum mittleren Streuungsbereich ϵ_2 , so lässt sich folgende praktisch verwendbare Formel anschreiben:

$$q_x = \frac{[v_x]^x}{\epsilon_2^x} \dots \dots \dots (9)$$

n = Anzahl der beobachteten Werte.

Wird für x eine ungerade Zahl gewählt, so kann q_x positiv oder negativ ausfallen; wird für x eine gerade Zahl gewählt, so kann q_x nur positiv werden. Nachfolgend wird $x = 4$ und $x = 5$ gewählt und die Deutung von q_4 bzw. von q_5 kritisch behandelt.

Treten Outsiders auf, deren v gross ist, so wird q_x ebenfalls gross, oder mit anderen Worten: Je grösser q_x ist, um so grösser ist die Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Outsiders. Zur Ermittlung von q_4 wurden 3200 Untersuchungsergebnisse verwendet. Diese Versuche bezogen sich auf die Druckfestigkeit in Abhängigkeit von Zementmenge, Wassergehalt, Kies-Sand-Zusammensetzung, Mischdauer und Mischmaschinensystem. Abb. 5 zeigt, dass einerseits bei sehr trockenem und zementreichem und andererseits bei sehr nassem und zementarmem Beton die Wahrscheinlichkeit des Auftretens extremer Outsiders am grössten ist. Bei plastischem Beton erhält man für q_4 die geringsten Werte.

Die Formel q_x für $x = 4$ gibt wohl an, ob Werte auftreten, die stark extremal zum arithmetischen Mittel liegen, man erhält aber keine Auskunft darüber, ob die Outsiders wahrscheinlicher positives oder negatives Vorzeichen haben. Auch ist im Betonbau die Feststellung, ob es wahrscheinlich ist, dass eine einseitige negative Asymmetrie zu erwarten sei, von allergrösster Wichtigkeit. Zur Feststellung, ob die Outsiders wahrscheinlich positiv oder negativ auftreten, wird Formel q_x mit x gleich einer ungeraden Zahl gewählt, z. B. $x = 3$ oder $x = 5$. Die zur Verfügung stehenden 3200 Einzelbeobachtungen wurden sowohl für $x = 3$ oder $x = 5$ verarbeitet. Aus Abb. 6 geht hervor, dass bei der Wahl von Gussbeton die Wahrscheinlichkeit sehr gross ist, dass einzelne Werte auftreten, deren Druckfestigkeit wesentlich grösser ist als das arithmetische Mittel.

Chemische Untersuchungen über die Zementmengenverteilung werden zurzeit an grösseren Versuchsreihen vorgenommen. Daraus hoffe ich, Klarheit zu erlangen, ob eine Kies-Sand-Entmischung eintrete oder ob die ungleiche Verteilung der Zementmenge die Schuld an der Streuung der Ergebnisse trage. Die übrigen Versuche zeigten, dass für jedes Mischmaschinensystem verschiedene q_4 bzw. q_5 Kurven gefunden wurden. Es ist also möglich, mit Hilfe der q_4 und q_5 Kurven Schlüsse zu ziehen, wie zuverlässig ein Mischmaschinensystem für die Lieferung von gleichmässig gemischtem Beton ist.

HÄUFIGKEITSFORSCHUNG.

Bei der Häufigkeitsforschung wird der Quotient eingeführt:

$$rH = \frac{\text{Anzahl der Werte im mittleren Streuungsbereich}}{\text{Anzahl der Beobachtungen}}$$

rH = relative Häufigkeit.

Korrelationstabelle Nr. 2 gibt eine Uebersicht aus 4000 Untersuchungsergebnissen am Freifallmischer.

Korrelationstabelle Nr. 2

| Häufigkeit der Betondruckfestigkeiten im mittleren Streuungsbereich ϵ_2 (relative Häufigkeit) | | | | | |
|--|-----------------------|------|------|------|--------|
| Zementmenge in kg | Wassermenge in Litern | | | | Mittel |
| | 165 | 145 | 125 | 105 | |
| 210 | 71 % | 74 % | 63 % | 67 % | 69 % |
| 160 | 76 % | 74 % | 63 % | 67 % | 68 % |
| 105 | 73 % | 74 % | 71 % | 70 % | 72 % |
| Mittel | 73 % | 74 % | 66 % | 68 % | 70 % |

D. h. es kann angenommen werden, dass 70 % der zu erwartenden Betondruckfestigkeiten im Streuungsbereich (ϵ_2) liegen. Nachrechnungen der Festigkeitsergebnisse von Beton, der zur Herstellung von Staumauern verwendet wurde und bei dem die Betonherzeugung sich über die Zeit von zwei bis drei Jahren erstreckte, ergaben Zahlen von 65 bis 72 %.

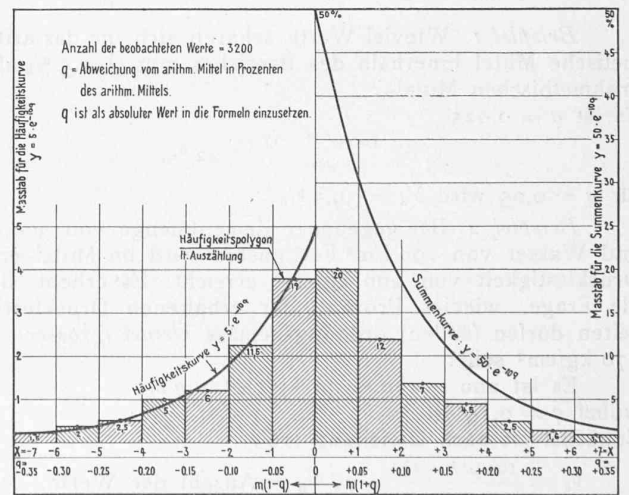


Abb. 7. Häufigkeitspolygon, Häufigkeitskurve, Summenkurve.

Abb. 7 zeigt eine empirisch gefundene Häufigkeitskurve von Betondruckfestigkeiten. Die Kurve ist das Mittel aus 2500 systematisch durchgeführten Bauplatzuntersuchungen. Die empirisch gefundene Häufigkeitskurve soll nun in ein Verteilungsgesetz gekleidet werden.

Um die Form der mathematischen Gleichung finden zu können, wird graphisch festgestellt, in welchem Massstab Abszisse und Ordinate gezeichnet werden müssen, um zu

nächst eine lineare Gleichung zu erhalten. Es ergaben sich folgende Formen:

Form 1 $[\log \log y] = b + a [\log x] \dots (10)$

oder Form 2 $\left[\frac{y - y_0}{x - x_0} \right] = (b + 2c x_0) + c [x - x_0] \dots (11)$

Hierbei bedeuten die Grössen in den eckigen Klammern die Abzisse und Ordinate der aufzuzeichnenden Punkte und die Koeffizienten die Steigung der Geraden und ihre Abschnitte auf der Y-Axe.

Form 1. Wenn im verzerrten Masstab eine Gerade erhalten wird, wie nach Form 1, so kann hieraus geschlossen werden, dass im wahrheitsgetreuen Masstab die Kurve die Form hat

$Y = f(x, a, b) = a e^{-b x^2} \dots (12)$

Es ist zweckmässig, eine Transformation des Argumentes vorzunehmen durch Wahl einer vermittelnden Funktion (z). Für die vorliegende Betonhäufigkeitskurve konnte gesetzt werden:

$z = f(x) = 0,71 x^{1/2} \dots (13)$

$Y = a e^{-b [f(x)]^2} \dots (14)$

oder

$a = 5$

Für

$b = 1$

ergibt sich

$Y = 5 e^{-z^2} \dots (15)$

Da aber die gesuchte Formel der Betonhäufigkeitskurve so dargestellt sein soll, dass sie durch Einsetzen der Prozente der Abweichung vom arithmetischen Mittel (= ± q, siehe Abb. 7) benutzt werden kann, wird eine einfache Transformation der Abszisse notwendig. Man setze:

$x = 20 q$

Somit ergibt sich aus Gleichung (13) und (15)

$Y_1 = 5 e^{-10 q^2} \dots (15a)$

wobei zu berücksichtigen ist, dass q als absoluter Wert einzusetzen ist.

Um die Summenkurve zu finden, wird das Integral gebildet.

$y_2 = \int y_1 dq = 5 \int e^{-10 q^2} dq = 50 e^{-10 q^2} + C$

für q = 0 ergibt sich: y₂ = 50; C = 0.

Somit ist: $y_2 = 50 e^{-10 q^2} \dots (16)$

q ist mit seinem absoluten Wert einzusetzen.

Will man die Anzahl Werte kennen, die innerhalb des Streuungsbereiches m (1 ± q) liegen, so ergibt sich folgende Formel:

$Y_3 = 100 - 2 (50 e^{-10 q^2}) = 100 (1 - e^{-10 q^2}) = \frac{100(e^{10 q^2} - 1)}{e^{10 q^2}} \dots (16')$

Beispiel 1. Wieviel Werte scharen sich um das arithmetische Mittel innerhalb des Bereiches von ± 2,5 % des arithmetischen Mittels?

Es ist q = 0,025

$y_3 = \frac{100(e^{0,25} - 1)}{e^{0,25}} = 22 \%$

für q = 0,05 wird Y₃ = 39,5 %.

Beispiel 2. Bei gegebener Zementmenge von 300 kg und Wasser von 190 l/m³ Fertigbeton wird im Mittel eine Druckfestigkeit von 200 kg/cm² erreicht. Es erhebt sich die Frage, wieviel Prozent der erhaltenen Druckfestigkeiten dürfen (sollen) ordnungsgemäss kleiner (grösser) als 170 kg/cm² sein?

Es ist 200 - 170 = 30 kg/cm² = q m

wobei q = 0,15 ist.

Zunächst ist nach Gleichung (16'):

$y_3 = \frac{100(e^{1,5} - 1)}{e^{1,5}} = 78 \%$ = Anzahl der Werte,

die innerhalb des Bereiches m (1 ± q) liegen. Da Formel (16') ein symmetrisches Verteilungsgesetz wiedergibt, so errechnet sich die zulässige Anzahl Werte, die kleiner sein dürfen als 170 kg/cm² zu:

$\frac{100 - y_3}{2} = 50 e^{-1,5} = 10,8 \%$

Und die Anzahl Werte, die grösser als 170 kg/cm² sein sollen, ist somit

$Y_4 = \frac{100 + y_3}{2} = \frac{100 + 78}{2} = 89 \%$ (17)

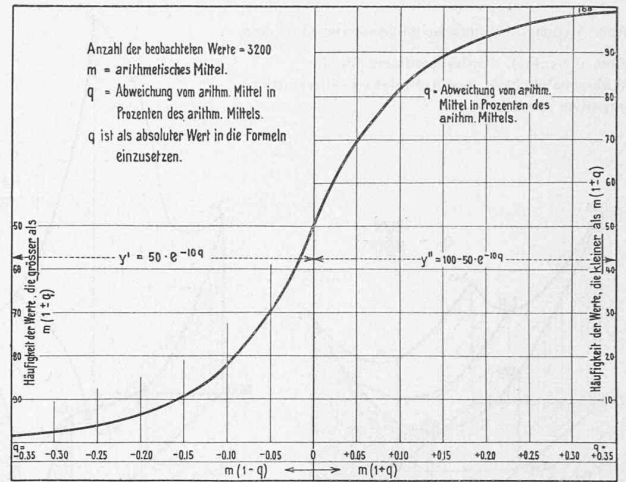


Abb. 8. Summenkurve.

Beispiel 3. Die Anzahl der Betondruckfestigkeiten, die im vorliegenden Falle kleiner als 150 kg/cm² sein dürfen (Streuung = - 25 %), berechnet sich nach Gl. (16):

$Y = 50 e^{-2,5} = 4,5 \%$

Beispiel 4. Gleichung (12) kann auch abgeleitet werden als Sonderfall der Gauss'schen Fehlerkurve:

$Y = \frac{N}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \dots (18)$

N = Umfang des Kollektivgegenstandes = gesamte Betondruckfestigkeiten = 100 %; ferner ist

$\sigma = \text{Streuung} = \sqrt{\frac{1}{N} \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 y dt} = \pm 12,5 \%$ = 100 q.

Für q = 0,125 errechnet sich die relative Häufigkeit im Bereich m (1 ± 0,125) zu:

$y_3 = \frac{100(e^{1,25} - 1)}{e^{1,25}} = 71,5 \%$ = r · H.

Nach Korrelationstabelle Nr. 2 wurde die relative Häufigkeit zu 70 % gefunden. Daraus ergibt sich, dass die Formeln (16) und (16') mit der Praxis gut übereinstimmende Werte liefern.

Die Summenkurve in Abb. 8 ist folgendermassen gefunden worden:

Nach Formel (16) ist: y₂ = 50 e^{-10 q²}. Für q = 0 ergibt y₂ = 50 %.

Für den Ast q = minus gilt Y = 50 e^{-10 q²} (19)

Für den Ast q = positiv gilt Y = 100 - 50 e^{-10 q²} (19a)

wobei q jeweils als absoluter Wert in die Formel (19a) einzusetzen ist.

Form 2. (Vergleiche Gleichung (10) und (11). Aus Gl. (11) ergibt sich, dass die allgemeine Form der gesuchten Verteilungsfunktion sein muss:

$Y = f(x, a, b, c) = a + Ab + Bc \dots (20)$

wobei A = f₁(x) = x und B = f₂(x) = x² ist.

Mit Hilfe der Gauss'schen Normalgleichung berechnet sich:

$[AA] b + [AB] c + [Aa] - [AY] = 0$
 $[BB] b + [BB] c + [Ba] - [BY] = 0 \dots (21)$

hieraus ergibt sich

$Y = 47 - 16,2 x + 1,4 x^2 \dots (22)$

Die Kontrolle wurde gemacht, indem folgende Momente gebildet wurden:

$\int f(x, b, c) dx = \int (a + bx + cx^2) dx =$
 Flächeneinheit (23)

$\int f(x, a, b, c) x dx = \int (a + bx + cx^2) x dx =$
 Statisches Moment (24)

$\int f(x, q, b, c) x^2 dx = \int (a + bx + cx^2) x^2 dx =$
 Trägheitsmoment (25)

Beziehungen zwischen Betonraumgewicht & Betondruckfestigkeit.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------------|---------|---|---|-----|-----|
| | 2,20 | 2,21 | 2,22 | 2,23 | 2,24 | 2,25 | 2,26 | 2,27 | 2,28 | 2,29 | 2,30 | 2,31 | 2,32 | 2,33 | 2,34 | 2,35 | 2,36 | 2,37 | 2,38 | 2,39 | 2,40 | 2,41 | 2,42 | 2,43 | 2,44 | 2,45 | 2,46 | 2,47 | 2,48 | 2,49 | 2,50 | Δj | | | | | |
| Betondruckfestigkeit in kg/cm ² | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 475 | 2 | | | |
| Klassenintervall in 70 kg/cm ² | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 3 | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 23 | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 52 | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 79 | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 115 | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 120 | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 132 | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 127 | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 151 | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 127 | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 142 | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 156 |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 112 |
| Δi | 2 | 5 | 2 | 7 | 6 | 8 | 9 | 10 | 20 | 22 | 25 | 43 | 61 | 45 | 48 | 72 | 98 | 105 | 121 | 92 | 103 | 87 | 82 | 61 | 39 | 28 | 10 | - | 2 | 1 | 1 | 1 | 12,15+N | N | | | |

Abb. 9. Beziehungen zwischen Betonraumgewicht und Betondruckfestigkeit.
 r = Betonraumgewicht, σ_b = Betondruckfestigkeit nach 28 Tagen.
 Eingeklammerte Werte bedeuten das Koordinatenprodukt ($x \cdot y$).

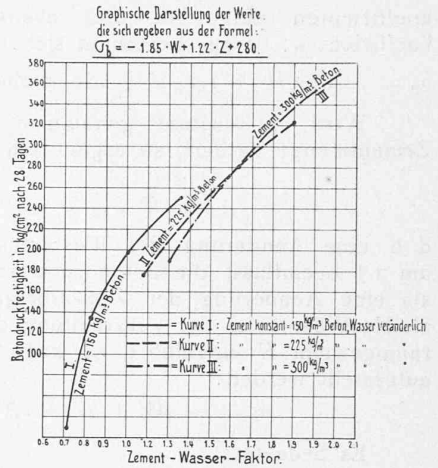


Abb. 10. Graphische Darstellung der Werte nach Formel (36).

Diese Momente ergeben drei Gleichungen mit den drei Unbekannten a, b, c ; hieraus berechnet sich wiederum annähernd:
 $Y = 47 - 16,2x + 1,4x^2$
 x ist mit dem absoluten Wert einzusetzen; die Kurve ist symmetrisch in Bezug auf $x = 0$.

Vorteilhaft nimmt man eine Transformation des Koordinatensystemes vor, in dem wie früher gesetzt wird:
 $q = \frac{0,5x}{10}$

Y gibt wiederum nur die Werte an, die *ausserhalb* des Bereiches von m ($1 \pm q$) liegen. Für die Werte *innerhalb* des Bereiches m ($1 \pm q$) gilt die Form:

$$Y = 6(108q - 187q^2 + 1) \dots (26)$$

Für $q = 0,15$ errechnet sich $Y = 78\%$; nach Gleichung (16) wurde $Y = 78\%$ gefunden.

Die oben abgeleiteten Formeln beziehen sich auf symmetrische Kurven. In Wirklichkeit ist die Betonhäufigkeitskurve leicht asymmetrisch. Zur Auffindung des mathematischen Ausdruckes für dieses Verteilungsgesetz wird zweckmässig für die vermittelnde Funktion (z) selber eine asymmetrische Kurve gewählt; z. B. $z = \log\left(\frac{x_0}{x}\right)$ (vergleiche Fechner oder Kummer, „S.B.Z.“, Bd. 101, S. 123). Gute, brauchbare Resultate ergibt für den vorliegenden Fall
 $z = a e^{-(x-x_0)} \dots (27)$

AUSWERTUNG MITTELS DER KORRELATION.

Bei funktionellem Zusammenhang $y = f(x)$ ist einem bestimmten Wert x ein bestimmter Wert y zugeordnet. Im Betonbau kommt es sehr oft vor, dass mit einer Erscheinung X sehr wahrscheinlich eine grössere Anzahl Ereignisse Y verbunden sind. Mit diesen Wahrscheinlichkeitstheoretischen, sog. stochastischen Zusammenhängen befasst sich die Korrelationsrechnung. Im Falle der stochastischen Verbundenheit von x mit y erscheint also auch y nach Festlegung des Wertes x als eine zufällige Veränderliche, die verschiedene Werte mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten annehmen kann.

Der Zusammenhang von Y mit X kann aber mehr oder weniger stramm sein; eine Aufgabe der Korrelationsrechnung ist daher, Masszahlen für die Strammheit stochastischer Zusammenhänge aufzustellen. Einen wichtigen Einblick in diesen Zusammenhang gibt der Parameter

$$\gamma_{10} = \frac{\sum x_n y_n}{\sqrt{\sum x_n^2 \sum y_n^2}} = \text{Korrelationskoeffizient.} \quad (28)$$

$y_n, x_n = X_{\text{min}}$ (Arithm. Mittel) 1).

Nachfolgend sind einige wichtige Ergebnisse näher geschildert: Bis jetzt wurde eine Anzahl empirischer Formeln für die Festigkeitsvoraussage im Beton bekannt gegeben (z. B. Bolomey, Féret, Graf usw.). Zum ersten Male ist es mir mit Hilfe der Grosszahlforschung gelungen,

1) Für die Theorie siehe F. Bauer: „Korrelationsrechnung“ und Rietz: „Handbuch der mathematischen Statistik“.

auf *mathematischem* Wege Formeln zur Festigkeitsvorausage von Beton aufzustellen.

So wurde z. B. aus 1250 Untersuchungen bei konstant bleibendem Kiessandgemisch gefunden:

$$\Delta \sigma_b = \frac{\mu_{11}}{\mu_{10}} \Delta \frac{Z}{W} = \frac{33,9}{(0,398)^2} \Delta \frac{Z}{W} \dots (29)$$

und

$$\Delta \frac{Z}{W} = \frac{\mu_{11}}{\mu_{10}} \Delta \sigma_b = \frac{33,9}{90^2} \Delta \sigma_b;$$

Hieraus ergibt sich für σ_b als Mittelwert:

$$\sigma_b = \left(\frac{Z}{W} - 0,15\right) 210 = Z_3 \dots (30)$$

und

$$\frac{Z}{W} = (\sigma_b + 62) \frac{42,5}{10^4} \dots (31)$$

Ferner wurde gefunden:

Gleichung für Maximalwerte:

$$\sigma_{b \text{ max}} = (Z/W - 0,2) \cdot 250 = Z_1 \dots (32)$$

Gleichung für Minimalwerte:

$$\sigma_{b \text{ min}} = (Z/W - 0,1) \cdot 180 = Z_2 \dots (33)$$

Es ergibt sich: $Z_1 - Z_3 = 40 Z/W - 18$,

$$Z_3 - Z_2 = 30 Z/W - 14.$$

Folgerung: Somit ist $(Z_1 - Z_3) > (Z_3 - Z_2)$, d. h. es besteht eine *positive Asymmetrie*; mit andern Worten:

Bei Betrachtung der Gesamtheit der Ergebnisse kommt man zum Schlusse, dass wahrscheinlicher Werte auftreten, die grösser als das arithmetische Mittel sind.

Ferner ist $Z_1 - Z_3 = (70 Z/W - 32) =$ Streuungsbereich zwischen minimaler und maximaler Betondruckfestigkeit.

Durch Kombination der Gleichungen Z_1, Z_2 und Z_3 ergibt sich für die grössten Outsiderwerte σ_{b_0}

$$\sigma_{b_0} \cong (1 \pm 0,16) Z_3 \dots (34)$$

d. h. die Maximal- und Minimalwerte weichen für *Laboratoriumsversuche* vom arithmetischen Mittel um $\pm 16\%$ ab. Auf der *Baustelle*, wo Beton mit verschiedenen Mischmaschinensystemen und verschiedener Mischdauer hergestellt wird, wo ferner die Normenfestigkeit der gleichen Zementmarke Schwankungen unterworfen ist, ergab sich aus 1621 Probekörpern während einer Beobachtungsperiode von drei Monaten, dass die Streuung der Maximal- und Minimalwerte, ausgedrückt in Prozenten des arithmetischen Mittels, $\pm 35\%$ betrug.

In einem weiteren Beispiel ist die Aufstellung der neuen Gleichung:

$$\sigma_b = -aW + bZ + c \dots (35)$$

mit Hilfe der Regressionsgleichungen behandelt.

Es bedeutet:

- σ_b = Betondruckfestigkeit nach 28 Tagen
- Z = Zementmenge in kg/m³ Beton
- W = Wassermenge in l/m³ Beton.

Zu diesem Zwecke werden Korrelationstabellen aufgestellt. Aus den Korrelationstabellen ergeben sich die Regressionsgleichungen. Es werden auch die Korrelations-

koeffizienten aufgestellt und ebenso die Regressionskoeffizienten; daraus berechnet sich:

$$\sigma_b = -1,85 W + 1,22 Z + 280 \text{ (siehe Abb. 10) . . . (36)}$$

Wird σ_b konstant genommen, aber Wasser- und Zementmenge variiert, so ergibt sich

$$\frac{\Delta Z}{\Delta W} = \frac{1,85}{1,22} \sim 1,5, \text{ (37)}$$

d. h. eine Aenderung des Wasserzusatzes zum Mischgut um 1 l beeinflusst die Betondruckfestigkeit 1,5 Mal mehr als eine Aenderung der Zementbeigabe um 1 kg. Wird als Mass der Güte der Verarbeitung des Beton das Betonraumgewicht R eingeführt, so kann die neue Gleichung aufgestellt werden:

$$\sigma_b = -aW + bZ + cR + d \text{ (38)}$$

Es bedeutet:

- σ_b = Betondruckfestigkeit nach 28 Tagen,
- W = Wassermenge in l/m³ fertigen Beton,
- Z = Zement in kg/m³ fertigen Beton,
- R = Raumgewicht des 28 Tage alten Beton in kg/m³ (siehe Korrelationstabelle Abb. 9).

Mit Hilfe der Regressionsgleichungen, Korrelationskoeffizienten und Regressionskoeffizienten für vier Unbekannte fand man folgenden Ausdruck:

$$\sigma_b = -1,52 W + 1,00 Z + 1100 (R - 2,14) \text{ (39)}$$

| Nach Formel 39 | | | | Nach Formel 36 | Nach Formel 30 |
|----------------|--------|---------------------------|-----------------------------|-----------------------------|--------------------|
| W | Z | R in kg/dm ³ | $\sigma_b = \text{kg/cm}^2$ | $\sigma_b = \text{kg/cm}^2$ | kg/cm ² |
| 150 l | 150 kg | 2,37 | 175 | 180 | 195 |
| 150 l | 225 kg | 2,41 | 294 | 285 | 276 |
| 150 l | 300 kg | 2,44 | 402 | 385 | 366 |
| 180 l | 150 kg | 2,37 | 129 | 145 | 130 |
| 180 l | 225 kg | 2,40 | 247 | 230 | 221 |
| 180 l | 300 kg | 2,42 | 334 | 335 | 313 |
| 210 l | 225 kg | 2,39 | 180 | 190 | 166 |
| 210 l | 300 kg | 2,40 | 266 | 265 | 258 |

Aus Gleichung (39) geht hervor: Wird der Beton um soviel mehr gestampft, dass das Raumgewicht des Beton um 0,01 kg/dm³ zunimmt, so nimmt die zu erwartende Betondruckfestigkeit um 11 kg/cm² zu.

Zweiter (engerer) Wettbewerb für den Neubau des Kollegengebäudes der Universität Basel.

Unter den Verfassern der im ersten Wettbewerb (Bd. 100, S. 78* und 91*) preisgekrönten und angekauften Projekte ist ein zweiter Wettbewerb veranstaltet worden, für den die in jenem Urteil niedergelegten Richtlinien massgebend waren, nebst der ausdrücklichen Forderung, dass sich die Bewerber bemühen mögen, ein „Bauwerk zu schaffen, das kein reiner Zweckbau ist, sondern die Bedeutung der Universität als erste Bildungsstätte zum Aus-

druck bringt und zur Umgebung, soweit sie historisch wertvoll ist, in keinem störenden Widerspruch steht.“

Gerade im Hinblick auf diesen überwiegend negativen Wunsch ist nun auch das Ergebnis negativ ausgefallen: nach Ansicht des Preisgerichts ist ihm nicht genügend Rechnung getragen worden, und der Verfasser des hinsichtlich Grundriss und Organisation gutgeheissenen erstprämierten Entwurfes soll nun dessen Aeusseres so umgestalten, dass

