

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 115/116 (1940)
Heft: 18

Artikel: Praktische Fourier-Analyse
Autor: Grossmann, K.H.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-51273>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 21.12.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

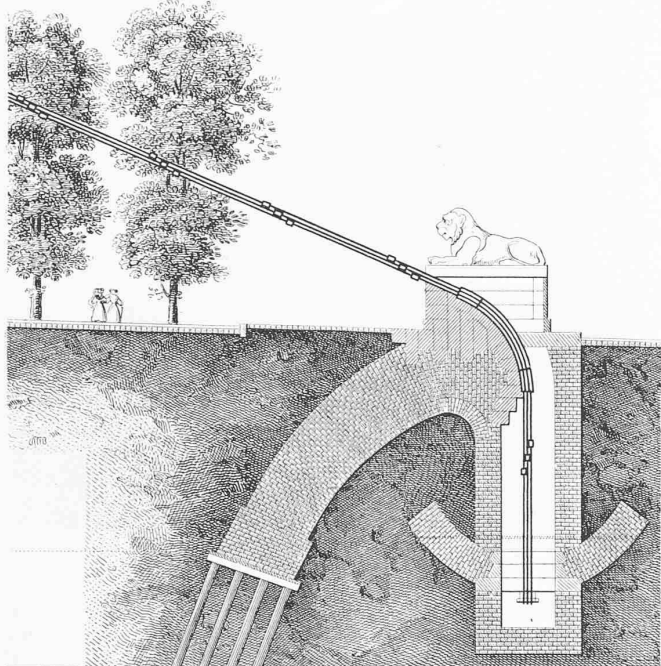


Abb. 13. Verankerung der Rückhalteketten, originalgetreue Wiedergabe

Praktische Fourier-Analyse

Eine zeichnerisch-rechnerische Ermittlung der Fourier-Koeffizienten einer periodischen Funktion kann man einem Aufsatz von H. Jordan und K. Schönbacher in den «AEG-Mitteilungen», 1940, Heft 5/6 entnehmen, wenn man sich durch seine Umständlichkeit nicht irre machen lässt. Das darin behandelte Beispiel der bestehend skizzierten Halbwellen einer Funktion $y = f(x)$ der Periode 2π diene zur Erläuterung. Es gelte ausser $f(0) = 0$:

$$f(x) = -f(x - \pi)$$

sodass

$$f(x) = \sum (a_v \cos vx + b_v \sin vx) \quad v = 1, 3, 5 \dots$$

mit

$$a_v = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi f(x) \cos vx dx \quad b_v = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi f(x) \sin vx dx$$

Statt der Koeffizienten a_v, b_v der Funktion $f(x)$ selber werden nun graphisch die Koeffizienten α_v, β_v eines sie annähernden Polygonzuges $y = \varphi(x)$ bestimmt. Die Halbwellen eines solchen ist in der Abbildung eingezeichnet. Sie zerfällt in einige, hier vier, Abschnitte, in deren jedem die Neigung konstant ist. Im i -ten Abschnitt $[x_{i-1}, x_i]$ (wobei $x_0 = 0, x_4 = \pi$) ist

$$\varphi'(x) = c_i, \quad i = 1, 2, 3, 4$$

Natürlich macht man $\varphi(x) = -\varphi(x - \pi)$

An den inneren Grenzpunkten erfährt der Neigungstangens einen Sprung:

$$s_i = c_{i+1} - c_i, \quad i = 1, 2, 3$$

Ausserdem kann in diesen Punkten die Ordinate von einem linksseitigen Wert φ_l auf einen rechtsseitigen φ_r springen:

$$t_i = \varphi_r(x_i) - \varphi_l(x_i), \quad i = 1, 2, 3$$

Nun ist
$$\int_0^\pi \varphi(x) \sin vx dx = \sum_{i=1}^4 \int_{x_{i-1}}^{x_i} \varphi(x) \sin vx dx$$

und
$$\int_{x_{i-1}}^{x_i} \varphi(x) \sin vx dx = -\frac{\varphi(x) \cos vx}{v} \Big|_{x_{i-1}}^{x_i} + \frac{c_i}{v^2} \sin vx \Big|_{x_{i-1}}^{x_i}$$

daher (wegen $\varphi(x_0) = \varphi(x_4) = \sin vx_0 = \sin vx_4 = 0$):

$$\beta_v = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \varphi(x) \sin vx dx = -\frac{2}{v\pi} \sum_{i=1}^3 \left(-t_i \cos vx_i + \frac{s_i}{v} \sin vx_i \right) \quad (1)$$

Da weiter

$$\int_{x_{i-1}}^{x_i} \varphi(x) \cos vx dx = \frac{\varphi(x) \sin vx}{v} \Big|_{x_{i-1}}^{x_i} + \frac{c_i}{v^2} \cos vx \Big|_{x_{i-1}}^{x_i}$$

und $\cos vx_0 = 1, \cos vx_4 = -1$, wird

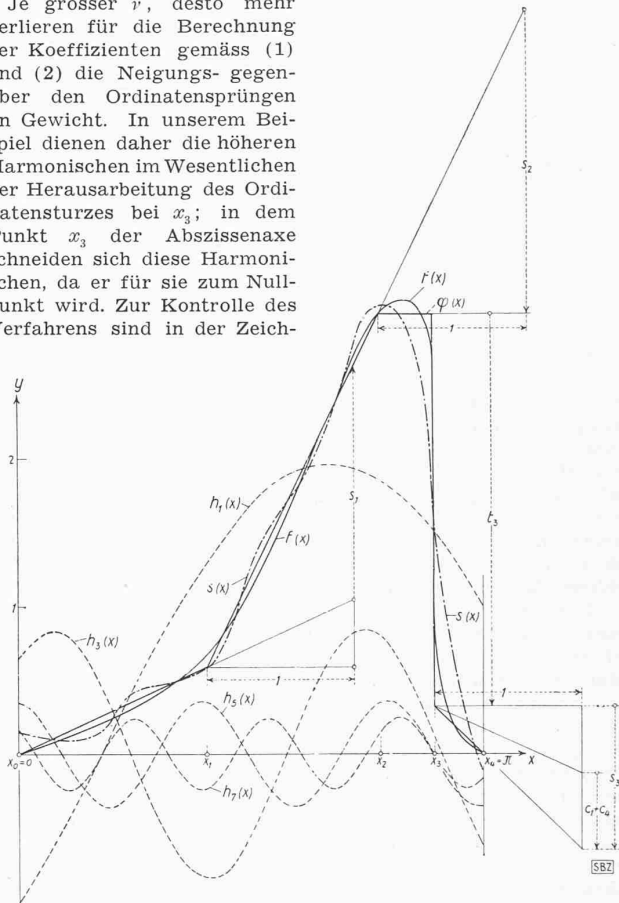
$$\alpha_v = \frac{2}{v\pi} \int_0^\pi \varphi(x) \cos vx dx = -\frac{2}{v\pi} \cdot \left[\sum_{i=1}^3 \left(t_i \sin vx_i + \frac{s_i}{v} \cos vx_i \right) + \frac{c_1 + c_4}{v} \right] \quad (2)$$

Neben den x_i entnimmt man die Grössen $t_i, s_i, c_1 + c_4$, wie angedeutet, der Figur. (Positive Strecken sind mit aufwärts, negative mit abwärts weisendem Pfeil versehen.) Daraus ergeben sich nach (1) und (2) beliebig viele Koeffizienten. In unserem Beispiel erhält man

i	x	t	s	$c_1 + c_4 = -0,51$
1	1,27	0	1,59	
2	2,45	0	-2,05	
3	2,81	-2,65	-0,97	

und $\begin{cases} \beta_1 = 1,68 & \beta_3 = 0,56 & \beta_5 = -0,02 & \beta_7 = -0,16 \dots \\ \alpha_1 = -1,01 & \alpha_3 = 0,63 & \alpha_5 = 0,36 & \alpha_7 = 0,18 \dots \end{cases}$

Je grösser v , desto mehr verlieren für die Berechnung der Koeffizienten gemäss (1) und (2) die Neigungs- gegenüber den Ordinaten sprüngen an Gewicht. In unserem Beispiel dienen daher die höheren Harmonischen im Wesentlichen der Herausarbeitung des Ordinatensturzes bei x_3 ; in dem Punkt x_3 der Abszissenaxe schneiden sich diese Harmonischen, da er für sie zum Nullpunkt wird. Zur Kontrolle des Verfahrens sind in der Zeich-



nung die Harmonischen $h_1(x)$ bis $h_7(x)$ zu einer Halbwellen $y = s(x)$ zusammengesetzt. Für technische Bedürfnisse sind $f(x), \varphi(x)$ und $s(x)$ auswechselbar. Wo moderne Apparate für die Fourier-Analyse nicht zur Hand sind, bietet diese Methode einen brauchbaren Behelf. K. H. G.

Das Riesenteleskop des Mount Palomar

Während in Europa die Kanonen donnern und Fliegerbomben Unheil säen, geht in einem abgeschiedenen Winkel der Vereinigten Staaten, auf dem Mount Palomar¹⁾ in Californien, eine

¹⁾ In einer im I. Bd., Nr. 1, S. 10 erschienenen Mitteilung nannten wir, einem Irrtum unserer Quelle («Z.VDL» 1940, Nr. 18) folgend, als vorgesehenen Standort des 5 m-Teleskops den Mount Wilson. Für das neue Fernrohr ist aber ein eigener Berg ausserkoren worden, der 1700 m hohe Mount Palomar, 144 km von Pasadena (Cal.), fern von störenden Nachlichtern gegenwärtiger oder künftiger menschlicher Siedlungen gelegen, auf den natürlich eine eigene Strasse gebaut werden musste. Das berühmte Observatorium des Mount Wilson, ein Zeugnis des grossartigen, von amerikanischen Geschäftsleuten zugunsten der brotlosen Kunst der Astrophysik bewiesenen Mäzenatentums, soll in jeder Hinsicht übertröffen werden. Wer sich über einen solchen Aufwand für die Erforschung der Spiralnebel, der Zwerg- und der Riesensterne wundert, möge bedenken, dass für die Spektralanalyse (die mit der Zerlegung des Sonnenlichts begann) das Weltall mit seinen enormen Temperatur- und Dichte-Bereichen ein jedes irdische verdunkelndes Laboratorium darstellt, sodass der Astronom G. E. Hale in einem Aufsatz in «Harper's Monthly Magazine» (April 1928),