Fortschritte und Probleme der Wärmeübertragung

Autor(en): **Bosch, M. Ten**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **121/122 (1943)**

Heft 16

PDF erstellt am: **01.06.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-53083

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

INHALT: Fortschritte und Probleme der Wärmeübertragung. — Ideenwettbewerb für einen Bebauungsplan der Stadt Rapperswil. — Mitteilungen: Ausbau der Verbindungen des Hafens von Genua nach der Schweiz. Neue Motoren für dieselelektrischen Schiffsantrieb. Frostschäden im Strassenbau. Ein Pisoni-Denkmal in Zuchwil (Solothurn). Volkshochschule Zürich. Eine Schweiz. Eisenbahnmodell-Ausstellung. Eidg. Technische Hochschule. — Nekrologe: H. Philippe Humbert. Alfred Sachs. Das Porträt Prof. A. Stodola. — Wettbewerbe: Bebauungsplan Zollikon. Künstlerischer Schmuck im Friedhof Rosenberg, Winterthur. Regional-Planungen Solothurn und Olten. — Literatur.
Mitteilungen der Vereine.
Vortragskalender.

Band 121 Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet Nr. 16

Fortschritte und Probleme der Wärmeübertragung

Von Prof. M. ten BOSCH, E.T.H., Zürich

Dieser kurze Ueberblick behandelt nur einige einfache Probleme und gibt weder ein vollständiges Bild über den Umfang der wissenschaftlichen Forschung noch über die Vielseitigkeit der Probleme der Wärmeübertragung.

1. Strahlung von Wasserdampf und Kohlensäure. A. Schack[1]) hat als erster auf die grosse praktische Bedeutung der Gasstrahlung für die Wärmeübertragung in Feuerungen und in Verbrennungskraftmaschinen hingewiesen und auch die theoretischen Grundlagen für die Berechnung der Gasstrahlung zusammengestellt. In Abb. 1 sind die berechneten Absorptionsverhältnisse A für Wasserdampf mit den neuesten Versuchswerten verglichen. Die Uebereinstimmung mit den Messungen von E. Eckert[2]) ist (unter Berücksichtigung der etwas unsicheren Berechnungsgrundlagen) befriedigend. Die Abbildung zeigt auch, wie stark die Messungen von Eckert von den amerikanischen Versuchen[3]) abweichen. Die Grundlagen für die Berechnung der Strahlung von Kohlensäure sind viel unsicherer als bei Wasserdampf, weil die einzelnen Absorptionsstreifen flache Grenzgebiete haben, in denen nur schwache Absorption stattfindet. In Abb. 2 sind die Absorptionsverhältnisse A von Wasserdampf und Kohlensäure für Temperaturen bis 1200° C und für Werte ps kleiner als 10 at cm (nach Eckert) zusammengestellt. Bei der Extrapolation auf grössere Schichtstärken und höhere Temperaturen wurden die theoretischen Grundlagen und insbesondere die Grenzwerte der schwarzen Gasstrahlung berücksichtigt. Die Extrapolation weicht also von den Vorschlägen von Eckert ab, die sicher zu hohe Werte geben. Die Abbildung gilt für *reine* Gase.

Für *Gasgemische*, die bei den technischen Anwendungen meistens vorkommen, ist es gebräuchlich vom Beer'schen Gesetz auszugehen, nach dem der Strahlungsweg s und der Partialdruck p beliebig vertauschbar seien, gleichgültig durch welches neutrale Gas der Gesamtdruck konstant gehalten wird. Man hat bis vor kurzem geglaubt, dass diese Vertauschbarkeit allgemein gültig sei, da es natürlich erscheine, dass nur die Zahl der strahlenden Moleküle (die auf dem Strahlungsweg liegen) massgebend für die Gesamtstrahlung ist. Ueberraschenderweise wurde aber von E. Eckert durch Versuche nachgewiesen, dass dieses Gesetz z. B. wohl für Kohlensäure, aber *nicht für Wasserdampf* gilt. Die Strahlung des Wasserdampfes nimmt trotz gleichbleibendem ps ab, wenn der Teildruck vermindert wird. Wie hinsichtlich zahlreicher sonstiger Eigenschaften verhält sich Wasserdampf auch hier anormal; möglicherweise ist dies auf die Bildung von Doppelmolekülen zurückzuführen, die bei reinem Dampf grösser sein dürfte als bei Verdünnung durch ein anderes Gas. Dadurch wird die Berechnung der Strahlung von Gasgemischen noch etwas verwickelter. Wird Wasserdampf mit einem nicht strahlenden Gas gemischt (z. B. bei den Verbrennungsgasen durch Stickstoff), so muss auch die Höhe des Partialdruckes p berücksichtigt werden. Nach den Versuchen von Eckert sind die Werte von Abb. 2:

für p	= 0,5	0,25	1,125	0,0625	0,031 at
mit f_p	= 0,85	0,70	0,58	0,50	0,42

zu multiplizieren, welche Werte praktisch fast unabhängig von der Temperatur sind.

A. Schack[4]) fasst das arithmetische Mittel aller Versuchsergebnisse in einer einfachen Formel zusammen:

$$q_{CO_2} = 3{,}5 \sqrt[3]{p\,s}\,(T/100)^{3,5} \quad \text{kcal/m}^2,\ h \quad . \ (1)$$

$$q_{H_2O} = 35\,p^{0,8}\,s^{0,6}\,(T/100)^3 \quad \text{kcal/m}^2,\ h \quad . \ (2)$$

(T = absolute Temperatur, p = Partialdruck in at, s = Schichtdicke in m) und für die Wärmeübergangszahl:

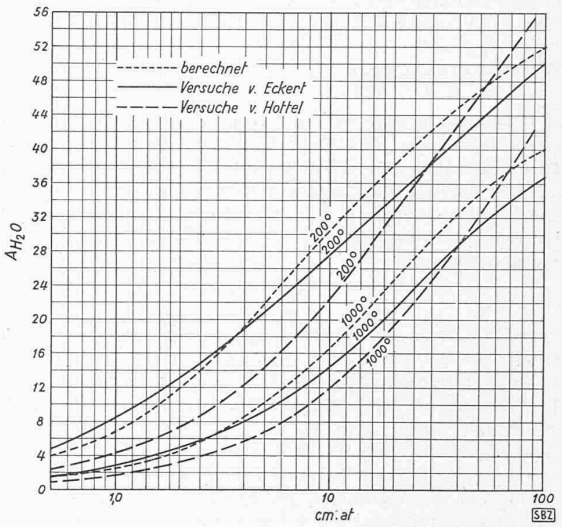

Abb. 1. Vergleich der berechneten Absorptionsverhältnisse A für Wasserdampf mit den Versuchswerten von Eckert[2]) und Hottel[3])

$$\alpha_{CO_2} = [0{,}0513\,(t_1 + t_2) - 30{,}25]\sqrt[3]{p\,s}\ \text{kcal/m}^2 h^0 C \quad . \ . \ (3)$$

$$\alpha_{H_2O} = [0{,}107\,(t_1 + t_2) - 46{,}5]\,p^{0,8}\,s^{0,6}\ \text{kcal/m}^2 h^0 C \quad . \ . \ . \ (4)$$

(t_1 = Temperatur des Gases in °C, t_2 = Temperatur des bestrahlten schwarzen Körpers). Der ungleiche Einfluss des Partialdruckes und des Strahlungsweges in den Gleichungen für Wasserdampf lassen es ratsam erscheinen, diese empirischen Gleichungen nicht zu weit zu extrapolieren. Schwiedessen[5]) weist auch darauf hin, dass es nicht möglich sei, die Strahlung durch eine Potenzfunktion mit gleichbleibendem Exponenten darzustellen.

Infolge der niedrigeren Temperaturen der Gasschicht in der unmittelbaren Nähe der kalten Begrenzungswände muss die Gasstrahlung bei Feuerungen oder in den Zylindern von Verbrennungskraft-Maschinen immer kleiner sein, als wenn die Gasschichten eine vollständig gleichmässige Temperatur hätten.

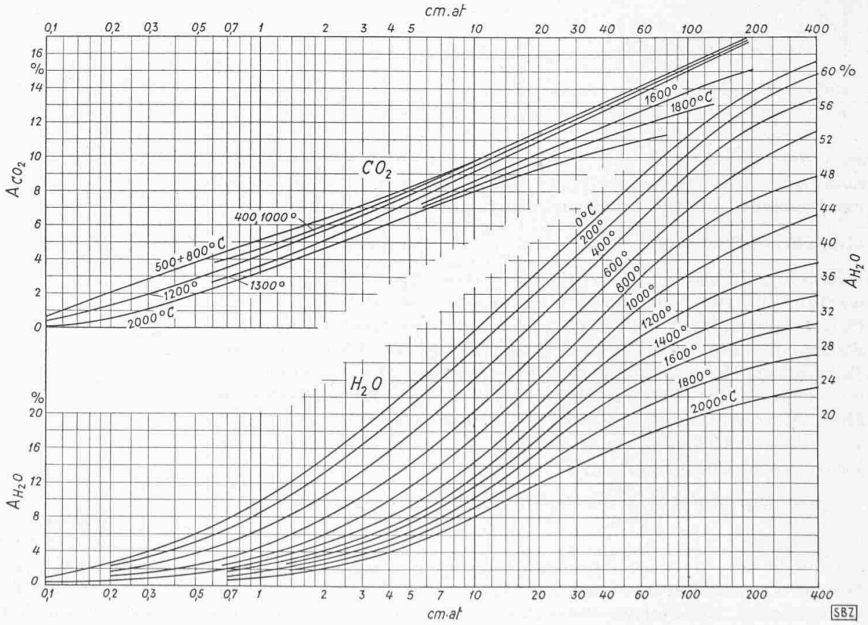

Abb. 2. Gasstrahlung, extrapoliert für p, $s > 10$ cm . at und $\vartheta > 1200$ °C

[1]) Literatur-Hinweise am Schluss des Artikels.

Zahlenbeispiel. Wie gross ist die Wärmeübergangszahl für Strahlung in einem Verpuffungsmotor, wenn die Verbrennungsgase 10 % Kohlensäure und 10 % Wasserdampf enthalten?

Im Zylinder herrsche am Ende der Verbrennung ein Druck von 30 at und eine Temperatur von 2200° C; die Oberflächen-Temperatur der Wandung wird zu 400° C angenommen. Der mittlere Strahlungsweg s des Verbrennungsraumes von einer Höhe $h = 3$ cm in der Totpunktlage kann gleich gross angenommen werden wie für zwei ebene Platten, also $s = 1{,}8h = 5{,}4$ cm[6]). Sowohl für Kohlensäure als auch für Wasserdampf ist $ps = 0{,}1 \times 30 \times 5{,}4 = 16{,}2$ atcm. Durch Extrapolation folgt aus Abbildung 2: $A_{H_2O} = 9\,\%$, $A_{CO_2} = 8{,}5\,\%$, also zusammen $A_g = 17{,}5\,\%$. Die Wärmeübergangszahl für Strahlung[7]) ist demnach:

$$\alpha_s = A_g C_s \vartheta = 0{,}175 \times 4{,}96 \sim 185 = 160 \text{ kcal/m}^2 h^\circ C$$

2. *Wärmeübergang bei turbulenter Strömung für Körper mit Stromlinienform.* Die Ueberlegungen von O. Reynolds über den Zusammenhang zwischen Impuls- und Wärmetransport im turbulenten Gebiet, verbunden mit dem molekularen Wärme-Transport (durch Leitung) in der *laminaren* Grenzschicht, führen mit der Kontinuitätsgleichung für die Wärmeströmung zu der allgemeinen Beziehung:

$$\frac{1}{\alpha x_0} = \frac{u_m - u'}{\tau_0 c_{pm} g} + \frac{\delta'}{\lambda_g} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (5)\ ^{8)}$$

In dieser Gleichung ist u_m (bzw. c_{pm}) die mittlere Geschwindigkeit (bzw. die mittlere spez. Wärme) der Flüssigkeitsteilchen, die in die Laminarschicht gelangen, τ_0 = Schubspannung an der Wand, δ' die Dicke der Laminarschicht und u' die Geschwindigkeit am Rande dieser Schicht.

Diese physikalischen Ueberlegungen geben ein sehr anschauliches und damit praktisch wertvolles, aber auch ein stark vereinfachtes Bild der wirklichen Vorgänge. Im turbulenten Gebiet wird der Strömungswiderstand nicht durch den Impulstransport allein, sondern daneben auch durch Ueberwindung der Zähigkeitswirkung verursacht. Der Uebergang zur Laminarströmung erfolgt nicht plötzlich, sondern allmählich. Nach den sehr sorgfältigen Geschwindigkeitsmessungen von H. Reichardt[9]) in der unmittelbaren Wandnähe (Abb. 3) muss man eigentlich annehmen, dass überhaupt keine *reine* Laminarschicht vorhanden ist. Man hat in den letzten Jahren (nachdem L. Prandtl Hypothesen über Austauschgrösse und Austauschweg aufgestellt hat) versucht, die Theorie des turbulenten Wärmeüberganges zu verbessern[10]).

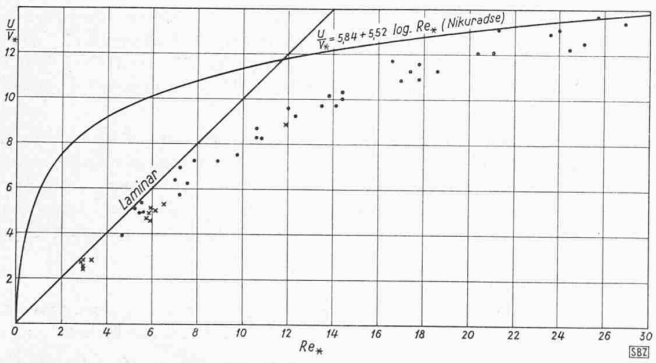

Abb. 3. Geschwindigkeitsverteilung in unmittelbarer Wandnähe nach Versuchen von Reichardt[9])

Aus der gemessenen oder (mehr oder weniger beliebig) angenommenen Geschwindigkeitsverteilung kann man den Temperaturverlauf ableiten und schliesslich aus dessen Wandtangente die Wärmestromdichte $q = -\lambda \left(\frac{d\vartheta}{dy}\right)_{y=0}$ berechnen. Alle diese Bemühungen haben nur zur Folge, dass die Gleichungen viel weniger übersichtlich und kaum genauer werden; bei allen Theorien treten immer Faktoren auf, die *experimentell* bestimmt werden müssen. Aus diesen Gründen bleiben die einfachen (oben skizzierten) Ueberlegungen eine gleichberechtigte Hypothese, um die Neigung der Anfangstangente des Temperaturverlaufes mit Hilfe der experimentellen Forschung abzuschätzen.

Für die Strömung in Rohren folgt daraus die «dimensionslose» Wärmeübergangszahl

$$\alpha^* = Nu/Pé\,T = \frac{\alpha}{w c_p \gamma} = \frac{\zeta/8}{\frac{u_m}{w} + \varphi(\overline{Pr} - 1)} = \zeta/8N \quad (6)\ ^{12)}$$

mit

$$\overline{Pr} = \eta_w c_{pm} g/\lambda_g \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

Die praktische Verwendung dieser Gleichung stösst noch auf verschiedene Schwierigkeiten. Zunächst sollte der ζ-Wert für nicht-isothermische Strömung bekannt sein. Für isothermische Strömung und für $Re < 5 \cdot 10^5$ gilt die bekannte Gleichung von Blasius für glatte Rohre mit vorgeschalteter Beruhigungsstrecke:

$$\zeta = 0{,}3164\, Re^{-0{,}25} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

Nach den Ueberlegungen von O. Reynolds wird der Druckverlust ausschliesslich durch den Impulstransport ($m v$) aus dem turbulenten Kern (mit der Temperatur ϑ) nach der Grenze der Laminarschicht (mit der Temperatur ϑ') verursacht. Gegenüber der isothermischen Strömung ändert sich die Masse der transportierten Teilchen im Verhältnis der Dichten. Der Faktor ζ ist auch direkt proportional mit der Schubspannung τ_0, sodass die Zähigkeit der Flüssigkeit bei der Wandtemperatur ϑ_w sicher einen entscheidenden Einfluss haben muss. Man kann deshalb für nicht-isothermische Strömung den Ansatz

$$\zeta = F\,(Re_w,\ \varrho/\varrho')$$

machen und diese Funktion als das Produkt von zwei Einzel-Funktionen

$$\zeta = F_1\,(Re_w)\,F_2\,(\varrho/\varrho')$$

schreiben, von denen die erste aus Gl. (6) bekannt ist, also

$$\zeta = 0{,}3164\, Re_w^{-0{,}25}\, F_2\,(\varrho/\varrho')$$

Für *tropfbare Flüssigkeiten* ist die Dichte nur wenig von der Temperatur abhängig, sodass dafür

$$\zeta = 0{,}3164\, Re_w^{-0{,}25} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

geschrieben werden kann. Nach den vorliegenden Versuchen über den Druckverlust von Wasser in glatten Rohren[13]) scheint tatsächlich die Funktion F_2 erst bei sehr grossen Temperaturunterschieden zwischen Wand und Flüssigkeit einen merkbaren Einfluss zu haben. Für *Gase* dagegen ist die Dichte sehr stark abhängig von der Temperatur:

$$\varrho = \varrho'\,(T'/T) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (10)$$

Alle Versuche zeigen deshalb auch einen erheblichen Einfluss von ϑ_w/ϑ auf den Druckverlust. Nach den Versuchen von I. Jung[14]) kann für die Kühlung von Rauchgasen in glatten Rohren bei sehr grossen Temperaturunterschieden und Strömungsgeschwindigkeiten (bis zu 400 m/s) ζ angenommen werden zu

$$\zeta = 0{,}3164\, Re^{-0{,}25} \cdot (T/T_w)^{0{,}15} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (11)$$

in welcher Gleichung der Exponent 0,15 unsicher ist. Ersetzt man Re durch $Re_w = w\,d/\nu_w$, so wird

$$\zeta = 0{,}3164\, Re_w^{-0{,}25} \cdot (\nu_w/\nu)^{-0{,}25} \cdot (T/T_w)^{0{,}15}$$

Da $\frac{\eta}{\eta_w} = (T/T_w)^m$ und $\frac{\varrho}{\varrho_w} = T/T_w$ ist, wird

$$\frac{\nu}{\nu_w} = (T/T_w)^m \cdot (T/T_w) = (T/T_w)^{1+m} \text{ und } \zeta = 0{,}3164\, Re_w^{-0{,}25} \cdot (T/T_w)^{\frac{1+m}{4} + 0{,}15}.$$

Mit dem Wert $m = 0{,}7$ (für Luft) ist:

$$\zeta = 0{,}3164\, Re_w^{-0{,}25} \cdot (T/T_w)^{0{,}585} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (12)$$

In dieser Gleichung kommt das leichter messbare Verhältnis T/T_w vor, während theoretisch T/T' vielleicht richtiger wäre; sie stimmt vollständig mit der auf theoretischen Ueberlegungen abgeleiteten Gleichung von W. Nusselt[15]) überein. Setzt man die ζ-Werte in Gl. (6) ein, so wird für Gase:

$$\alpha^* = Nu/Pé = \frac{0{,}04\, Re^{-0{,}25} \cdot (T/T_w)^{0{,}15}}{N} \quad . \; . \; . \quad (13)$$

und für tropfbare Flüssigkeiten:

$$\alpha^* = Nu/Pé = 0{,}04\, Re_w^{-0{,}25}/N \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (14)$$

Im Nenner $N = \frac{u_m}{w} + \varphi(\overline{Pr} - 1)$ kommen noch die beiden unbekannten Faktoren u_m/w und φ vor, die aus den zahlreich vorliegenden Versuchen bestimmt werden können. Die genaue Berechnung wird durch die starke Streuung der Versuchsergebnisse erschwert. Es zeigt sich, dass $u_m/w = 1$ gesetzt werden kann, während der zuerst vorgeschlagene konstante Mittelwert[16]) $\varphi = 0{,}35$ sich bei sehr zähen Flüssigkeiten als zu ungenau erwiesen hat. Die systematische Auswertung aller vorliegenden Versuche, bei der es zweckmässig ist, $\overline{Pr}$ durch Pr_w zu ersetzen, führt zur Gleichung:

$$\varphi = B\, Re_w^{-0{,}125} \cdot Pr_w^{-0{,}185} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (15)$$

mit $B = 1{,}8$ für Erwärmung und $B = 1{,}4$ für die Abkühlung der Flüssigkeit. Die Abhängigkeit der Uebergangstelle von laminarer zur turbulenten Grenzschichtströmung von der Prandtl'schen Kennzahl wird verständlich, wenn man bedenkt, dass durch die Versuche nicht die Uebergangstelle, sondern nur das Temperaturgefälle in der Laminarschicht festgelegt wird. Die B-Werte wurden so gewählt, dass die Wärmeübergangszahlen eher etwas zu klein erscheinen, was im Interesse der Zuverlässigkeit der Berechnung liegt.

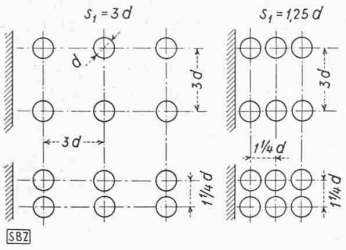

Abb. 4. Rohrbündel fluchtend

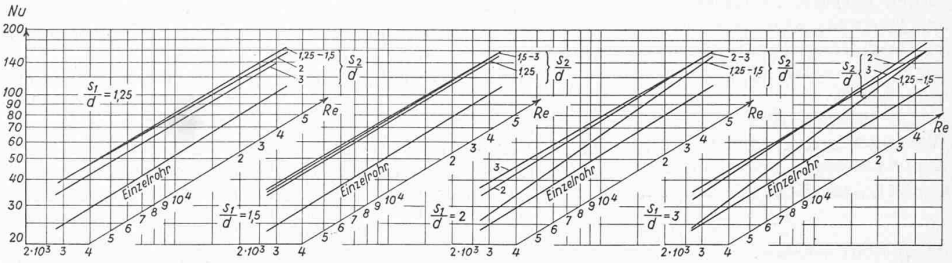

Abb. 6. Wärmeübergangszahlen für fluchtende Rohrbündel

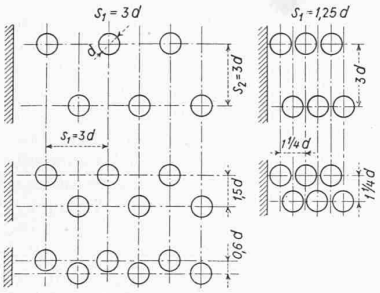

Abb. 5. Rohrbündel versetzt

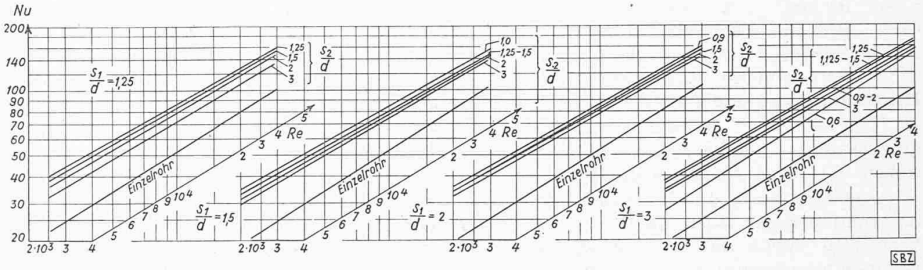

Abb. 7. Wärmeübergangszahlen für versetzte Rohrbündel

Die Wärmeübergangszahlen. Gleichung (6) gilt mit dem Beiwert ζ aus Gl. (9) bzw. (11) nur für *beruhigte Zuströmung.* Aus den Versuchen ist auch bekannt, wie stark der Druckverlust (und damit auch der Wärmeübergang) bei nicht-beruhigter Zuströmung vergrössert wird. Man kann diesen Einfluss durch Wirbelfaktoren X berücksichtigen, die etwa zwischen 1,15 und 1,6 liegen und die noch systematischer untersucht werden sollten. Gleichung (6) in Verbindung mit dem φ-Wert aus Gl. (15) wird vielfach als zu verwickelt für den *praktischen* Gebrauch empfunden. Man kann sie aber leicht vereinfachen, wenn auf die *allgemeine* Gültigkeit der Gleichung verzichtet wird. Für Gase z. B. weicht Pr nur wenig von 1 ab und ist auch unabhängig von der Temperatur. Der Einfluss von φ, bzw. N auf die Wärmeübergangszahl wird dadurch stark gemildert. Man kann deshalb mit einer praktisch zulässigen Annäherung und für die üblichen Geschwindigkeiten $N = 1 + \varphi\,(Pr - 1) \approx Pr^{0,25}$ setzen. Vernachlässigt man noch den Faktor $(T/T_w)^{0,15}$, was ebenfalls in vielen Fällen zulässig ist, so kommt man zu der einfachen Beziehung

$$Nu = \frac{0,04\,Pé}{Pr^{0,25} \cdot Re^{0,25}} = 0,04\,Pé^{0,25} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

Diese Gleichung empfiehlt z. B. Merkel im Taschenbuch «Hütte»; sie ist unter den gemachten Voraussetzungen sowohl für die Abkühlung als auch für die Erwärmung von Gasen recht gut brauchbar.

Das Rechnen mit den dimensionslosen Kenngrössen $Nu = \alpha \cdot d/\lambda$, $Re = w\,d/\nu$, $Pé = w\,d/a$ $(a = \lambda/c_p\,\gamma)$, $Pr = \nu/a$ bietet grosse Vorteile, ist aber für viele noch ungewohnt. Löst man Gl. (16) auf, so erhält man

$$\alpha = 0,04\,c_p^{0,75} \cdot \lambda^{0,25}\,\frac{(w\,\gamma)^{0,75}}{d^{0,25}}$$

in welcher Gleichung nun die Dimensionen richtig eingesetzt werden müssen. Wird λ in kcal/m, s, °C und w in m/s eingesetzt, so erhält man α in kcal/m², s, °C. In der Praxis ist es gebräuchlich sowohl λ als α je *Stunde* zu messen, sodass die Gleichung mit $3600^{0,75} = 775$ zu multiplizieren ist

$$\alpha = 18,7\,c_p^{0,75} \cdot \lambda^{0,25}\,\frac{(w\,\gamma)^{0,75}}{d^{0,25}}\ \text{kcal/m}^2,\ h,\ ^\circ\text{C} \quad . \quad (17)$$

Berücksichtigt man noch den Wirbelfaktor $X = 1,15$, weil tatsächlich keine beruhigte Zuströmung vorhanden ist, so ist diese Gleichung identisch mit der als *Mittelwert aller vorliegenden Versuche* mit Gasen abgeleitete Gleichung von Schack [4]), ein Beweis für die ausgezeichnete Uebereinstimmung zwischen Theorie und Versuch. Gleichung (17) ist für den praktischen Gebrauch sicher nicht einfacher als Gl. (16); sie kann noch weiter vereinfacht werden, weil $c_p^{0,75} \cdot \lambda^{0,25}$ für Gase bei niedrigen Drücken nur sehr wenig von der Temperatur abhängt und gleich $a + b\,\vartheta$ gesetzt werden kann. So gibt z. B. A. Schack [4]) als die einstweilen beste Formel für die Berechnung der Wärmeübergangszahl für überhitzten Wasserdampf

$$\alpha = \left(3,62 + \frac{0,30\,\delta}{100}\right)\frac{(w\,\gamma)^{0,75}}{d^{0,25}}\ \text{kcal/m}^2\,h\,^\circ\text{C} \quad . \quad . \quad (18)$$

Man darf aber niemals die Voraussetzungen für diese vereinfachte Gleichung vergessen. Sie ist für die Berechnung eines Hochdrucküberhitzers absolut unbrauchbar, da z. B. für 100 ata und 320 °C $c_p = 1,4$ kcal/kg °C und $\lambda = 0,3$ ist, während in Gl. (18) $c_p = 0,48$ und $\lambda = 0,025$ angenommen wurde. Die wirkliche Wärmeübergangszahl ist also $(1,4/0,48)^{0,75} \cdot (0,3/0,025)^{0,25} =$ 4 mal so gross als Gl. (18) gibt! Man kann $c_p^{0,75}\ \lambda^{0,25}$ auch durch einen konstanten Mittelwert ersetzen. So ist z. B. für Luft bei niedrigen Drücken und nicht zu hohen Temperaturen, wenn noch der Wirbelfaktor $X = 1,15$ eingesetzt wird:

$$\alpha = 3\,(w\,\gamma)^{0,75}/d^{0,25}\ \text{kcal/m}^2\,h\,^\circ\text{C} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

Das Produkt $w\,\gamma = G/F$ (im englischen und amerikanischen Schrifttum als «Gewichtsgeschwindigkeit» bezeichnet) ist bei unverändertem Querschnitt konstant. Für grosse Temperatur-Unterschiede im Rohrquerschnitt, z. B. beim Velox-Kessel, kommt noch der Faktor $(T/T_w)^{0,15}$ dazu.

Für tropfbare Flüssigkeiten kann für die Gleichungen (6) und (15) ein einfaches Nomogramm aufgestellt werden.

Für die Strömung längs einer Platte können aus Gl. (5) ähnliche Gleichungen wie für die Rohrströmung abgeleitet werden. Sie erhalten erhöhte technische Bedeutung beim Flugzeugbau durch die Entwicklung der Flügelhautkühlung, die zur Bekämpfung der Vereisung angewandte Beheizung und durch die Notwendigkeit die Kabinen von Höhenflugzeugen gegen niedrige Aussentemperaturen zu isolieren. Anhand englischer Versuche zeigte O. Seibert [17]), dass es möglich ist, den Wärmeübergang an Tragflügelprofile mit ziemlicher Genauigkeit aus dem der ebenen, längs angeströmten Platte zu berechnen. Unsere Kenntnisse des Wärmeüberganges an die Platte erstreckt sich nur auf Luftgeschwindigkeiten bis etwa 60 m/s. Eine Uebertragung der Messergebnisse auf grössere Geschwindigkeiten, wie sie bei Schnellflugzeugen erreicht werden, stehen zwei Hindernisse entgegen: Einmal muss dabei die Zusammendrückbarkeit der Luft berücksichtigt werden, zum anderen erreicht die in der Grenzschicht durch die innere Reibung erzeugte Wärme Werte, die nicht ohne weiteres vernachlässigt werden dürfen. Den Einfluss dieser Erscheinungen haben E. Eckert und O. Drehwitz [18]) näher untersucht. Sie kommen zum Ergebnis, dass die Gleichung für die ebene Platte bis zur doppelten Schallgeschwindigkeit gut brauchbar ist. Zu der gleichen Schlussfolgerung kam J. Jung [14]) auch bei der Rohrströmung.

Wärmeaustauschflächen mit Stromlinienform müssen nach den Messungen der aerodynamischen Versuchsanstalt in Göt-

tingen äusserst schlanke Formen erhalten, wie sie im Apparatebau heute bis jetzt nicht verwendet werden. Im Schrifttum wird der Begriff «Stromlinienform» irrtümlicherweise auch für Körperformen verwendet, die dieser Anforderung keinesfalls entsprechen [19]).

3. Körper ohne Stromlinienform. R. Hilpert [20]) hat den Wärmeübergang bei der Strömung senkrecht zur Axe eines Kreiszylinders durch gründliche Untersuchungen vollständig geklärt. Das Ergebnis kann durch die Gleichung:

$$Nu = C_1 \, Re^{m} \, (T_w/T_0)^{m/4} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (20)$$

dargestellt werden.

Zahlentafel I

Für Re von	0,4	bis	4	ist $C_1 = 0{,}872$	und	$m = 0{,}330$
Re von	4	bis	40	ist $C_1 = 0{,}802$	und	$m = 0{,}385$
Re von	40	bis	4000	ist $C_1 = 0{,}60$	und	$m = 0{,}466$
Re von	4000	bis	40000	ist $C_1 = 0{,}167$	und	$m = 0{,}618$
Re von	40000	bis	400000	ist $C_1 = 0{,}024$	und	$m = 0{,}805$

Die Stoffwerte λ und η sind bei einer mittleren Bezugstemperatur

$$\vartheta_B = {}^1/_2 \, (\vartheta_w + \vartheta_m) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (21)$$

einzusetzen, γ dagegen bei der mittleren Lufttemperatur δ_m, sodass $w\gamma$ das tatsächlich durchströmende Luftgewicht gibt.

Abbildungen 4 und 5 zeigen «fluchtende» bzw. «versetzte» Anordnungen der *Rohre im Bündel.* Die geometrische Aehnlichkeit wird durch das Querverteilungsverhältnis s_1/d und das Längsteilungsverhältnis s_2/d gekennzeichnet. Die umfangreichen Versuche sind in den Vereinigten Staaten von Amerika (im Auftrag der Babcock und Wilcox Co.) durchgeführt worden. Sie umfassen Modellversuche (von O. L. Pierson [21]) mit Rohren von rd. 8 mm Aussendurchmesser und etwa 230 mm Länge, mit 38 verschiedenen Rohranordnungen. Die Anzahl der Rohrreihen war zehn; die Anzahl der Rohre in einer Reihe neun; die Verhältnisse s_1/d und s_2/d wurden bei diesen Versuchen systematisch geändert. Für fluchtende Rohrbündel lag s_1/d und s_2/d zwischen 1,25 und 3; für versetzte Rohrbündel s_1/d zwischen 1,25 und 3 und s_2/d zwischen 0,6 und 3. Der Bereich der Reynolds'schen Zahl ($Re = G\,d/\eta$) lag zwischen 2000 und 40 000. Die Rohrbündel waren in der Saugleitung eines rechteckigen Windkanales eingebaut; der ganze Versuchsapparat in einem Kessel von rd. 1 m Durchmesser und 3 m Länge untergebracht. Saugöffnung und Luftaustrittsöffnung lagen im Kessel nahe zusammen. Die Anordnung war so, dass mit einer bedeutenden Wirbelung in der Saugleitung (Wirbelfaktor $X = 1{,}5$ bis 1,6) gerechnet werden muss. Bei einer konstanten Heizleistung von 18 000 kcal/h schwankte die Oberflächentemperatur der elektrisch geheizten Rohre zwischen 120 und 400° C; bei einzelnen Versuchen mit 4 500 kcal/h Heizleistung zwischen 66° und 320° C. Die Rohr-Temperatur war also *nicht* konstant, wie bei den Versuchen von Hilpert; die höheren Rohrtemperaturen traten bei den kleinen Re-Werten auf. Die Reynolds'schen Kennzahlen wurden durch Aenderung des Luftdruckes im Kessel von 1 bis 12 ata beeinflusst.

E. C. Huge [22]) setzte die Modellversuche mit fünf verschiedenen Rohrbündeln (von zehn Reihen mit je zehn Rohren von ½" Aussendurchmesser) fort. Bei seiner Versuchsanordnung (die von der Pierson'schen Anordnung grundverschieden war), waren die Rohrbündel in der Druckleitung eingebaut. Luft wurde mit den Abgasen eines Gasofens gemischt und erwärmt und im Rohrbündel durch Wasser *gekühlt.* Die vielen Richtungs- und Querschnittsänderungen in der Zuleitung lassen erwarten, dass der Wirbelzustand beim Eintritt im Rohrbündel nicht der gleiche war, wie beim Pierson'schen Apparat. Huge machte schliesslich noch Grossversuche mit einem dritten Apparat in natürlicher Grösse (2" Rohre, etwa 1,2 m lang). In drei verschiedenen Rohrbündeln wurde Luft durch Dampf von 1,35 ata *erwärmt.* Er fand im allgemeinen eine recht gute Uebereinstimmung der Gross-Versuche mit den Modellversuchen. Die vorhandenen Abweichungen können dadurch erklärt werden, dass es bei den verschiedenen Versuchsanordnungen nicht möglich war die Rohr-Temperatur konstant und den Wirbelzustand der Luft genau gleich zu halten.

E. D. Grimison [23]) hat die Abweichungen zwischen den Versuchen von Pierson und Huge systematisch ausgeglichen und stellt alle Versuchsresultate in seiner zusammenfassenden Arbeit durch die Potenzgleichung (20) dar, und kommt zu 38 verschiedenen Gleichungen für die 38 Rohrbündel. Dass eine solche feine Auswertung der Versuchsergebnisse weder praktisch noch theoretisch gerechtfertigt ist, zeigen die Abb. 6 und 7, in denen die Versuchsergebnisse von Pierson und Huge eingetragen sind. Da die Luft bei diesen, meist mit grossen Temperaturunterschieden durchgeführten Versuchen sowohl geheizt als auch gekühlt wurde, kann die Lage der Bezugstemperatur ϑ_B für die Stoffwerte λ und η ziemlich zuverlässig ermittelt werden. Grimison bestätigte die Zweckmässigkeit der Bezugstemperatur nach Gleichung (21).

Die Wärmeübergangszahlen nach den Abb. 6 und 7 gelten für den Wirbelzustand der zuströmenden Luft, wie er bei den Versuchen der amerikanischen Forscher vorhanden war und für zehn Rohrreihen. Reiher [24]) hat auch den Wärmeübergang von jeder Rohrreihe einzeln (zwischen 2 und 5) untersucht. Aus allen bisher veröffentlichten Versuchen [25]) kann (unter Berücksichtigung der wissenschaftlichen Grundlagen) unsere Kenntnis über den Wärmeübergang in Rohrbündeln kurz wie folgt zusammengefasst werden:

1) Die Wärmeübergangszahl ist in hohem Masse vom Wirbelzustand der zuströmenden Luft abhängig.

2) Die *erste Rohrreihe* im Bündel überträgt wenig mehr als ein freistehendes Rohr. Bei *vollständig beruhigter Zuströmung* gilt deshalb dafür Gl. (20) mit C' und m-Werten aus Zahlentafel 1.

Bei den praktischen Anwendungen hat man kein Interesse daran die Zuströmung durch künstliche Vorrichtungen so weitgehend zu beruhigen, in Gl. (20) sind deshalb immer Wirbelfaktoren X einzusetzen, deren Grösse nicht immer leicht abzuschätzen sind. Die Abschätzung muss von Fall zu Fall, unter Berücksichtigung der Wirbelmöglichkeiten, erfolgen. Bei den Versuchsanordnungen von Pierson und von Huge, war $X = 1{,}5$ bis 1,6.

3) *Bei «fluchtender» Anordnung* der Rohre im Bündel kann (bis genauere Versuche vorliegen) sowohl bei beruhigter als bei wirbeliger Zuströmung angenommen werden, dass alle Rohrreihen gleichviel Wärme übertragen. Die unter Ziffer 2) angegebene Regel gilt dann auch für das ganze Rohrbündel, unabhängig von den Verhältnissen s_1/d und s_2/d.

4) *Rohrbündel mit versetzten Rohren* übertragen bei beruhigter Zuströmung mehr Wärme als bei fluchtender Anordnung, da die zweite und jede folgende Rohrreihe (infolge der erhöhten Wirbelung) wirksamer sind als die erste Reihe. Bis genauere Versuche vorliegen, kann der Wirbelfaktor X für Bündel mit

2	3	4	6	8	und mehr Reihen
$X = 1{,}2$	1,3	1,35	1,4	1,45	

angenommen werden. Der Faktor X scheint auch etwas von den Verhältnissen s_1/d und s_2/d abzuhangen.

Bei wirbeliger Zuströmung hängt X vom ursprünglichen Wirbelzustand der Luft ab. Ist der Wirbelzustand der Zuströmung durch den Faktor $X = 1{,}5$ und mehr gekennzeichnet, so ist keine Zunahme für die mehrreihige Anordnung zu erwarten. Die Wärmeübergangszahl ist dann unabhängig von der Anzahl der Rohrreihen.

Ueber den *Druckverlust* bei der Querströmung durch Rohrbündel, der bei diesen und anderen Versuchen gemessen wurde berichtet zusammenfassend auch E. Hofmann [26].

Schrifttum

1) A. Schack: Z. Techn. Physik 6 (1925), S. 538.
2) E. Eckert: VDI-Forschungsheft Nr. 387 (1937).
3) H. C. Hottel & V. S. Smith: Trans. Amer. Soc. mech. Engrs. 57 (1935). S. 463/70. — H. C. Hottel & H. G. Mangelsdorf: Trans. Amer. Inst. chem. Eng. 31 (1935), S. 517/49. — H. C. Hottel & R. B. Egbert: Trans. A. S. M. E. 63 (1941), S. 297/307.
4) A. Schack: «Der industrielle Wärmeübergang». 2. Aufl. 1940.
5) H. Schwiedessen: Arch. Eisenhüttenw. 14 (1940), S. 9/14, 145/53 u. 200/10.
6) ten Bosch: «Die Wärmeübertragung». (3. Aufl.) S. 31.
7) ten Bosch: «Die Wärmeübertragung». S. 36.
8) ten Bosch: «Wärmeübertragung», S. 111. Gl. (4/5).
9) H. Reichardt: Z. angew. Math. Mech. 20 (1940), S. 297/328.
10) Th. von Karman: Trans. A. S. M. E. 61 (1939), S. 705/10 und 62 (1940), S. 551/52.
11) G. D. Mattioli: Forschung 11 (1940). S. 149/58. — E. Hofmann: Forschung 11 (1940), S. 159/69. — E. Hofmann: Z. ges. Kälte-Industrie 44 (1937), S. 99/107.
12) ten Bosch: «Wärmeübertragung», S. 113.
13) Eagle, A. & R. M. Ferguson: Proc. Roy. Soc., London A 128 (1930), S. 540. — W. H. Cope: Proc. Inst. Mech. Engr. (London) 137 (1937), S. 165/194. — G. Rohonczi: Diss. E. T. H., Zürich 1939.
14) J. Jung: VDI-Forschungsheft Nr. 380 (1936).
15) W. Nusselt: Techn. Mech. & Thermodyn. 1 (1930), S. 287, Gl. (47c).
16) ten Bosch: Phys. Z. 32 (1931), S. 39.
17) O. Seibert: Jahrbuch Luftfahrt-Forsch. (1938 II), S. 224, 245.
18) E. Eckert und O. Drehwitz: Forschung 11 (1940), S. 116/24.
19) C. C. Winding: Ind. Eng. Chem. 30 (1938), S. 942/47.
20) R. Hilpert: Forschung 4 (1933), S. 215.
21) O. L. Pierson: Trans. A. S. M. E. 50 (1937), S. 563/72.
22) E. C. Huge: Trans. A. S. M. E. 59 (1937), S. 573/81.
23) E. D. Grimison: Trans. A. S. M. E. 59 (1937), S. 583/94.
24) H. Reiher: VDI-Forschungsheft Nr. 269 (1925).
25) R. Benke: Diss. T. H. Darmstadt. Auszug in Arch. für Wärmewirtschaft, 19 (1938), S. 287/91.
26) E. Hofmann: Z.VDI 84 (1940), S. 97/101.