Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 123/124 (1944)
Heft: 2

Artikel: Ueber die Druck-Volumen-Kennlinien vielstufiger Axialverdichter
Autor: Salzmann, Fritz
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-53977

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

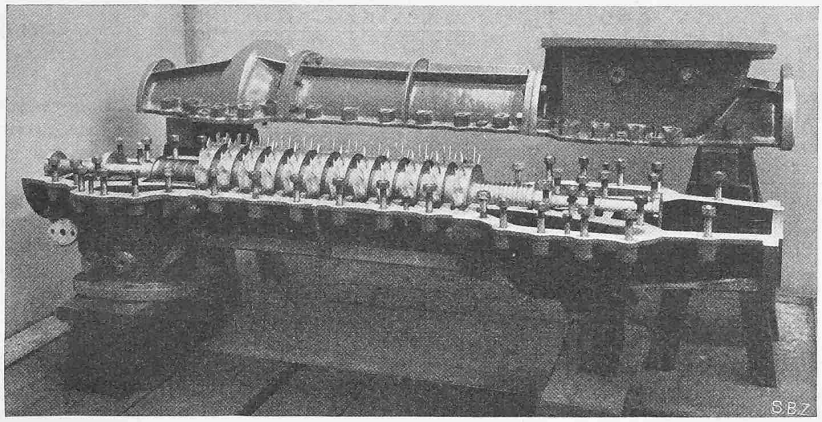
Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT: Ueber die Druck-Volumen-Kennlinien vielstufiger Axialverdichter. — Zum Zwischenbericht des Bundesrates über die vorbereitenden Massnahmen zur Arbeitsbeschaffung. — Wettbewerb für ein Eidgen. Verwaltungsgebäude in Bern. — Entwässerung von Abwasserschlämmen mittels Vakuumfiltration. — 100 Jahre Morse-Telegraphie. — Mitteilungen: Montage einer Hochdruckleitung. Entwicklung verkapselter Niederspannungs-Verteilanlagen in der Schweiz. Rangierbahnhöfe für grosse Seehäfen. Wasserwirtschaft der Eisenhüttenwerke. Erfahrungen und Lehren für Gas- und Wasserversorgung beim Fliegerangriff Schaffhausen. Wärmeübergang zwischen warmer Luft und kalten Flächen. Schreinerhaus auf dem Bürgenstock. Hotelsanierung. Militäraufträge. Transformatoren-Tagung des SEV. 75 Jahre Techn. Hochschule München. Entwicklung der elektr. Eisenbahnen. Kleinspannung für allgem. Beleuchtung. — Wettbewerbe: Primarschulhaus auf dem Felsberg Luzern. Hodler-Denkmal in Genf. Gemeindehaus und Turnhalle in Frick. — Nekrologe: Hermann v. Waldkirch. Max Fidler. — Literatur. — Vortragskalender.

Band 124 Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich Nr. 2
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet



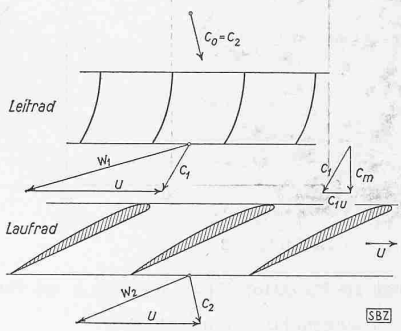


Abbildung 2

Abb. 1 (links). Vielstufiger Axialverdichter

Ueber die Druck-Volumen-Kennlinien vielstufiger Axialverdichter

Von Ing. Dr. sc. techn. FRITZ SALZMANN, Escher Wyss Maschinen- Fabriken A.-G., Zürich

Während vor nicht sehr langer Zeit die Ueberwindung grösserer Druckgefälle fast ausschliesslich rotierenden Verdichtern radialer Bauart oder Kolbenverdichtern vorbehalten war, vermochte sich im Verlauf der letzten Jahre der mehrstufige Verdichter axialer Bauart immer mehr auch im Gebiet höherer Druckverhältnisse von drei, vier und darüber seinen Platz zu erobern. Dazu hat neben den durch konsequente Anwendung aerodynamischer Forschungsergebnisse auf die Einzelstufe[1]) erreichten günstigen Wirkungsgraden auch die Tendenz nach dem Bau immer grösserer Einheiten mit grosser Durchsatzmenge beigetragen, für die der Axialverdichter die geeignete Maschine ist. Anderseits hat aber auch die Entwicklung der Gasturbinen und aerodynamischen Anlagen[2]) der Anwendung mehrstufiger axialer Verdichter Vorschub geleistet.

Die stets weitergreifende Verwendung dieser Verdichter ruft aber nach einer eingehenderen Kenntnis der Gesetzmässigkeiten für den Druckverlauf bei Abweichungen vom normalen Betriebszustand, sowohl bezüglich Drehzahl wie auch bezüglich Durchsatzmenge. Bei Kenntnis des Kennlinienverlaufs der Einzelstufe kann durch fortlaufende Berechnung des Zustandsverlaufs durch die ganze Stufenreihe, beispielsweise auch auf graphischem Wege[3]), der Endzustand des Fördermittels bei Verlassen des Verdichters bei Abweichungen vom normalen Betriebszustand ermittelt werden.

Im folgenden werden einige Gesetzmässigkeiten über den Kennlinienverlauf vielstufiger axialer Verdichter abgeleitet unter Benützung eines Verfahrens, das sich auf die Tatsache gründet, dass bei solchen Verdichtern zur Erreichung grösserer Drücke stets eine Vielzahl von Stufen erforderlich ist (Abb. 1). Es kann somit die Zustandsänderung des Fördermittels in einer Stufe gegenüber der Gesamtänderung als klein, mathematisch gesprochen als differentielle Aenderung betrachtet werden. Der Endzustand des Fördermittels erscheint daher im Grenzfall nicht mehr durch Summation einer endlichen Zahl von Zustandsänderungen, sondern durch Integration über unendlich viele unendlich kleine Aenderungen. In diesem Grenzfall wird, wie sich im folgenden noch zeigt, der Kennlinienverlauf des ganzen Verdichters ausser vom dimensionslos auf den normalen Betriebszustand bezogenen Verlauf der Kennlinie der Einzelstufe nur noch abhängig vom normalen Druckverhältnis, für das der Verdichter ausgelegt ist, und nicht mehr von der Anzahl der Stufen, mit denen die Verdichtung erfolgt, womit die abgeleiteten Beziehungen eine allgemeinere Gültigkeit erlangen. Auf diese Weise lässt sich bei vorgegebenem Druckverhältnis im Normalpunkt und mehr oder weniger bekanntem dimensionslosem Kennlinien-Verlauf der Einzelstufe schon ein gewisser Ueberblick über das Verhalten des gesamten Verdichters gewinnen, ohne dass seine Auslegung, insbesondere die Stufeneinteilung und die gewählte Umfangsgeschwindigkeit des Laufrades, im einzelnen bekannt sind. Im folgenden wird auf diese Weise anhand eines Beispiels mit angenommener Charakteristik der Einzelstufe der Einfluss von Drehzahländerungen auf den Kennlinienverlauf eines Verdichters mit normalem Druckverhältnis 4 erörtert. Wie am Schluss noch gezeigt wird, ist es auch möglich, auf Grund des dargelegten Grenzübergangs auf unendlich feine Stufeneinteilung allgemein unmittelbare, nur vom Gesamtdruckverhältnis und nicht von der Stufenzahl abhängige Zusammenhänge zwischen der Steilheit der Gesamtkennlinie des Verdichters und der Steilheit der Einzelkennlinie abzuleiten.

Der Grenzübergang auf unendlich feine Stufeneinteilung

Die folgende Ableitung bezieht sich auf einen Verdichter mit durchwegs gleichartigen Einzelstufen, die im normalen Betriebszustand alle im gleichen Punkt der Einzelkennlinie arbeiten. Abb. 2 zeigt das Schema einer einzelnen Stufe mit den zugehörigen Geschwindigkeitsdreiecken. Die obenstehende Voraussetzung bedingt im normalen Betriebszustand in allen Stufen ähnliche Geschwindigkeitsdreiecke, weshalb auch bei geändertem Betriebszustand die Geschwindigkeitsdreiecke aufeinanderfolgender, unendlich klein gedachter Stufen nur vernachlässigbar wenig voneinander abweichen, sodass die absolute Zutrittsgeschwindigkeit c_0 zum Leitapparat einer Stufe nach Grösse und Richtung gleich jener zur nächsten Stufe, also gleich der absoluten Austrittsgeschwindigkeit c_2 aus dem nachfolgenden Laufrad angenommen werden kann. Die Druckerhöhung $\Delta p = p_2' - p_0'$ für eine Verdichterstufe ist damit bekannt, wenn die Druck-Volumen-Kennlinie der Einzelstufe vorliegt mit der Voraussetzung, dass die absolute Zuströmgeschwindigkeit zur Stufe gleich der absoluten Abströmgeschwindigkeit sei.

Abb. 3 zeigt den Charakter einer solchen Kennlinie, nach Messungen an einer Stufe[4]), wobei zwar die vorerwähnte Bedingung nicht streng erfüllt war. Hierbei sind in bekannter Weise die dimensionslosen Kennzahlen

$$\varphi = \frac{c_m}{u}, \quad \psi = \frac{\Delta p}{\frac{\varrho}{2} u^2}$$

verwendet, mit

c_m = axiale Durchtrittsgeschwindigkeit (m/s)

u = Umfangsgeschwindigkeit des Rades (m/s)

$\varrho = \frac{\gamma}{g}$ = spez. Masse des Fördermittels (kg s²/m⁴)

Δp = Druckanstieg in der Stufe (kg/m²).

Wird der Normalpunkt N durch die Werte ψ_0, φ_0 gekennzeichnet, so wird die Druck-Volumen-Kennlinie dargestellt durch eine Beziehung von der Form

$$\psi = \psi_0 F\left(\frac{\varphi}{\varphi_0}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

[1]) Man vergleiche: *C. Keller*, Axialgebläse vom Standpunkt der Tragflügeltheorie. Mitteilung aus dem Institut für Aerodynamik der Eidg. Techn. Hochschule. Zürich 1934.

[2]) *J. Ackeret* und *C. Keller*, Eine aerodynamische Wärmekraftanlage. Schweiz. Bauzeitung, Bd. 113, Nr. 19, S. 229* (1939).

[3]) Ein von *M. Senger* in BBC-Nachr. 1941, S. 19/27 angegebenes graph. Verfahren ist zwar nur auf isotherme Zustandänderungen anwendbar.

[4]) Nach *C. Keller*, Axialgebläse, S. 132.

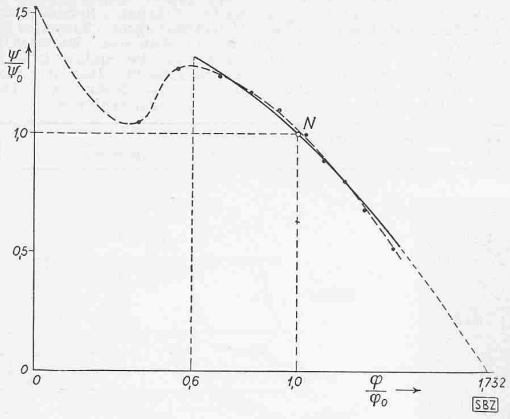


Abbildung 3

wobei die Funktion $F\left(\frac{\varphi}{\varphi_0}\right)$ gleich 1 ist für $\varphi = \varphi_0$. Damit ist die Druckerhöhung einer Stufe:

$$\Delta p = \psi_0 \frac{\varrho}{2} u^2 F\left(\frac{\varphi}{\varphi_0}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Wird mit x die Anzahl der vom Fördermittel vom Eintritt in den Verdichter an durchlaufenen Stufen bezeichnet, so ist der Druckanstieg pro Stufe ($\Delta x = 1$, Abb. 4)

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = \psi_0 \frac{\varrho}{2} u^2 F\left(\frac{\varphi}{\varphi_0}\right) \quad (3)$$

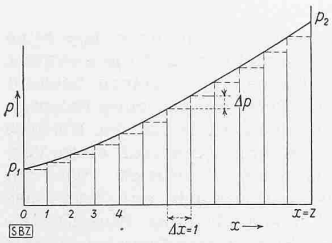


Abbildung 4

Wegen der verhältnismässig feinen Stufeneinteilung ist es erlaubt, statt des stufenweisen Druckverlaufs in Funktion von x einen stetigen Verlauf anzunehmen, sodass der Differenzen-Quotient $\frac{\Delta p}{\Delta x}$ von Gleichung (3) in den Differentialquotienten $\frac{dp}{dx}$ übergeht:

$$\frac{dp}{dx} = \psi_0 \frac{\varrho}{2} u^2 F\left(\frac{\varphi}{\varphi_0}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Zur Bestimmung der Kennlinie ist der Enddruck p_2 bei festgehaltenem Anfangszustand in Abhängigkeit von dem sekundlichen Fördergewicht G (kg/s) zu berechnen. Diese Aufgabe lässt sich allgemein lösen, sofern der Zustandsverlauf des Gases bei der Verdichtung vorgegeben ist, welche Voraussetzung bei Vernachlässigung der Wirkungsgradänderung des Verdichters bei verschiedenen Betriebszuständen als erfüllt betrachtet werden kann. Als Zustandsverlauf kann etwa eine Polytrope $p v^n =$ konst. angenommen werden ($v =$ spez. Volumen, m³/kg).

Werden die Grössen p, v, G, c_m, u im normalen Betriebszustand mit dem Index 0 versehen, und führt man noch die Verhältnisse ξ, χ, ζ von G, p und u bei verändertem Betriebszustand zu ihren normalen Werten G_0, p_0, u_0 ein, wobei p und p_0 noch abhängig sind von der vom Strömungsmittel durchlaufenen Stufenzahl x, sodass

$$\xi = \frac{G}{G_0} \qquad \chi(x) = \frac{p}{p_0} \qquad \zeta = \frac{u}{u_0} \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

so erhält man:

$$\frac{c_m}{c_{m0}} = \frac{G v}{G_0 v_0} = \frac{G}{G_0}\left(\frac{p_0}{p}\right)^{1/n} = \frac{\xi}{\chi^{1/n}}$$

und

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} = \frac{c_m}{u} : \frac{c_{m0}}{u_0} = \frac{c_m}{c_{m0}} \frac{u_0}{u} = \frac{\xi}{\chi^{1/n} \zeta} \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Ferner ist die Dichte

$$\varrho = \varrho_0 \frac{v_0}{v} = \varrho_0 \left(\frac{p}{p_0}\right)^{1/n} = \varrho_0 \chi^{1/n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Einsetzen dieser Grössen in Gleichung (4), unter Berücksichtigung, dass $p = p_0 \chi$, wobei sowohl p_0 wie auch χ von x abhängig sind, liefert:

$$\chi \frac{dp_0}{dx} + p_0 \frac{d\chi}{dx} = \frac{\psi_0}{2} \varrho_0 \chi^{1/n} u_0^2 \zeta^2 F\left(\frac{\xi}{\chi^{1/n} \zeta}\right) \quad . \quad . \quad (8)$$

Hierbei ist definitionsgemäss im normalen Betriebszustand $\xi = \chi = \zeta = 1$ und $F\left(\frac{\varphi}{\varphi_0}\right) = F(1) = 1$, sodass für p_0 die Differentialgleichung gilt

$$\frac{dp_0}{dx} = \frac{\psi_0}{2} \varrho_0 u_0^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

die sich bei bekanntem Zustandsverlauf im p-v-Diagramm, also eindeutigem Zusammenhang zwischen p_0 und ϱ_0, sofort integrieren lässt. Da im normalen Betriebszustand der Druck p_0 eine bestimmte Funktion der durchlaufenen Stufenzahl x ist, kann statt x in Gleichung (8) auch p_0 als unabhängige Variable eingeführt, bzw. dx mit Hilfe von Gleichung (9) eliminiert werden. Hierbei vereinfacht sich Gleichung (8) wesentlich. Als Grössen, die sich beim Durchlaufen des Verdichters ändern, bleiben einzig χ und p_0. Nach Trennung der Variablen erhält man:

$$\frac{d\chi}{\chi^{1/n} \zeta^2 F\left(\frac{\xi}{\chi^{1/n} \zeta}\right) - \chi} = \frac{dp_0}{p_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

ξ und ζ sind hierbei Parameter, die das Durchflussgewicht und die Drehzahl kennzeichnen, sich aber bei der Integration über alle Verdichterstufen nicht ändern. p_0 ändert sich von p_{10} (Anfangsdruck) bis p_{20} (Enddruck im normalen Betriebszustand), χ dagegen von 1 (da der Anfangsdruck p_1 gleich wie im Normalzustand, also $p_1 = p_{10}$, gehalten werden soll) bis auf einen zum vornherein noch unbekannten Wert χ_2, nach dessen Berechnung aber sofort der gesuchte Enddruck des Verdichters als $p_2 = p_{20} \chi_2$ erhalten wird.

Die Integration der rechten Seite von Gleichung (10) liefert, wenn das normale Druckverhältnis des Verdichters mit

$$m = \frac{p_{20}}{p_{10}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

bezeichnet wird,

$$\int_{p_{10}}^{p_{20}} \frac{dp_0}{p_0} = ln\left(\frac{p_{20}}{p_{10}}\right) = ln(m)$$

sodass sich aus Gleichung (10) ergibt:

$$\int_{\chi=1}^{\chi_2} \frac{d\chi}{\chi^{1/n} \zeta^2 F\left(\frac{\xi}{\chi^{1/n} \zeta}\right) - \chi} = ln(m) \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Bei einem bestimmten, für vorgegebenes normales Druck-Verhältnis m berechneten Verdichter, mit gegebener Kennlinie der Einzelstufe, d. h. bekannter Funktion $F\left(\frac{\varphi}{\varphi_0}\right)$, lässt sich aus Gleichung (12) χ_2 als jener obere Grenzwert bestimmen, bei dem das linksseitige Integral den Betrag $ln(m)$ erreicht. Ist ein analytisches Gesetz von F gegeben, so kann unter Umständen das Integral in geschlossener Form berechnet werden, oder doch in Form einer Potenzreihe. In allen Fällen wird aber eine graphische Lösung des Integrals zum Ziel führen. χ_2 ist dann dadurch bestimmt, dass zwischen $\chi = 1$ und χ_2 als Abszisse die Kurve

$$y = \frac{1}{\chi^{1/n} \zeta^2 F\left(\frac{\xi}{\chi^{1/n} \zeta}\right) - \chi}$$

mit der Abszissenaxe eine Fläche von der Grösse $ln(m)$ einschliesst.

Berechnung eines Beispiels

Das Vorgehen sei an einem Beispiel erläutert. Für die Kennlinie der Einzelstufe sei eine Parabel

$$F\left(\frac{\varphi}{\varphi_0}\right) = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{\varphi}{\varphi_0}\right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

angenommen, die gemäss Abb. 3 dem Charakter einer Axial-Gebläsestufe ziemlich gut entspricht in jenem Bereich, wo die Strömung sich von der Schaufel noch nicht ablöst, d. h. etwa für $\frac{\varphi}{\varphi_0} > 0{,}6$. Die obere Grenze liegt bei $\frac{\varphi}{\varphi_0} = \sqrt{3}$, wo kein Druck mehr geliefert wird. Die Rechnung möge für isothermen und adiabatischen Zustandsverlauf für einen Verdichter mit normalem Druckverhältnis $m = 4$ durchgeführt werden.

a) Isothermer Zustandsverlauf, $n = 1$

Es ist

$$F\left(\frac{\xi}{\chi^{1/n} \zeta}\right) = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \frac{\xi^2}{\chi^2 \zeta^2}$$

und nach Gleichung (12)

$$\int_{\chi=1}^{\chi_2} \frac{d\chi}{\frac{3}{2}\chi\zeta^2 - \frac{1}{2}\frac{\xi^2}{\chi} - \chi} = \int_{\chi=1}^{\chi_2} \frac{2\chi\, d\chi}{(3\zeta^2 - 2)\chi^2 - \xi^2} = ln(m)$$

Die Integration ergibt nach einigem Umformen:

$$\chi_2 = \sqrt{m^{\frac{3\zeta^2-2}{3\zeta^2-2}} - \frac{m^{\frac{3\zeta^2-2}{3\zeta^2-2}} - 1}{3\zeta^2 - 2}\,\xi^2}$$

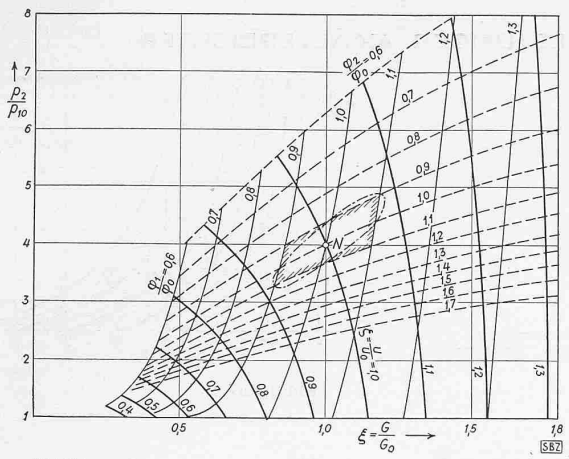


Abbildung 5

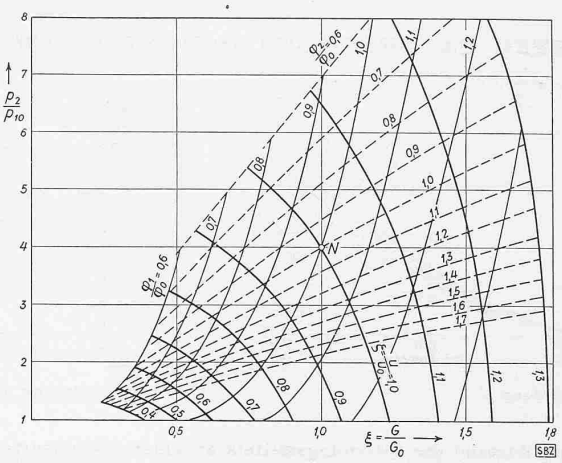


Abbildung 7

bzw. als Gesamtdruckverhältnis des Verdichters:

$$\frac{p_2}{p_{10}} = \frac{p_{20}}{p_{10}}\,\chi_2 = m\sqrt{m^{3\zeta^2-2} - \frac{m^{3\zeta^2-2}-1}{3\zeta^2-2}\,\xi^2} \qquad (14)$$

Gleichung (14) stellt die Kennlinie dar, mit ξ als Verhältnis des Durchtrittsgewichtes bei beliebigem Betriebszustand zu jenem im Normalzustand. Die Kennlinie ist hier eine Ellipse. Der Parameter ζ kennzeichnet die Drehzahl.

Abb. 5 zeigt mit $m = 4$ nach Gleichung (14) berechnete Kennlinien für verschiedene Drehzahlen. Im Weitern ist noch eine Schar von Linien eingetragen, die Punkte gleichen Betriebszustandes für die erste Stufe $\left(\frac{\varphi_1}{\varphi_0} = \frac{\xi}{\zeta} = \text{konst.}\right)$ verbinden und eine zweite Schar entsprechender Linien für die letzte Stufe $\left(\frac{\varphi_2}{\varphi_0} = \frac{\xi}{\zeta\chi_2} = \text{konst.}\right)$. Mit Hilfe dieser Linien können Gebiete abgegrenzt werden, innerhalb derer $\frac{\varphi}{\varphi_0}$ in keiner Stufe um mehr als einen vorgegebenen Betrag vom Normalzustand 1 abweicht; im schraffierten Gebiet überschreitet beispielsweise in keiner Stufe $\frac{\varphi}{\varphi_0}$ den Bereich $0{,}9 \leq \frac{\varphi}{\varphi_0} \leq 1{,}1$. Bei Unterschreiten des Wertes $\frac{\varphi}{\varphi_0} = 0{,}6$ würden die entsprechenden Stufen sich dem Ablösungsbereich (Instabilitätsbereich der Einzelkennlinie) nähern. Abb. 5 bestätigt, dass bei grossen Drehzahlen die Ablösung an der letzten Stufe, bei kleinen an der ersten Stufe beginnt. Bei Ueberschreiten des Wertes $\frac{\varphi}{\varphi_0} = \sqrt{3}$ würde im vorliegenden Fall die Stufe unter Druckgefälle statt Druckanstieg arbeiten. Ein solcher Zustand beginnt in der letzten Stufe bei sinkendem Gegendruck.

Da die Wirkungsgradsenkung gegenüber dem Bestwert im grossen Ganzen durch die Abweichungen der Betriebszustände $\frac{\varphi}{\varphi_0}$ der Einzelstufen vom Normalwert bestimmt ist, lassen sich auch ungefähre Linien konstanten Wirkungsgrades einzeichnen, wie in Abb. 5 angedeutet.

b) Adiabatischer Zustandsverlauf, $n = \varkappa = 1{,}4$ für Luft

Hier geht Gleichung (12) über in

$$\int_{\chi=1}^{\chi_2} \frac{d\chi}{\frac{3}{2}\xi^2\chi^{1/n} - \frac{1}{2}\xi^2\chi^{-1/n} - \chi} = ln\,(m) = ln\,(4) \quad . \qquad (15)$$

Dieses Integral lässt sich nicht in geschlossener Form darstellen; der graphische Weg nach Abb. 6 führt aber zum Ziel. Mit angenommenen Parametern ξ und ζ trägt man den Integranden, mit eins beginnend, in Funktion von χ auf. χ_2 ist jener Wert von χ, bei dem die Fläche unter der aufgetragenen Kurve gleich der rechten Seite von Gleichung (15) wird, also in unserm Beispiel gleich $ln\,(4) = 1{,}386$. Man erhält nun einen Punkt der Kennlinie für das angenommene Drehzahlverhältnis mit der Abszisse ξ und der Ordinate

$$\frac{p_2}{p_{10}} = m\,\chi_2 = 4\,\chi_2$$

Auf diese Weise gewonnene Kennlinien für den adiabatischen Zustandsverlauf zeigt Abb. 7. Sie verlaufen etwas flacher als die

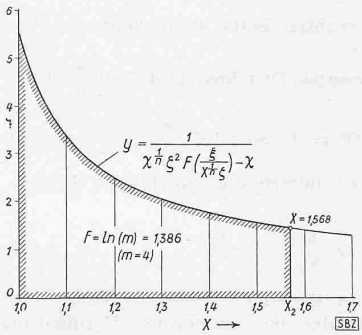


Abbildung 6

isothermischen Linien nach Abb. 5. Die Kurven $\frac{\varphi}{\varphi_0} = \text{konst.}$ für die erste und letzte Stufe sind hier ebenfalls eingetragen. Die zur gleichen Drehzahl gehörenden Kennlinien für Isotherme und Adiabate haben einen gemeinsamen Punkt beim normalen Druckverhältnis 4.

Bemerkenswert ist in den Abb. 5 und 7 das Zusammenschrumpfen des Bereiches, innerhalb dessen in keiner Stufe $\frac{\varphi}{\varphi_0}$ um mehr als einen vorgegebenen Betrag vom Normalwert 1 abweicht, mit sinkender Drehzahl. Dieser Bereich ist enger bei der Isotherme als bei der Adiabate. Bei der Isotherme (Abb. 5) ist z. B. unterhalb halber normaler Drehzahl ($\zeta < 0{,}5$) kein Betriebszustand mehr möglich, bei dem nicht entweder in der ersten Stufe $\frac{\varphi}{\varphi_0}$ unter 0,6 (Ablösungsbereich) oder in der letzten Stufe $\frac{\varphi}{\varphi_0}$ über 1,7 (keine Druckerzeugung mehr) gehen würde.

Der Druckverlauf im Verdichter

Zur Bestimmung des Druckverlaufs kann Gleichung (9) benützt werden. Bei polytropischem Zustandsverlauf ist

$$\varrho_0 = \varrho_{10}\left(\frac{p_0}{p_{10}}\right)^{1/n}$$

Somit ist

$$\frac{d\,p_0}{d\,x} = \frac{\psi_0}{2}\,\varrho_{10}\,\frac{u_0^2}{p_{10}^{\;1/n}}\,p_0^{\;1/n}$$

Integration von $x = 0$ bis zur beliebigen Stelle x liefert, sofern alle Stufen gleiche Umfangsgeschwindigkeit u_0 haben:

$$\frac{n-1}{n}\,\psi_0\,\frac{\varrho_{10}}{2}\,u_0^2\,x = p_{10}\left\{\left(\frac{p_0}{p_{10}}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right\}$$

Ist z = Gesamtstufenzahl, so kann mit Hilfe der Bedingung, dass für $x = z$, $p_0 = p_{20}$ sein muss, der Beiwert von x eliminiert werden, und man erhält:

für Polytrope
$$x = z\,\frac{\left(\frac{p_0}{p_{10}}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1}{\left(\frac{p_{20}}{p_{10}}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1} \quad . \; . \; . \; . \; . \qquad (16\text{a})$$

als Beziehung zwischen dem normalen Druck p_0 und der vom Strömungsmittel durchlaufenen Stufenzahl. Bei der Isotherme ($n = 1$) erhält man den Grenzwert

für Isotherme
$$x = z\,\frac{ln\left(\frac{p_0}{p_{10}}\right)}{ln\left(\frac{p_{20}}{p_{10}}\right)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \qquad (16\text{b})$$

UEBER DIE DRUCK-VOLUMEN-KENNLINIEN VIELSTUFIGER AXIALVERDICHTER

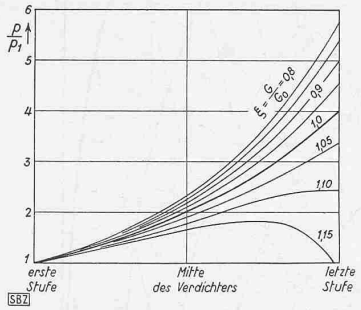


Abbildung 8

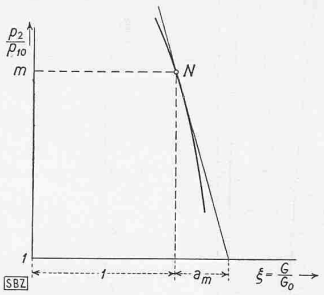


Abbildung 10

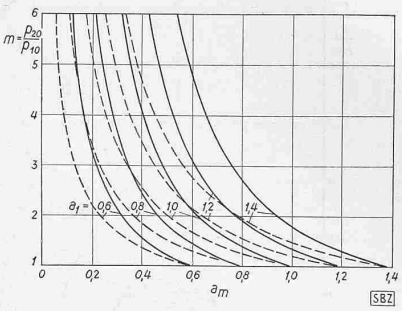


Abbildung 11

Den Zustand des Strömungsmittels an einer Zwischenstelle des Verdichters erhält man, indem man das Integral linksseitig der Gleichung (12) statt bis χ_2 nur bis zu einem Zwischenwert $\chi < \chi_2$ erstreckt. Auf der rechten Seite steht dann $ln\left(\frac{p_0}{p_{10}}\right)$ (p_0 = Zwischenwert des normalen Druckes) statt $ln\left(\frac{p_{20}}{p_{10}}\right)$.

Hat das Integral den Wert J, so wird $\frac{p_0}{p_{10}} = e^J$, und die Gleichungen (16a) bzw. (16b) liefern die zugehörige Stelle x, mit dem Druckverhältnis

$$\frac{p}{p_{10}} = \chi \frac{p_0}{p_{10}} = \chi e^J \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (17)$$

Für das oben behandelte Beispiel berechnete Kurven für den Druckverlauf im Verdichter bei isothermer Verdichtung sind in Abbildung 8 für verschiedene Durchtrittsgewichte aufgetragen.

Die Kurve für das grösste Durchtrittsgewicht geht nach anfänglichem Anstieg wieder auf den Anfangswert zurück. Die letzten Stufen arbeiten unter Druckabfall.

Die Steilheit der Kennlinie in Abhängigkeit vom normalen Druckverhältnis und von der Steilheit der Kennlinie der Einzelstufe

In vielen Fällen genügt es, wenn der Kennlinienverlauf in unmittelbarer Nähe des normalen Betriebspunktes bekannt ist. In diesem Bereich ist es erlaubt, die Kurve durch die Tangente im Normalpunkt zu ersetzen, ein Vorgehen, das zur Berechnung von Regelvorgängen zumeist angewendet wird.

Die Tangente an die Kennlinie der Einzelstufe (Abb. 9) schneidet die Abszissenaxe in einem von der Abszisse des Normalpunktes um den Betrag a_1 entfernten Punkt. Durch a_1 ist die Steilheit der Einzelkennlinie charakterisiert. Wird diese durch die Tangente ersetzt, so ist

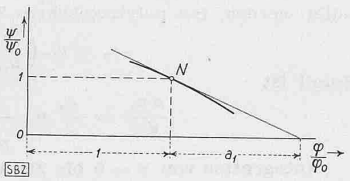


Abbildung 9

die Funktion $F\left(\frac{\varphi}{\varphi_0}\right)$ von Gleichung (1)

$$F\left(\frac{\varphi}{\varphi_0}\right) = 1 + \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_1}\frac{\varphi}{\varphi_0} \quad . \; . \; . \; . \quad (18)$$

Gleichung (12) wird damit:

$$\int_{\chi=1}^{\chi_2} \frac{d\chi}{\chi^{1/n}\,\zeta^2\left(1 + \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_1}\frac{\xi}{\chi^{1/n}\,\zeta}\right) - \chi} = ln\,(m) \quad (19)$$

Beschränkt man sich auf die Umgebung des Normalpunktes auf der Kennlinie für die Normaldrehzahl ($\zeta = 1$), so wird χ nur wenig von 1 abweichen, sodass man $\chi = 1 + \varepsilon$ setzen und den Nenner des Integranden von Gleichung (19) nach Potenzen von ε entwickeln kann unter Vernachlässigung höherer Potenzen von ε als der ersten. Man erhält so:

$$\int_{\varepsilon=0}^{\varepsilon_2} \frac{d\varepsilon}{\frac{1-\xi}{a_1} + \left[\frac{1+a_1}{n\,a_1} - 1\right]\varepsilon} = ln\,(m)$$

bezw. nach Integration:

$$\varepsilon_2 = \frac{(1-\xi)}{a_1\left[\frac{1+a_1}{n\,a_1} - 1\right]} \left\{ m^{\frac{1+a_1}{n\,a_1} - 1} - 1 \right\}$$

Die Neigung der Tangente der Kennlinie des Gesamtverdichters im normalen Betriebspunkt wird nun

$$\frac{d\,p_2}{d\,\xi} = p_{20}\frac{d\,\chi_2}{d\,\xi} = p_{20}\frac{d\,\varepsilon_2}{d\,\xi} = -\frac{\left[m^{\frac{1+a_1}{n\,a_1} - 1} - 1\right]}{a_1\left[\frac{1+a_1}{n\,a_1} - 1\right]}\,p_{20}$$

und der zwischen der Abszisse des Normalpunktes und dem Schnittpunkt der Tangente mit der Horizontalen $p_2 = p_{10}$ (Abbildung 10) liegende Abschnitt a_m wird

$$a_m = -\frac{p_{20}\,(m-1)}{m\,\frac{d\,p_2}{d\,\xi}} = a_1\,\frac{(m-1)}{m}\,\frac{\left[\frac{1+a_1}{n\,a_1} - 1\right]}{\left[m^{\frac{1+a_1}{n\,a_1} - 1} - 1\right]} \quad (20)$$

Für isotherme Zustandänderung ($n = 1$) vereinfacht sich Gleichung (20) zu

$$a_m = \frac{m-1}{m\left[m^{1/a_1} - 1\right]} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (20')$$

In Abb. 11 sind zusammengehörige Werte von $m = \frac{p_{20}}{p_{10}}$ und a_m in einem Koordinatensystem aufgetragen für isothermische und adiabatische Zustandänderung, mit a_1 als Parameter. a_m wird umso kleiner, d. h. die Kennlinie wird umso steiler, je grösser das Druckverhältnis m ist. Ferner hat auch die Steilheit der Ausgangskennlinie der Einzelstufe, bzw. der Wert a_1, einen starken Einfluss auf die Steilheit der Gesamtkennlinie. Der Wert a_1 ist auch klein, wenn die Einzelstufen im normalen Betriebszustand des Verdichters schwach belastet sind, d. h., wenn sie auf einem tiefliegenden Punkt ihrer Kennlinie arbeiten. Die Gesamtkennlinie wird dann sehr steil. Umgekehrt wird diese flacher, wenn die Einzelstufen im Normalzustand hoch belastet sind, d. h. auf einem hochliegenden Punkt ihrer Einzelkennlinie arbeiten, wobei natürlich durch den Ablösungsbereich eine Grenze gesetzt ist.

Bei bekannter Kennlinie der Einzelstufe gestattet also das beschriebene Verfahren, nicht nur die Gesamtkennlinie des vielstufigen Verdichters auch für von der Normaldrehzahl abweichende Drehzahlen zu finden, sondern auch die Veränderung der Betriebszustände in den einzelnen Stufen zu überblicken, wie z. B. das Eintreten einer Stufe in den Ablösungsbereich oder in den «Leerlaufzustand» (keine Druckerzeugung) festzustellen. Ausserdem lassen sich unmittelbar allgemeine Gesetzmässigkeiten für den Kennlinienverlauf in der Nähe des normalen Betriebspunktes ableiten. Bezüglich vergrösserter Drehzahlen und Durchtrittsmengen liegt eine Grenze des Verfahrens dort, wo wegen Erreichens der Schallgeschwindigkeit an den Flügelprofilen die Kennlinien der Einzelstufen sich verändern. Sonst aber wird einzig die Gleichheit der Kennlinien für alle Stufen vorausgesetzt.