

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Band: 107/108 (1936)
Heft: 24

Inhaltsverzeichnis

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 15.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Zur Schalentheorie. — Die Spitalammsperre der Kraftwerke Oberhasli. — Sicherungsarbeiten am schiefen Turm von Pisa. — Villa Girasole in Marcellise (Verona). — Mitteilungen: Die Wirtschaftlichkeit von Elektrofahrzeugen. Hohlraumbildung in Kreiselpumpen. Die Tieferlegung der Glatt. Velox-Dampferzeuger von 75 t/h Dampfleistung. Eidgen. Technische Hochschule. Leichte Wände aus Streckmetall und

Zementmörtel. Internationale Vereinigung für Brückenbau und Hochbau, zweiter Kongress, 1. bis 11. Oktober, Berlin und München. Der neue Tierpark Dählhölzli in Bern. — Wettbewerbe: Kirchengemeindehaus Reinach, Aargau. — Nekrologe: Jos. G. Fellmann. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine. — Schweizer. Verband für die Materialprüfung der Technik. — Sitzungs- und Vortrags-Kalender.

Band 107

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 24

Zur Schalentheorie.

Von Dr. sc. techn. F. SCHULTZ-GRUNOW, Göttingen.

Durch die Entwicklung der Näherungstheorie für axensymmetrische Schalen mit nicht zu flachen Rändern unter axensymmetrischer Randbelastung ohne axiale Komponente durch *Bauersfeld-Geckeler*¹⁾ und *Meissner*²⁾ wurde die schon lange als notwendig empfundene einfache Festigkeitsberechnung der am häufigsten vorkommenden schalenförmigen Konstruktionselemente ermöglicht. Für die praktische Anwendung liegt ein Nachteil der Theorie aber in ihrer Ableitung aus den Ergebnissen der exakten Schalentheorie, sodass ihr Verständnis ungleich höhere Kenntnisse erfordert als die eigentliche Festigkeitsberechnung, die nicht schwieriger ist, als die Berechnung einfacher Platten. Diesem Mangel begegnet eine von *Steuermann*³⁾ angegebene Ableitung, die die Näherungstheorie auf die *elementare Balkenbiegelehre* zurückführt. Hier soll dargelegt werden, wie diese Ableitung aus den exakten Beziehungen hervorgeht, um einen Einblick in den Näherungsgrad der Ableitung und in ihren Zusammenhang mit der exakten Theorie zu geben; denn erst dann erfüllt die angenäherte Ableitung ihren Zweck als Vorstufe für das Verständnis der umfassenderen exakten Ableitung. Darüber hinaus wird ein besserer Einblick in den räumlichen Spannungszustand einer Schale verschafft, als ihn die formale Ableitung der exakten Theorie zu geben vermag, ferner ergeben sich Aussagen über die Grenzen des Anwendungsbereiches der Näherungstheorie.

Abb. 1 zeigt den Meridianschnitt einer axensymmetrischen Schale, die durch Randkräfte ohne axiale Komponente und Momente mit den Beträgen T_0, G_0 pro Längeneinheit des Randes belastet ist. Wie in der exakten Theorie werde kleine Wandstärke $2h$ vorausgesetzt. Die Verformung des Meridians sei gekennzeichnet durch den Biegewinkel ϑ , die Durchbiegung u senkrecht zum Meridian und die Verschiebung v in Richtung der Meridiantangente. Die senkrecht zur Schalenaxe stehende Komponente w von u und v ist die Veränderung des Ringhalbmessers r infolge der Verformung:

$$w = -u \sin \alpha + v \cos \alpha$$

Daher die spezifische Ringdehnung

$$\frac{w}{r} = -\frac{u}{R_2} + \frac{v}{R_2} \operatorname{ctg} \alpha \dots (1)$$

mit $R_2 = \frac{r}{\sin \alpha} = 2$. Hauptkrümmungsradius. Ferner gilt

$$\vartheta = u' + \frac{v}{R_1} \dots (2)$$

(') = Ableitung nach der Meridianlänge x . Der zweite Teilbetrag von ϑ lautet $\vartheta_v = \frac{v}{R_1}$, da ϑ_v der Winkel ist, den der Krümmungshalbmesser R_1 eines festgehaltenen Meridianpunktes bei dessen Verschiebung v beschreibt. Der erste Teilbetrag ist $\vartheta_u = u'$ aus gleichen Gründen wie am geraden Balken.

Durch zwei benachbarte Meridianebenen werde nun ein Streifen aus der Schale herausgeschnitten (Abb. 2) und so belastet, dass er die gleiche Verformung erfährt wie im Verband der Schale. Um dies zu erreichen, wird man auch die Schnittflächen des Streifens belasten müssen mit Zugspannungen σ_2 , deren Resultierende pro Längeneinheit der Schnittfläche die Schnittkraft

1) J. Geckeler, Forsch. Arb. Ing.-Wes. (1926), Heft 276.
2) E. Meissner, Stodola-Festschrift, S. 414, Zürich 1929.
3) E. Steuermann, Bauingenieur, Bd. 14 (1933), S. 285.

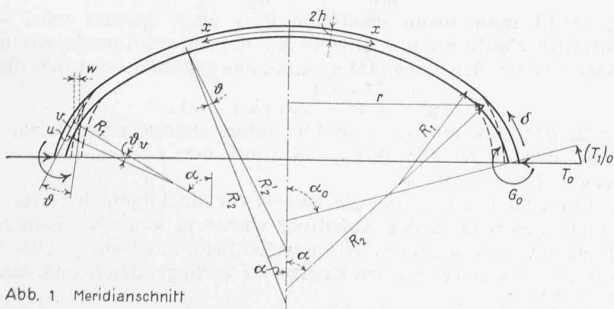


Abb. 1 Meridianschnitt

$T_2 = 2h \sigma_2$ ist, und mit Biegespannungen σ_{B2} , welche das resultierende Schnittmoment $G_2 = \frac{2h^2}{3} \sigma_{B2}$ pro Längeneinheit ergeben ($B =$ Biegung), aber nicht mit Schubspannungen wegen der Axensymmetrie. Es ist $\sigma_2 = E \frac{w}{r}$ (Index 2 bedeutet Ringspannung), wenn die Quer-Kontraktion $\nu \sigma_1$ einer vorläufig noch nicht bekannten, in Meridianrichtung wirkenden Zugspannung σ_1 (Index 1 bedeutet Meridianspannung) vernachlässigt wird; denn es ist ja am Rande $(T_1)_0 = (2h \sigma_1)_0 = \cos \alpha_0 T_0$ (Abb. 1), wo T_1 die Resultierende von σ_1 pro Längeneinheit des Schnittes bedeutet; es ist also σ_1 an nicht zu flachen Rändern klein. Ferner sei angenommen, dass wie am Balken Dehnung klein gegen Durchbiegung ist, wodurch auch die zweiten Glieder in (1) und (2) vernachlässigbar sind. Man kann daher schreiben:

$$\sigma_2 = -E \frac{u}{R_2} \dots (3)$$

$$\vartheta = u' \dots (4)$$

Für die an den Schnittflächen des Streifens wirkenden Biegemomente mit dem Betrage G_2 pro Längeneinheit der Schnittfläche lässt sich ebenfalls eine Beziehung zur Verformung angeben. Es besteht die Bedingung, dass die Schnittflächen des Streifens auch nach der Verformung in Meridianebenen liegen müssen, denn andernfalls würde der Zusammenhang des Streifens mit dem übrigen Kegelteil während der Verformung nicht gewahrt bleiben. Wie Abb. 2 zeigt, bilden die Seitenlinien eines Streifenquerschnittes den Winkel $d\gamma$ miteinander. Dagegen bilden sie in einem Schnitt, der um den Biegewinkel ϑ gegen den Querschnitt verdreht ist und mit diesem die Sehne der Mittellinie gemeinsam hat, den Winkel $d\gamma'$:

$$d\gamma' = \frac{R_2 d\gamma}{R_2'}$$

denn die Länge der Sehne ist in beiden Schnitten die gleiche: $R_2 d\gamma = R_2' d\gamma'$, und R_2 ist der Krümmungshalbmesser der Mittellinie des Querschnitts, R_2' desgleichen des verdrehten Schnittes. An Hand von Abb. 1 findet man die geometrische Beziehung

$$\frac{R_2}{R_2'} = \cos \vartheta + \operatorname{ctg} \alpha \sin \vartheta.$$

Hier kann wegen der Kleinheit von ϑ : $\cos \vartheta = 1$, $\sin \vartheta = \vartheta$ gesetzt werden. Somit

$$\frac{R_2}{R_2'} = 1 + \vartheta \operatorname{ctg} \alpha$$

und daraus die Krümmungsänderung des Querschnittes bei seiner Verdrehung

$$\frac{1}{R_2'} - \frac{1}{R_2} = \vartheta \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{R_2} \dots (5)$$

in Übereinstimmung mit der exakten Schalentheorie. Die Gleichung sagt aus, welche Krümmungsänderung ein Streifenquerschnitt bei einer Verbiegung ϑ erfahren muss, damit der Zusammenhang zwischen Streifen und übrigem Teil der Schale während der Verformung gewahrt bleibt. Diese Krümmungsänderung muss durch die Ringbiegemomente G_2 hervorgebracht werden. Da nun auch die exakte Schalentheorie lineares Anwachsen der Biegespannungen eines Querschnittes voraussetzt, kann der Streifen als Balken angesehen werden, der in zwei senkrecht zueinander stehenden Hauptrichtungen, der Längs- und Breiten-Richtung, gekrümmt ist und in diesen verbogen wird. Es lässt sich daher die Balkenbiegelehre anwenden, wobei man in ihrer Ableitung die Querkontraktion zu berücksichtigen hat.

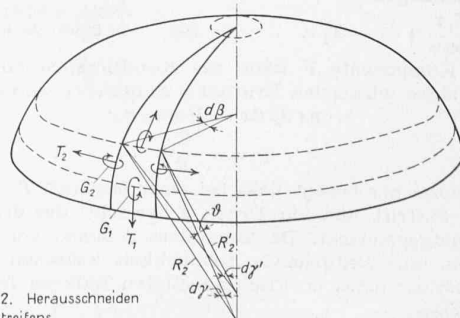


Abb. 2. Herausschneiden des Streifens