

Berechnung der Setzung von Bauwerken: Vortrag

Autor(en): **Meyer-Peter, E.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **111/112 (1938)**

Heft 6

PDF erstellt am: **08.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-49895>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

INHALT: Berechnung der Setzung von Bauwerken. — Aerodynamik und Automobil. — Entwicklung der automatischen Klein-Kohlenfeuerungen. — Projekt-Wettbewerb für eine neue Brücke bei der «Krone» in Töss-Winterthur. — Mitteilungen: Elektrische Enteisung von Flugzeugflügeln. Kupferersatz im Fahrleitungsbau. Die Turbinen des Doppel-

schrauben-Dampfers «Nieuw-Amsterdam». Das «Shasta Dam»-Kraftwerk. 2 D₀ 1 Lokomotiven mit Federtopfantrieb für Neu-Seeland. Eidg. Techn. Hochschule. Exposition internationale de l'eau, Liège 1939. Schweiz. Verein von Gas- und Wasserfachmännern. — Nekrologe: Karl Emil Hilgard. — Wettbewerbe: Schulhaus mit Turnhalle in Wettingen. — Literatur.

Band 112

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet

Nr. 6

Berechnung der Setzung von Bauwerken

Vortrag im Rahmen des Erdbaukurses der E. T. H., März 1938
Von Prof. Dr. E. MEYER-PETER, Zürich

I. Einleitung.

Der Vortrag bezweckt eine Uebersicht über den heutigen Stand der Theorie der Setzung von Bauwerken zu geben. Dabei kommen vor allem die auf lose Böden (Lockergesteine) abgestellten Bauwerke in Betracht.

Bei der einaxialen Belastung eines prismatischen Stabes durch eine Druckkraft erfährt dieser eine elastische Verkürzung in der Längsaxe und gleichzeitig eine Dehnung in der Querrichtung. Wird die letztgenannte nicht durch äussere Kräfte verhindert, so erleidet jedes Element dz in der Kraftrichtung eine Verkürzung nach Massgabe des Hooke'schen Gesetzes:

$$\Delta dz = \frac{\sigma_z}{E} dz$$

Die Gesamtverkürzung wird:

$$\Delta l = \int_0^l \frac{\sigma_z}{E} dz$$

und, wenn sowohl die spezifische Beanspruchung σ_z , als auch der Elastizitätsmodul E auf die ganze Stablänge l konstant sind:

$$\Delta l = \frac{\sigma_z}{E} l$$

Falls der Spannungszustand dreiaxial ist, sodass die Querdehnung verhindert wird, lassen sich bekanntlich sowohl die erforderlichen Seitenkräfte, als die Längsdehnung berechnen:

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{\sigma_z}{m-1}$$

$$\Delta dz = \frac{\sigma_z}{E} dz \frac{(m+1)(m-2)}{m(m-1)}$$

Man sieht hieraus, dass für die Berechnung der Zusammendrückung bei verbotener Seitenausdehnung zwei Materialkonstanten, nämlich der Elastizitätsmodul E und die Poisson-Zahl m gegeben sein müssen.

Um mit Hilfe der mathematischen Elastizitätslehre die Berechnung von Setzungen durchzuführen, wurde der durch das Bauwerk belastete lose Boden als elastisches isotropes Material vorausgesetzt, das sowohl Zug- als Druckbeanspruchungen aushält und das sich in allen Richtungen hinsichtlich Dehnungen und Zusammendrückungen gleich verhält, also einen konstanten, auf Zug und Druck gleichen Elastizitätsmodul und eine konstante Querdehnungszahl aufweist.

So ist im Falle örtlich belasteter Sande zuerst von Boussinesq für verschiedene Spezialfälle sowohl die Spannungsverteilung, als die in einem Punkt des elastisch isotropen Halbraums zu erwartende Setzung theoretisch berechnet worden. Ich kann mich hier auf den Vortrag von Prof. Dr. M. Ritter: «Spannungsverteilung im Baugrund» beziehen¹⁾.

Die Setzung einer rechteckigen Fundamentplatte mit gleichförmiger Lastverteilung ist von Dr. W. Steinbrenner berechnet worden²⁾.

Die Brauchbarkeit der Resultate der Setzungsberechnung mit Hilfe der mathemat. Elastizitätslehre hängt nun im wesentlichen vom tatsächlichen elastischen Verhalten des Bodenmaterials ab.

Fröhlich weist mit Hilfe des Prinzips der geradlinigen Kraftausbreitung³⁾ (siehe Vortrag von Prof. Dr. M. Ritter) darauf hin, dass neben dem Spannungszustand, der von Boussinesq mit Hilfe der mathematischen Elastizitätslehre gekennzeichnet wurde, auch noch andere Spannungszustände statisch möglich sind.

Der Fröhlich'sche Ansatz, für den Fall einer Einzellast, ergibt für die radial gerichtete Hauptspannung σ_r den Ausdruck:

$$\sigma_r = f P \frac{z}{r^v} \quad (\text{siehe Abb. 1})$$

¹⁾ Dieser Vortrag wird erscheinen in: «Mitteilungen aus dem Baustatischen Institut der E. T. H.», herausgegeben von Prof. Dr. M. Ritter und Prof. Dr. F. Stüssli.

²⁾ «Tafeln zur Setzungsberechnung». «Die Strasse», Heft 4, 1934.

³⁾ O. K. Fröhlich: «Druckverteilung im Baugrund». Verlag Springer, Berlin, 1934.

wobei v eine statisch unbestimmte Grösse ist, die als «Ordnungszahl der Spannungsverteilung» bezeichnet wird. Die Grösse f ergibt sich aus einer einfachen Gleichgewichtsbetrachtung einer Halbkugelschale, wonach folgt:

$$\sigma_r = \frac{\nu P}{2\pi r^2} \cos^{\nu-2} \vartheta \quad \text{radiale Hauptspannung}$$

$$\sigma_z = \frac{\nu P}{2\pi r^2} \cos^{\nu} \vartheta \quad \text{vertikale Normalspannung}$$

$$\sigma_h = \frac{\nu P}{2\pi r^2} \cos^{\nu-2} \vartheta \sin^2 \vartheta \quad \text{horizontale Normalspannung}$$

$$\tau = \frac{\nu P}{2\pi r^2} \cos^{\nu-1} \vartheta \sin \vartheta \quad \text{Scherspannung (vertikal und hor.)}$$

Nachdem weiter der Nachweis geleistet wird, dass der oben beschriebene Spannungszustand mit demjenigen im elastisch isotropen Halbraum mit der Poissonzahl $m = 2$ übereinstimmt, falls man für $\nu = 3$ setzt, ergibt sich, dass ν nicht kleiner als 3 sein kann, denn dieser Wert beschreibt das Verhalten des nicht zusammendrückbaren Materials. Für praktische Verhältnisse kommen also im Allgemeinen Werte von $\nu > 3$ in Betracht. Wesentlich ist dabei, dass der Fall $\nu = 3$ nur dann möglich ist, wenn ein Material mit konstantem Elastizitätsmodul vorliegt und also das Hooke'sche Gesetz gilt. Der Fall $\nu = 4$ setzt dagegen einen Elastizitätsmodul des Bodens voraus, der zur Tiefe unter der Oberfläche proportional ist. Besitzt der Boden schon in der Tiefe $z = 0$ einen gewissen Wert des Elastizitätsmoduls, so liegt nach Fröhlich der Wert der «Ordnungszahl der Spannungsverteilung» zwischen 3 und 4.

II. Das elastische Verhalten der Böden.

Wie aus dem Vortrag von Ing. R. Haefeli⁴⁾ hervorgeht, wird die Zusammendrückbarkeit der losen Böden nach heutiger Anschauung im wesentlichen darauf zurückgeführt, dass sich bei einer Druckbeanspruchung eine innigere Lagerung der Körner einstellt, wobei das Porenvolumen, bezw. die Porenziffer abnimmt. Die elastische Zusammendrückung der Körner selbst spielt dabei eine untergeordnete Rolle, wodurch sich zum grossen Teil die Tatsache erklärt, dass der primäre Zusammendrückungsvorgang irreversibel ist. Die spezifische Längenänderung eines prismatischen Versuchskörpers ist darnach annähernd durch die Verringerung des Porenvolumens bezogen auf das Gesamtvolumen auszuordnen.

Denk man sich den Stab (Abb. 2) aus einer Festmasse von der Höhe a , die sämtliche festen Körner enthält, und einer Porenmasse von der Höhe b zusammengesetzt, so dass

$$l = a + b$$

so ist also a konstant, b veränderlich, weshalb $dl = db$. Die spezifische Längenänderung wird: $\frac{dl}{l} = \frac{db}{a+b}$. Andererseits ist laut Definition der Porenziffer ϵ :

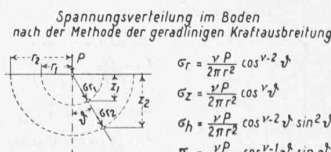
$$\epsilon = \frac{b}{a}, \text{ woraus } db = a d\epsilon$$

somit

$$\frac{dl}{l} = \frac{a d\epsilon}{a+b} = \frac{d\epsilon}{1 + \frac{b}{a}} = \frac{d\epsilon}{1 + \epsilon} \quad \dots \quad (1)$$

Die Abhängigkeit der Porenziffer vom Normaldruck bei verbotener Seitenausdehnung muss für jedes Material durch den Oedometerversuch festgestellt werden. Dabei ist klar zu unterscheiden zwischen dem durch die primäre Zusammendrückung erhaltenen Druck-Porenzifferdiagramm (Hauptast) und demjenigen Druck-Porenzifferdiagramm, das der Schwellkurve ent-

⁴⁾ Gedruckt in «SBZ», Bd. 111, Nr. 24 und 26 (Juni 1938).



Zusammenhang zwischen spez. Längenänderung einer Bodenprobe & der Änderung der Porenziffer

$$l = a + b, \text{ für } a \text{ konstant: } dl = db$$

$$\text{spezif. Längenänderung: } \frac{dl}{l} = \frac{db}{a+b}$$

Porenziffer lt. Definition:

$$\epsilon = \frac{b}{a} \text{ und } db = a d\epsilon$$

$$\text{somit } \frac{dl}{l} = \frac{a d\epsilon}{a+b} = \frac{d\epsilon}{1 + \frac{b}{a}} = \frac{d\epsilon}{1 + \epsilon}$$

Abb. 1

Abb. 2

spricht (Abb. 3). Die Schwellkurve stellt den mehr oder weniger elastischen Anteil der in der Hauptsache plastischen, primären Zusammendrückung dar. Diese ist somit irreversibel, der Schwellvorgang dagegen reversibel, sofern man von der durch die Wiederbelastung entstehenden Hysteresisschleife absieht. Terzaghi⁵⁾ hat gezeigt, dass sich für die Beziehung zwischen Porenziffer und Druck auf Grund der Schwellkurve folgender empirischer Ausdruck ergibt:

$$\epsilon = -\frac{1}{A} \ln \frac{p_0 + p}{p_1} + C \dots \dots \dots (2)$$

Hierin ist p_0 die «Vorspannung» oder der Anfangsdruck, von dem der Versuch ausgeht. A (Schwellbeiwert) und C (Porenziffer für den Gesamtdruck $p_0 + p = p_1$) sind vom Material abhängige Konstante. Für den Anfangsdruck p_0 sei: $\epsilon = \epsilon_0$ ($p = 0$) woraus:

$$\epsilon_0 = -\frac{1}{A} \ln \frac{p_0}{p_1} + C$$

und

$$\epsilon - \epsilon_0 = -\frac{1}{A} \ln \frac{p_0 + p}{p_0} \dots \dots \dots (3)$$

Durch Differentiation dieser Gleichung erhält man:

$$\begin{aligned} d\epsilon &= -\frac{1}{A} \frac{dp}{p_0 + p} \\ \frac{dp}{d\epsilon} &= -A(p_0 + p) \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

Infolge der Krümmung der Druck-Setzungskurve definieren wir den Elastizitätsmodul als Neigung der Tangente an die Kurve (Abb. 4), also:

$$E = \frac{dp}{d\Delta l} = -\frac{dp}{\left(\frac{dl}{l}\right)} \dots \dots \dots (5)$$

(weil $l = l_0 - \Delta l$ ist $dl = -d\Delta l$).

Unter Berücksichtigung von Gl. (1) und (4) ergibt sich also:

$$E = -\frac{dp}{d\epsilon} (1 + \epsilon) = A(1 + \epsilon)(p_0 + p) \dots \dots (6)$$

Für eine nicht zu grosse Laststufe p zeigt Fröhlich an Hand eines Zahlenbeispiels, dass es ohne namhaften Fehler gestattet ist, statt des variablen Wertes ϵ einen Mittelwert für die betreffende Laststufe einzuführen. Wird dieser mit ϵ_m bezeichnet, so ergibt sich:

$$E = A(1 + \epsilon_m)(p_0 + p) \dots \dots \dots (6a)$$

d. h. der Elastizitätsmodul ist proportional dem ausgeübten Druck. Für einen Punkt in der Tiefe z unter der unbelasteten Erdoberfläche ist dann $p = \gamma z$.

Für γ ist einzusetzen:

- bei trockenem Boden $\gamma_e = \gamma_s(1 - n)$
- bei gesättigtem Boden $\gamma'_e = \gamma_s(1 - n) + \gamma n$
- bei Boden unter Wasser $\gamma''_e = (\gamma_s - \gamma)(1 - n)$

Damit wird der Elastizitätsmodul:

$$\text{ohne Vorbelastung } E = A(1 + \epsilon_m)\gamma z \dots \dots \dots (6b)$$

$$\text{mit Vorbelastung } E = A(1 + \epsilon_m)(p_0 + \gamma z) \dots \dots (6c)$$

Dabei ist zu berücksichtigen, dass die obigen Beziehungen nur unter der Voraussetzung gültig sind, dass die Vertikalspannung im Boden ursprünglich in allen Punkten der betrachteten Zone grösser waren, als $p_0 + p$ (z. B. infolge einer, bei der Wiederbelastung nicht mehr vorhandenen Ueberlagerung). Ist dies nicht der Fall, so muss der durch die primäre Zusammendrückung der Bodenprobe erhaltene Hauptast des Druck-Porenzifferdiagramms

⁵⁾ O. K. Fröhlich: Druckverteilung im Baugrund, Wien 1934; K. v. Terzaghi: Erdbaumechanik, 1925; M. J. Hvorslev: Ueber die Festigkeitseigenschaften gestörter bindiger Böden. Kopenhagen, 1937.

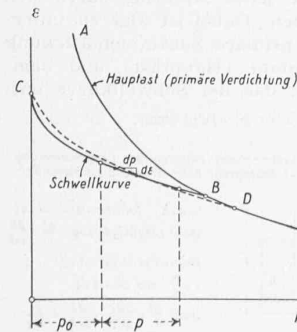


Abb. 3

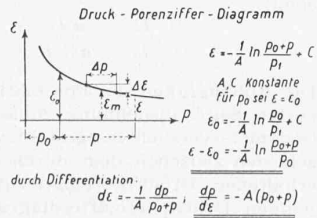


Abb. 4

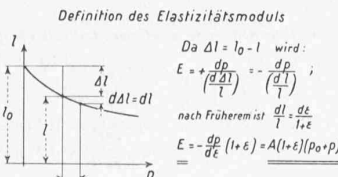


Abb. 5

der Berechnung zu grunde gelegt werden, dessen Gleichung nach Terzaghi, ähnlich wie die Gleichung der Schwellkurve lautet:

$$\epsilon = -\frac{1}{B} \ln \frac{p_0 + p}{p_1} + D$$

III. Rechnerische Setzungsanalyse.

Die Berechnung erfolgt unter der ausdrücklichen Annahme verhinderter Seitenausdehnung, da die für den Elastizitätsmodul massgebenden Konstanten A und der Wert ϵ_m im Oedometer bestimmt wurden. Die vertikale Verschiebung des Punktes M (Abb. 5) beträgt unter dem Einfluss einer gegebenen Spannungsverteilung:

$$y = \int_H^z \frac{\sigma_z dz}{E}$$

Ist der Boden homogen bis zur Tiefe $H = \infty$, so wird:

$$y = \int_0^z \frac{\sigma_z dz}{E}$$

In diesen Gleichungen ist nun E nicht mehr konstant, sondern durch die Beziehung

$$E = A(1 + \epsilon_m)(p_0 + \gamma z) \text{ gegeben.}$$

Beispiel: Setzung des Mittelpunktes einer kreisförmigen, gleichmässig mit q_t belasteten Fläche mit dem Radius r_0 in der Tiefe t (Abb. 6).

$$q_t = q'_t - \gamma t$$

q_t ist also gleich der Differenz zwischen der Gebäudelast q'_t und dem Gewicht des ausgehobenen Bodens.

Für $\nu = 4$ ergibt sich (siehe Fröhlich):

$$\sigma_z = q_t(1 - \cos^4 \alpha)$$

und die Setzung an der Oberfläche:

$$\begin{aligned} y &= \frac{q_t}{A(1 + \epsilon_m)} \int_0^0 \frac{1 + \cos^4 \alpha}{p_0 + \gamma(z + t)} dz = \\ &= \frac{q_t}{A(1 + \epsilon_m)\gamma} \int_0^0 \frac{1 + \cos^4 \alpha}{\frac{p_0}{\gamma} + z + t} dz \end{aligned}$$

Die Lösung lautet:

$$y = \frac{q_t}{4A(1 + \epsilon_m)\gamma} \times \left\{ \frac{1}{(1 + c^2)^2} \left[2(1 + c^2) + \pi c(1 + 3c^2) - 4(1 + 2c^2) \ln c \right] \right\} (7)$$

wobei

$$c = \frac{1}{r_0} \left(t + \frac{p_0}{\gamma} \right)$$

Diese Berechnung setzt zwar voraus, dass der Elastizitätsmodul variabel, d. h. linear mit der Tiefe unter Bodenoberfläche zunehme, jedoch wird nicht berücksichtigt, dass der Ansatz $E = A(1 + \epsilon_m)(p_0 + p)$ im Falle der Belastung durch ein Bauwerk eigentlich $E = A(1 + \epsilon_m)(p_0 + p + \sigma_z)$ heissen sollte. Durch Einführung des Wertes von σ_z wird aber die Durchführung der Integration praktisch unmöglich.

In vielen Fällen ist für die Zusammendrückbarkeit des Bodens bis zu einem gewissen Lastpunkte die Schwellkurve, bei noch höheren Drücken dagegen die primäre Zusammendrückung (Hauptast) massgebend (vgl. Abb. 3, Knickpunkt D). Die Berücksichtigung dieses Umstandes gestaltet die rechnerische Setzungsanalyse äusserst umständlich.

Fröhlich bemerkt, dass im Falle bindiger Böden in die Formel für den Elastizitätsmodul das so-

Setzung des Mittelpunktes einer kreisförmigen, gleichmässig belasteten Fläche in der Tiefe t .

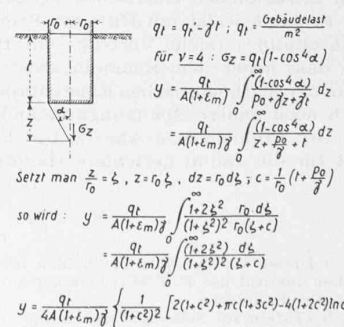


Abb. 6

genannte Druck-Aequivalent p_k der Konsistenzform eingeführt werden müsse, sodass

$$E = A (1 + \epsilon_m) p_k = \text{konstant} \quad (8)$$

Die Einführung eines konstanten Elastizitätsmoduls führt, wie bereits gesagt, auf den Wert $\nu = 3$, bzw. $m = 2$, d. h. auf die Formeln der mathematischen Elastizitätslehre. Es ist indessen, wie aus der im Vortrag von Ing. Haefeli betonten Abhängigkeit der Kohäsion von der Belastung hervorgeht, nicht anzunehmen, dass in verschiedenen Tiefen der Wert p_k tatsächlich konstant ist.

Kritik des Begriffes «Bettungsziffer».

Durch die Arbeiten über die Berechnung des Eisenbahnoberbaues wurde der Begriff «Bettungsziffer» eingeführt, der dann später auf die Berechnung von Fundamentplatten sowohl, als von Setzungen von Bauwerken angewendet wurde.

Die Definition der Bettungsziffer lautet:

$$C = \frac{\sigma}{y} \text{ (kg/cm}^3\text{)} \dots \dots \dots (9)$$

wobei σ die Bodenpressung (kg/cm²) und y die Setzung der Oberfläche unter der Fundamentplatte bedeutet (cm). Dieser Wert wurde als «Materialkonstante» aufgefasst, d. h. man nahm an, dass eine bestimmte Bodenart einen von der Grösse der Platte und dem Mass der Belastung unabhängigen Festwert von C aufweise.

Schon eine einfache Ueberlegung zeigt, dass dies nicht zutreffen kann: Je nach Grösse und Form der Platte ergeben sich im Boden verschiedene Belastungsverteilungen σ_z , weil die Spannung in einem bestimmten Punkte das Integral der sämtlichen Einflüsse der einzelnen Flächenelemente ist. Durch die Bettungsziffer kann eine variable Schichtfolge nicht berücksichtigt werden. Nun spielt sich die Zusammendrückung nicht nur in der Schicht direkt unter der Lastplatte ab, sondern reicht bis in grosse Tiefen herab.

Auch mathematisch lässt sich die Unmöglichkeit nachweisen, durch eine Bettungsziffer die Grösse der Setzungen zu erfassen. Das geht deutlich aus dem vorhin erwähnten Beispiel hervor:

Der Klammerausdruck

$$\left\{ \frac{1}{(1+c^2)^2} \left[2(1+c^2) + \pi c(1+3c^2) - 4(1+2c^2) \ln c \right] \right\}$$

in Gl. (7) für die Setzung in der Axe einer belasteten Kreisfläche ist eine Funktion von c , wobei

$$c = \frac{1}{r_0} \left(t + \frac{p_0}{\gamma} \right)$$

war. Daraus ergibt sich, dass die Setzung y eine Funktion des Radius der Kreisplatte ist.

IV. Graphische Setzungsanalyse.

Diese Methode wurde von Ing. R. Haefeli entwickelt. Sie fusst auf folgendem Gedankengang: Durch den Oedometerversuch kann bei verhinderter Seitenausdehnung direkt die spezifische, primäre Zusammendrückung $\Delta_i = \frac{h_i - h_1}{h_1}$ des Bodens in

Funktion des Druckes σ_i ermittelt werden. Die empirische Gleichung, die diesen Zusammenhang darstellt, wird im Vortrag von Ing. R. Haefeli wie folgt angegeben:

$$\Delta_i = Z \ln (\alpha \lambda_i + 1 - \alpha) \dots \dots \dots (10)$$

wobei $\lambda_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_1}$ $\sigma_1 = 1 \text{ kg/cm}^2$

Für viele Fälle lässt sich mit genügender Annäherung $\alpha = 1$ setzen, sodass das Glied $1 - \alpha$ vernachlässigt werden kann und die Gleichung die einfachere Form:

$$\Delta_i = Z \ln \lambda_i \quad (10a)$$

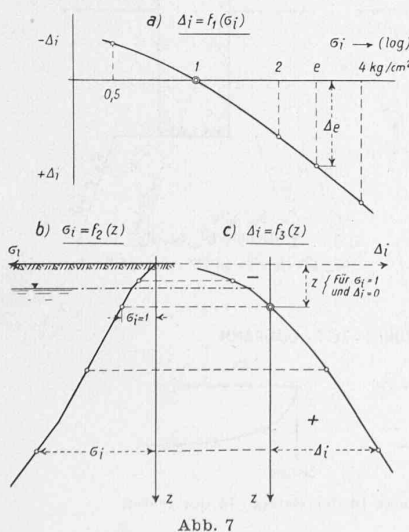


Abb. 7

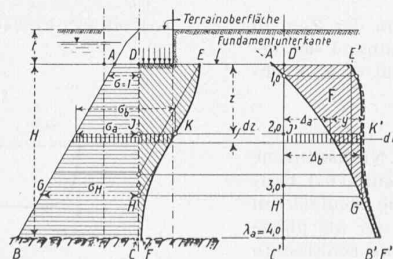


Abb. 8. Graphische Setzungsanalyse

zeigt. Setzt man $\lambda_i = e = 2,718 \dots \dots$, so wird:

$$\Delta_i = Z = \Delta_e \text{ (Zusammendrückungszahl).}$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich durch Differentiation der Begriff des Zusammendrückungsmoduls M_E , der ähnlich wie der früher betrachtete Elastizitätsmodul E mit dem Druck linear zunimmt:

$$M_E = \frac{\sigma_i}{\Delta_e}$$

Die Methode besteht nun darin, aus der empirisch bestimmten Druck-Zusammendrückungskurve: $\Delta_i = f_1(\sigma_i)$ (Abb. 7 a) und aus der bekannten, durch das Eigengewicht bestimmten Spannungsverteilung $\sigma_i = f_2(z)$ (Abb. 7 b) durch einfache graphische Uebertragung die Kurve $\Delta_i = f_3(z)$ (Abb. 7 c) aufzuzeichnen.

Erfährt nun der Baugrund eine Neubelastung, so wird in einer bestimmten Tiefe die Spannung um den Betrag σ_z geändert (Abb. 8). Wir bezeichnen mit σ_a die Spannung im Anfangszustand, mit σ_b die Spannung im neuen Zustand, also:

$$\sigma_b = \sigma_a + \sigma_z$$

Im neuen Zustand (σ_b) muss nun das Bodenelement eine spezifische Zusammendrückung Δ_b erfahren, die gleich gross ist wie diejenige, die ein Bodenelement erfuhr, das schon im Anfangszustand eine Beanspruchung erlitt, die gleich σ_b war. Wir müssen also im Diagramm der ursprünglichen σ_a denjenigen Punkt H suchen, für den $\overline{GH} = \sigma_b$. Für die zugehörige spezifische Zusammendrückung ergibt sich aus der Zusammendrückungskurve der Wert $G'H'$. Dieser Wert ist in der Höhe z aufzutragen, so dass

$$G'H' = J'K' = \Delta_b$$

Die ursprüngliche Höhe eines Bodenelementes bei $\sigma_i = 1 \text{ kg/cm}^2$ sei mit dz_1 bezeichnet. Die entsprechende Länge unter der Belastung σ_a ist dann $dz_a = dz_1 (1 - \Delta_a)$. Dieses Element erleidet unter der neuen Belastung eine Zusammendrückung:

$$\Delta dz_a = (\Delta_b - \Delta_a) dz_1 =$$

$$\left(\frac{\Delta_b}{1 - \Delta_a} - \frac{\Delta_a}{1 - \Delta_a} \right) dz_a = y dz_a = dF$$

Die totale Setzung wird dann:

$$y_T = \int_0^t dF = F \dots \dots \dots (12)$$

∞ bzw. H

In den meisten Fällen kann mit genügender Genauigkeit dz_a gleich dz_1 bzw. die Abszisse y (siehe schraffierte Fläche F) gleich $(\Delta_b - \Delta_a)$ gesetzt werden, wodurch sich die Konstruktion der punktierten Linie bei $E'K'F'$ erübrigt.

Es geht aus der Beschreibung der Methode hervor, dass sie neben dem Vorzug der Einfachheit und Uebersichtlichkeit gegenüber der analytischen Methode noch weitere Vorteile aufweist.

Die Veränderlichkeit des Zusammendrückungsmoduls, die durch die Einführung von σ_z entsteht, ist in der graphischen Methode implicite enthalten. Die Berücksichtigung einer komplizierten Zusammendrückungs-Belastungskurve, wie sie z. B. bei stark vorbelasteten Böden festgestellt wird, oder wie sie dann entsteht, wenn bei tonigen Böden bei einer gewissen Belastung plötzlich das Gefüge zerstört wird, also eine Strukturänderung eintritt, kann auf Grund der graphischen Methode ohne Schwierigkeiten erfolgen.

Abb. 9 und 10 zeigen eine Anwendung der Methode für den Fall eines unendlich langen Laststreifens. Bei gleicher spezifischer Belastung q sind die Setzungen ermittelt für die Breiten $2b = 1, 2$ und 4 m

$$2b = 1, 2 \text{ und } 4 \text{ m}$$

sowie für zwei verschiedene Mächtigkeiten der kompressiblen Schicht

$$H = 5,0 \text{ und } 10,0 \text{ m.}$$

Abb. 10 b stellt die sich hieraus ergebenden

Bettungsziffern $C = \frac{\sigma}{y}$ dar, wobei y die totale

Setzung bedeutet. Es ist daraus ersichtlich, dass C sowohl mit der Breite des Laststreifens, als auch mit der Mächtigkeit der betrachteten Schicht stark variiert.

Es ergeben sich hieraus einige für die Praxis sehr wichtige Folgerungen:

a) Die direkte Uebertragung der Setzung einer Versuchsplatte (Probebelastung) auf das fertige Bauwerk führt zu unrichtigen Resultaten. Die Setzung des grossen Bauobjektes mit einer Grundplatte, deren Fläche ein Viel-

faches der Probeplatte ausmacht, wird stets ein Mehrfaches der durch den Versuch ermittelten Setzung sein.

b) Die Berechnung von elastischen Fundamentplatten auf elastischer Unterlage erfolgt bekanntlich auf Grund der Differentialgleichung:

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{C}{EJ} y$$

Da der durch eine gewöhnliche Probelastung ermittelte Wert von C nur einen Bruchteil des für die zu berechnende grosse Platte geltenden Wertes beträgt, wird also nach bisherigem Verfahren die Konstante der rechten Seite obiger Gleichung zu gross eingesetzt. Das hat zur Folge, dass die Rechnung unter den Lastpunkten der Platte zu grosse Pressungen ergibt, während die auf die Platte wirkenden Biegemomente zu klein ermittelt werden.

V. Einfluss des Porenwassers auf den zeitlichen Verlauf der Setzungen.

Die Setzung ist nicht als elastische Zusammendrückung der Bodenteilchen, sondern als Verminderung des Porenvolumens zu betrachten. Falls die Poren mit Wasser gefüllt sind, muss also das Wasser ausgedrückt werden. Der zeitliche Vorgang ist deshalb abhängig von der Durchlässigkeit des Materials.

Deshalb unterscheiden sich kohäsionslose Böden grundsätzlich von bindigen. Bei Sanden ist die Durchlässigkeit so gross, dass mit dem Aufbringen der Gebäudelast sozusagen gleichzeitig das Porenwasser verdrängt wird. Die neue Last wird also durch den «Druck von Korn zu Korn» übertragen, Setzungen erfolgen deshalb rasch und sind auch verhältnismässig klein. Bei tonigen Böden dagegen erfordert das Ausdrücken des Porenwassers viel Zeit, die Setzung, die eine Verminderung des Porenvolumens, also einen Wasserverlust bedeutet, geht entsprechend langsam vor sich und nimmt grosse Beträge an.

Grundhypothese für die Berechnung der Setzung von tonigen Böden in Funktion der Zeit ist: Im Anfangszustand übernimmt das Porenwasser vollständig die Neulast, während der Korn-zu-Korn-Druck in diesem Moment unverändert bleibt. Durch den so entstandenen Ueberdruck des Porenwassers wird eine Grundwasserströmung erzeugt, die ein allmähliches Ausfliessen des Wassers aus der Druckzone bedingt. Dieses Ausfliessen ist an das Vorhandensein einer freien Oberfläche oder einer Drainageschicht gebunden⁹⁾. Die Wasserbewegung dauert so lange an, bis der ursprünglich nach Aufbringen der Neulast entstandene Porenwasserüberdruck sich ausgeglichen hat. Erst dann ist auch die Hauptsetzung vollendet, weil erst dann der Korn-zu-Korn-Druck der Neulast das Gleichgewicht hält. Dieser Vorgang ist in Abb. 11 schematisch dargestellt.

Damit ergibt sich, dass die allmählich vom Porenwasser auf die feste Phase übergehende Neubelastung in jedem Punkt des Bodens durch die Differenz zwischen dem ursprünglichen Ueberdruck des Porenwassers zur Zeit 0 (Lastaufbringung) und dem endgültigen Ueberdruck 0 im Moment T der Beendigung der Hauptsetzung ausgedrückt wird. Diese Druckdifferenz ist aber nichts anderes als die im Halbraum unter der Neulast sich ergebende Spannung σ_z . Trägt man deshalb nach Abb. 12 die Werte σ_z als Abszissen über den Ordinaten z auf, so stellt die so bestimmte Fläche (schraffiert) die Lastfläche dar, die allmählich durch Auspressen von Wasser von den festen Tonteilchen übernommen wird.

Um also das Problem der Setzung in Funktion der Zeit zu lösen, sind drei Aufgaben zu erledigen, die hier anhand der erwähnten Veröffentlichung von K. von Terzaghi und O. K. Fröhlich in ihren grossen Zügen skizziert werden.

a) Ermittlung der Lastfläche.

Die Lastfläche wird durch die sogenannte Nullisochrone ($t = 0$) und die Endisochrone ($t = T$) begrenzt. Zunächst handelt es sich also um die Ermittlung des durch die Neulast im Porenwasser entstehenden Ueberdruckes zur Zeit der als plötzlich gedachten Lastaufbringung. Dabei wird nur die senkrechte

⁹⁾ Siehe Terzaghi-Fröhlich: Theorie der Setzung von Tonschichten

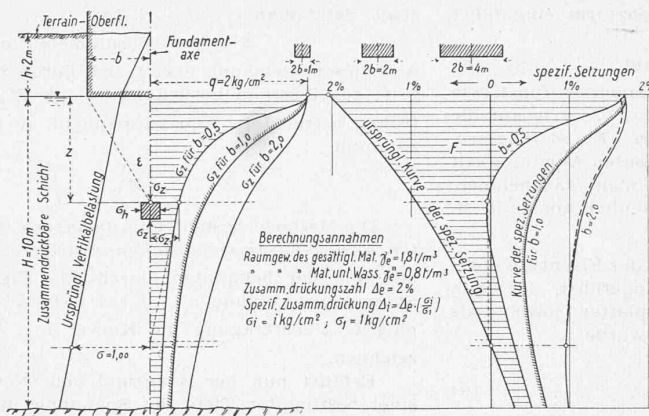


Abb. 9. Graph. Setzungsanalyse für verschiedene Breiten der Lastflächen

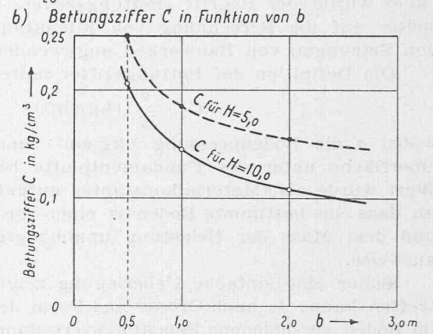
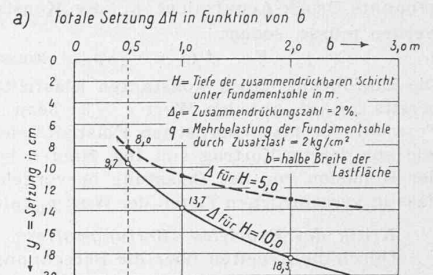


Abb. 10. Setzung und Bettungsziffer in Funktion der Breite der Lastfläche

Komponente σ_z berücksichtigt. In gewissen Fällen ist die Neulast über die ganze Fläche gleichmässig verteilt, sodass die Nullisochrone ohne weiteres als senkrechte Gerade angegeben werden kann.

Dies trifft beispielsweise zu bei der Belastung einer Tonschicht mit einer Wasserschicht (Füllung eines Stauesee, Abb. 13a). Im Falle örtlicher Belastung ist die Nullisochrone eine Kurve (Abb. 13b). Die Endisochrone ist bei örtlicher Neubelastung stets eine Gerade, die mit der Ordinatenaxe zusammenfällt.

Die Lastfläche wird durch die schraffierte Fläche dargestellt.

Die Auströmung des Porenwassers erfolgt unter dem Ueberdruck entweder nach der freien Oberfläche, also nach oben, oder nach einer unten liegenden drainierenden durchlässigen Schicht, also nach unten, oder nach beiden Richtungen.

Erster Fall, Strömung nach oben. Der hydrostatische Ueberdruck wird sofort, also zur Zeit $t = 0$ oben auf Null reduziert. Die Druckverteilung im Porenwasser in einem beliebigen Zeitpunkt t zwischen 0 und T wird durch Kurve (t) dargestellt (Abb. 14a).

Zweiter Fall, Strömung nach unten. Die Druckverteilung sinkt schon zur Zeit $t = 0$ unten auf Null herab (Abb. 14b).

Dritter Fall, beidseitige Strömung. Sowohl oben als unten sinkt der Wert des Ueberdrucks schon zur Zeit $t = 0$ auf Null herab (Abb. 14c).

b) Ermittlung der Setzung aus der Lastfläche.

In allen drei Fällen wird die Lastfläche zur Zeit t durch die Nullisochrone einerseits und die t -Isochrone andererseits definiert.

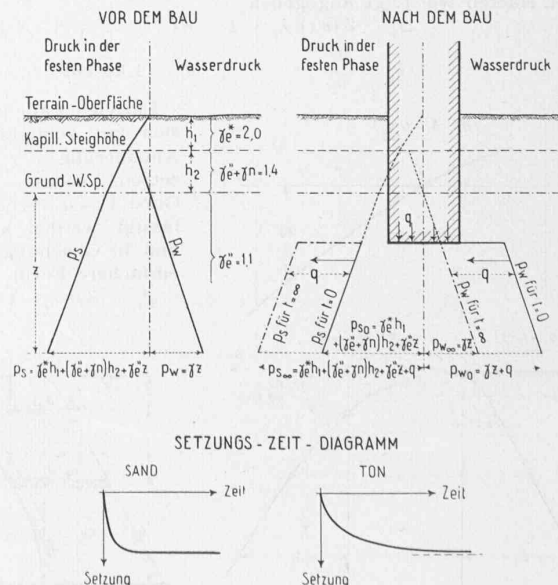


Abb. 11. Vertikale Drücke in der Bauaxe in der festen und flüssigen Phase

Der Abszissenabschnitt zwischen beiden Kurven $\Delta\sigma_z$ gibt die im Zeitintervall 0 bis t erfolgte Zunahme des Korn-zu-Korn-Drucks an. Die Zusammendrückung eines Elementes von der Höhe dz beträgt also in diesem Zeitintervall

$$\Delta dz = \frac{\Delta\sigma_z}{E} dz$$

Für den Fall konstanten Elastizitätsmoduls nach Gl. (8) wird dann die totale Setzung zur Zeit t gemäss Abb. 14:

$$y_t = \frac{1}{E} \int_0^H \Delta\sigma_z dz = \frac{1}{E} F_t \dots (13)$$

und die totale Setzung am Ende T des Vorgangs (siehe Abb. 13)

$$y_T = \frac{1}{E} F_0 \dots (14)$$

Für den Fall veränderlichen Elastizitätsmoduls wird am besten die graphische Methode, die in Abschnitt IV beschrieben ist, verwendet. Eine zweckmässige Kombination beider Methoden besteht darin, dass man die totale Setzung y_T (für $t = \infty$) nach der graphischen Methode bestimmt, während der zeitliche Vorgang der Setzung nach Terzaghi-Fröhlich auf Grund eines konstanten, mittleren Elastizitäts- bzw. Zusammendrückungsmoduls untersucht wird.

c) Ermittlung der Druckverteilung im Porenwasser zur Zeit t .

Aufstellung der Differentialgleichung der nicht stationären Grundwasserströmung bei einaxiger Strömung.

Kontinuitätsbedingung. In der Zeit dt fliesst durch den oberen Querschnitt eines Prismas von den Abmessungen dx, dy, dz folgende Wassermenge (Abb. 15):

$$-\frac{k}{\gamma} \frac{\partial \sigma_w}{\partial z} dx dy dt$$

Dabei ist σ_w der in der Höhe z herrschende Ueberdruck im Porenwasser, k der Durchlässigkeitskoeffizient. Analog fliesst aus dem untern Querschnitt heraus:

$$-\frac{k}{\gamma} \left[\frac{\partial \sigma_w}{\partial z} + \frac{\partial^2 \sigma_w}{\partial z^2} dz \right] dx dy dt$$

Der Wasserverlust in dem Intervall dt beträgt somit:

$$dV = -\frac{k}{\gamma} \frac{\partial^2 \sigma_w}{\partial z^2} dz dx dy dt$$

Der Wasserverlust pro Volumen- und Zeiteinheit beträgt also:

$$V_1 = -\frac{k}{\gamma} \frac{\partial^2 \sigma_w}{\partial z^2}$$

Bezeichnen wir andererseits mit v den sogenannten spezifischen Porenwasserverlust, d. h. den Wasserverlust pro Volumen- und Zeiteinheit für eine Zunahme des Korn-zu-Korn-Drucks $\Delta\sigma_z = 1$. Der Korn-zu-Korn-Druck nimmt nun in der Zeiteinheit um den Betrag $\frac{\partial \sigma_z}{\partial t}$ zu.

Der Porenwasserverlust pro Volumen- und Zeiteinheit wird deshalb auch:

$$V_1 = v \frac{\partial \sigma_z}{\partial t}$$

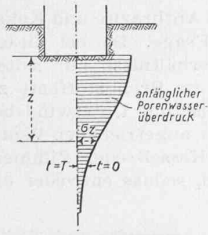


Abb. 12

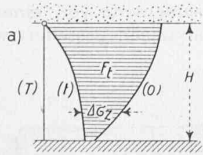


Abb. 13

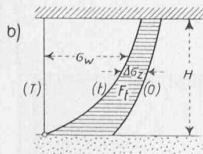


Abb. 14

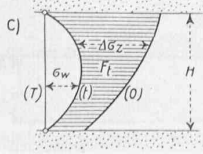


Abb. 15

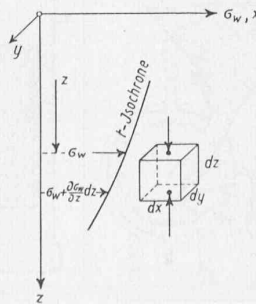


Abb. 15

Da die Vermehrung des Korn-zu-Korn-Drucks auf Kosten des Wasserdrucks σ_w geht, gilt für jeden Moment

$$\sigma_z + \sigma_w = \text{const.}$$

sodass

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial t} = -\frac{\partial \sigma_w}{\partial t}$$

Damit wird der Porenwasserverlust pro Volumen- und Zeiteinheit

$$V_1 = -v \frac{\partial \sigma_w}{\partial t}$$

Durch Gleichsetzung der beiden Werte von V_1 ergibt sich:

$$\frac{k}{\gamma} \frac{\partial^2 \sigma_w}{\partial z^2} = v \frac{\partial \sigma_w}{\partial t}$$

oder auch

$$\frac{k}{v\gamma} \frac{\partial^2 \sigma_w}{\partial z^2} = \frac{\partial \sigma_w}{\partial t} \dots (16)$$

Der Ausdruck $\frac{k}{v\gamma}$ (Dimension $\text{cm}^2 \text{sec}^{-1}$) wird von Terzaghi Fröhlich als *Verfestigungsbeiwert* bezeichnet.

Ueber die Bedeutung des spezifischen Porenwasserverlustes v sei noch folgendes bemerkt: Nach den Ueberlegungen, die zu Gl. (1) geführt haben, gilt:

$$v = \left(\frac{\Delta l}{l} \right) \text{für } \Delta\sigma_z = 1$$

nun ist aber

$$\left(\frac{\Delta l}{l} \right) \text{für } \sigma_z = 1 = \frac{1}{E}$$

also

$$v = \frac{1}{E}$$

Die Gl. (16) kann mithin auch wie folgt geschrieben werden:

$$\frac{kE}{\gamma} \frac{\partial^2 \sigma_w}{\partial z^2} = \frac{\partial \sigma_w}{\partial t} \dots (16a)$$

Die Lösung der Differentialgleichung (16) bzw. (16a) verlangt in erster Linie die Kenntnis des Durchlässigkeitskoeffizienten k und des Elastizitätsmoduls $E = \frac{1}{v}$, während γ das spezifische Gewicht des Wassers ist. Terzaghi und Fröhlich geben im erwähnten Buche eine Anzahl von Lösungen bei verschiedenen Randbedingungen.

Aerodynamik und Automobil

Im Institut für Aerodynamik der E. T. H. hielt Obering. Paul Jaray am 1. Juli vor zahlreichem Auditorium einen Vortrag, dessen erster Teil die Entwicklung des Stromlinienautomobils darlegte; im zweiten Teil erläuterte er die Auswirkungen der Stromlinienkarosserie auf den Chassisbau.

Nach kurzer Ableitung der Kräfte- und Leistungsformeln folgte eine äusserst interessante, mit Lichtbildern erläuterte Uebersicht über die Versuchsserien, die die Vorteile der Stromlinienkarosserie erharteten. Im Jahre 1922 wurden in der Zeppelinwerft in Friedrichshafen die ersten Modellversuche auf Anregung von Jaray durchgeführt, und zwar wurde damals schon Seitenwind berücksichtigt¹⁾. Es wurden folgende Widerstandsbeiwerte gemessen:

Offener Kastenwagen	$c_v = 0,88$ bis $1,00$
Geschlossener Kastenwagen	0,64 » 0,68
Wagen mit bootsförmiger Karosserie	0,52 » 0,54
dgl. mit Stromlinienkarosserie	0,24 » 0,30
Halber Stromlinienkörper	0,09

Im darauffolgenden Jahre wurden zwei gleiche Ley-Chassis zu Versuchszwecken karosziert, eines mit normaler Limousine (Kastenkarosserie) und eines mit Stromlinienkarosserie nach

Plänen von Jaray. Das Lichtbild dieses Wagens zeigte im grossen und ganzen schon die heutigen Linien, jedoch mit etwas übertriebenen Höhenmassen. Es gab eben damals noch keine Niederrahmen und man stellte zudem noch grössere Anforderungen an die Innenhöhen der Wagen. Die Vergleichsversuche ergaben z. B. für die Stromlinienkarosserie bedeutend längere Auslaufzeiten, bei einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 40 km/h einen Brennstoffverbrauch von nur 8,5 l/100 km gegenüber 12,0 l, und wesentlich günstigere Beschleunigungszeiten. Die Stromlinienwagen fanden jedoch beim Publikum trotzdem keinen Anklang und erst im Jahre 1928 wurden weitere Versuche unternommen. Die Ingenieure Tschudi und Ad. Brüderlin führten sehr genaue und ausgedehnte Vergleichsversuche mit zwei

¹⁾ Vgl. Band 81, Seite 7* (6. Januar 1923).