

# Méthode graphique générale de calcul des propagations d'ondes planes

Autor(en): **Jaeger, Charles**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **111/112 (1938)**

Heft 5

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-49893>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

bis auf weiteres beibehalten wird. 3) Aehnlich, wenn die Feder auf einen Parabelbogen stösst. Dann wird für das Folgende  $x_1$  statt auf 0, auf den negativen Wert  $a_1$  festgelegt; nach Wiedereinschalten folgt die Feder von selbst der vorgezeichneten Bremskurve bis zu dem vorgesehenen Haltepunkt oder Anfang eines neuen Streckenabschnitts, wo wieder ein Ab- und Umstellen der Integrationsmaschine nötig wird.

Auf der Skizze weggelassen ist eine dritte, gleichförmig rotierende Trommel  $D_3$ , die wie  $D_2$  unter einer Feder umläuft, deren axiale Verschiebung der Geschwindigkeit proportional ist, die also auf  $D_3$  ein  $v, t$ -Diagramm entwirft. Ausserdem sind Zählwerke zur ständigen Kontrolle von Zeiten und Wegen angebracht. Ferner erlaubt eine weitere (von einem zweiten Operateur zu bedienende) Integrationsvorrichtung den zeitlichen Verlauf der im Motor entwickelten Joule'schen Wärme, oder der dem Fahrrad entnommenen Energie von einem Zähler abzulesen.

Voraussetzung für ein einwandfreies Funktionieren der Maschine ist, dass die Rollen  $G$  auf ihren Scheiben  $P$  schlupffrei abrollen, d. h. dass die Haftreibung zwischen Scheibe und Rolle den Widerständen des durch die Rolle angetriebenen Mechanismus gewachsen ist. In der beschriebenen Maschine scheint dies der Fall, denn sie arbeitet dem angeführten Aufsatz zufolge mit praktisch der selben Genauigkeit, die durch graphische, jedoch viel zeitraubendere Integrationsverfahren zu erzielen ist.

K. H. G.

### Méthode graphique générale de calcul des propagations d'ondes planes

On rencontre fréquemment, en technique, des relations différentielles de la forme:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = A \frac{\partial v}{\partial t}, \text{ et } \frac{\partial v}{\partial x} = B \frac{\partial u}{\partial t} \dots (1)$$

auxquelles on a donné le nom «d'équations des cordes vibrantes.» La solution générale de ces équations est de la forme:

$$u = u_0 + F(x - at) + f(x + at) \\ v = v_0 - K [F(x - at) - f(x + at)] \dots (2)$$

Dans le cas d'une corde vibrante,  $u$  représentera l'effort tranchant et  $v$  la vitesse transversale; dans une conduite forcée,  $u$  sera la pression en un point et  $v$  la vitesse longitudinale du liquide en ce point; si nous avons affaire à des ondes de long de conducteurs électriques,  $u$  représentera une tension et  $v$  une intensité. Dans tous les cas,  $a$  est la vitesse de propagation du phénomène, d'un point à un autre, et  $K$  une constante qui caractérise le phénomène, mais qui est toujours indépendante des fonctions  $F$  et  $f$  d'intégration.  $F$  et  $f$  représentent des ondes de déformation, de pression ou encore des ondes électriques, qui courent le long du support: corde vibrante, conduite forcée, ligne électrique etc.

Malgré l'identité des formules mathématiques, tous ces phénomènes physiques différents ont été traités par des méthodes analytiques ou graphiques différentes. Nous venons de lire, dans un travail qui a été présenté au deuxième congrès du coup de bélier, à New York (8 et 9 décembre 1937) que F. M. Wood, auquel on doit d'ailleurs de beaux travaux sur cette question, propose de traiter les problèmes de coup de bélier au moyen du calcul de Heaviside, appliqué couramment aux ondes électriques. Cette proposition est ingénieuse, mais conduit à des séries exponentielles, dont le calcul n'est pas plus simple que l'application des théories d'Allievi, de Sparre et Jaeger.

Le Prof. Bergeron, dont on connaît bien en Suisse les beaux travaux sur la méthode graphique de calcul du coup de bélier, fait, au contraire de Wood, la proposition d'étendre au calcul des cordes vibrantes, des déformations de prismes, des rencontres de corps élastiques, des déformations brusques par variation d'un moment de torsion, des ondes électriques enfin, la méthode de calcul graphique qu'il a mise au point pour le calcul des ondes de coup de bélier. Nous rappelons très brièvement en quoi consiste ce calcul:

En partant des équations (2), on voit aisément que tout observateur partant au temps  $t$  d'un point  $M$  et qui suit

l'onde  $F$  avec la vitesse  $a$  voit que cette onde conserve sa valeur. Nous écrirons pour lui que:

$$(u_{tM} - u) = \frac{1}{K} (v_{tM} - v), \dots (3)$$

$u_{tM}$  et  $v_{tM}$  étant les valeurs respectives en  $M$  au temps de départ  $t$ . On établit, pour un observateur suivant l'onde  $f$ , que:

$$(u_{tM} - u) = \frac{1}{K} (v - v_{tM}). \dots (4)$$

Or chacune de ces équations représente une droite, d'inclinaison  $1/K$  ou  $-1/K$ , droites qui se coupent au point  $M$ , à l'instant  $t$ . On dessinera donc un plan des  $(v, u)$ ; les conditions aux limites du problème nous donneront un point  $M_0$ , au temps  $t_0$ ; la valeur  $K$  détermine l'inclinaison des droites que nous suivrons avec la vitesse de propagation  $a$  des ondes  $F$  et  $f$ , jusqu'à la rencontre soit d'une autre droite, représentative d'une autre onde, soit jusqu'à une courbe  $u(v)$  représentant une des conditions aux limites données par le problème. Les travaux de Schnyder et de Bergeron en Europe, de Wood et d'Angus en Amérique ont illustré le mode d'application de cette méthode au calcul du coup de bélier.

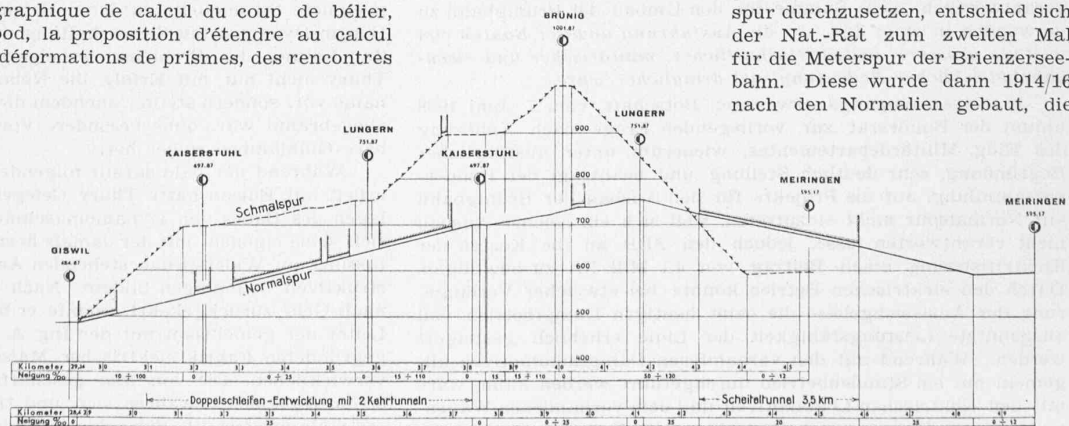
Dans deux travaux parus, l'un dans les «Mémoires de la Société des Ingénieurs civils de France» (juillet-août 1937), l'autre dans le «Bulletin de la Société française des électriciens» (octobre 1937), M. Bergeron montre comment on applique sa méthode aux problèmes les plus divers de la physique des ondes: ondes de déformations de corps élastiques, ondes électriques, etc. Il traite le cas où l'arbre de torsion, muni ou non de masses concentrées à ses extrémités, est brusquement détendu. Etudiant les cordes vibrantes, il examinera, grâce à la méthode graphique, le cas de la corde pincée (harpe) ou percutée (piano) ou encore le cas du fouet, qui n'est autre qu'une corde vibrante de section régulièrement décroissante, animée à l'une de ses extrémités d'un mouvement sinusoïdal, mouvement qui se transmet de proche en proche. Il examinera aussi le cas de deux prismes qui se heurtent ou encore d'un prisme qui heurte une paroi plane indéfinie. En électricité, Bergeron calculera une ligne munie d'un alter-nateur ou d'un accumulateur que l'on ferme, alors que la ligne est branchée, en un point quelconque, sur une résistance ohmique, une self ou une capacité. Il traitera enfin le cas d'un coup de foudre sur une ligne électrique.

Ce bref commentaire de la méthode Bergeron convaincra chacun de son intérêt. Nous ne doutons pas qu'elle fera sous peu l'objet d'un enseignement régulier dans les cours de mécanique appliquée. Son domaine d'application est tel que chacun trouvera profit à l'étudier.

Dr. Ing. Charles Jaeger.

### Umbau oder Elektrifikation der Brünigbahn

In seiner Botschaft über den Ausbau der Landesverteidigung u. s. w. (Nr. 3730, vom 7. Juni d. J.) beantragt der Bundesrat u. a. die Elektrifikation der vor 50 Jahren (16. Juni 1888) in Betrieb gesetzten Brünigbahn Luzern-Brienz (58 km, Meterspur, gemischter Betrieb mit Adhäsion max. 18‰ und Zahnstange max. 120‰). Die Frage ihrer Spurweite war von Anfang an lebhaft umstritten, wurde aber zugunsten der Schmalspur mit Zahnrampen entschieden. Als die Bahn vor 30 Jahren von Brienz bis Interlaken verlängert werden sollte, lebte die gleiche Diskussion wieder auf: ob die Brienzseebahn als eine Verlängerung der Brüniglinie oder der normalspurigen Thunerseebahn aufzufassen sei. Die Bundesversammlung entschied mit grossem Mehr zugunsten der Schmalspur; als kurz vor Baubeginn (1913) durch Nat.-Rat Michel (Interlaken) nochmals alle Hebel in Bewegung gesetzt wurden, um die Normalspur durchzusetzen, entschied sich der Nat.-Rat zum zweiten Mal für die Meterspur der Brienzseebahn. Diese wurde dann 1914/16 nach den Normalien gebaut, die



Vergleichs-Längenprofil der bestehenden Brünigbahn (Schmalspurbahn) mit einer Normalspur-Adhäsionsbahn