

Sur une méthode purement optique pour la mesure directe des moments dans les plaques minces fléchies

Autor(en): **Favre, Henry / Gilg, Bernhard**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **68 (1950)**

Heft 19

PDF erstellt am: **08.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-58012>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Sur une méthode purement optique pour la mesure directe des moments dans les plaques minces fléchies

DK 620.171.5

Par HENRY FAVRE, Professeur à l'E. P. F. et BERNHARD GILG, Assistant à l'E. P. F.

Les efforts intérieurs agissant dans une plaque mince fléchie constituent un état de tension à trois dimensions. Il n'est donc pas possible de mesurer ces efforts à l'aide d'une des méthodes classiques de la photoélasticité bidimensionnelle, des procédés plus généraux doivent être utilisés dans ce but.

C'est ce qu'a fait H. G. Poertner, dans une thèse présentée en 1943 à l'Université de Washington¹⁾, en appliquant la méthode du figeage des contraintes²⁾ à la détermination des tensions dans une plaque circulaire encastrée. Cette méthode, qui permet de mesurer les tensions dans un modèle transparent quelconque à trois dimensions, est cependant d'un emploi assez délicat. D'autre part, dans la presque totalité des applications, il suffit de connaître les moments de flexion et de torsion sollicitant une plaque fléchie pour être renseigné avec suffisamment d'exactitude sur le jeu des forces intérieures.

C'est la raison pour laquelle le Laboratoire de Photoélasticité de l'E. P. F. a mis récemment au point une *méthode purement optique pour la mesure directe de ces moments*³⁾. L'objet du présent mémoire est précisément de décrire cette méthode et d'en donner une première application.

Dans le § 1, nous rappelons les principales propriétés des déformations et des tensions pour une plaque mince fléchie, faite d'une matière homogène et isotrope. Dans le § 2, nous précisons ces propriétés dans le cas où la plaque est faite de deux couches adhérentes de matières différentes. Ce sont de telles plaques qui permettent la mesure optique des moments de flexion et de torsion, comme nous le verrons. Le § 3 est consacré à la description de la méthode de mesure. Enfin, dans le § 4, nous donnons une application de la méthode à une plaque carrée, reposant en trois points et supportant une force appliquée en son centre.

Nous tenons à remercier sincèrement M. le Prof. Dr. H. Pallmann, Président du Conseil de l'E. P. F., qui a bien voulu faciliter nos recherches en allouant au Laboratoire une subvention, prélevée sur les intérêts de la *Fondation Daniel Jenny*.

L'Institut de Physique technique de l'E. P. F. a mis au point un procédé pour le collage des plaques qui a permis de réaliser notre méthode. Nous adressons à son directeur, M. le Prof. E. Baumann et à l'un de ses principaux collaborateurs, M. le Dr. F. Held, l'expression de notre vive reconnaissance.

Nous remercions également MM. Robert et Bereuter, Dr. ès Sc. techn., anciens assistants du Laboratoire de Photoélasticité, qui ont collaboré aux recherches faisant l'objet de ce mémoire.

M. E. Schiltknecht, constructeur d'appareils de précision, nous a été utile à diverses occasions. Nous l'en remercions aussi.

¹⁾ H. G. Poertner: Photoelastic Analysis of the Bending Stresses in thin Plates, Dissertation of the Washington University, Saint Louis, Missouri, 1943.

²⁾ Voir par exemple G. Oppel: Polarisationsoptische Untersuchung räumlicher Spannungs- und Dehnungszustände, Thèse de l'Ecole Polytechnique de Munich, 1936, et R. Hiltcher: Polarisationsoptische Untersuchung des räumlichen Spannungszustandes im konvergenten Licht, Thèse de la même école, 1938.

³⁾ Des recherches dans cette direction avaient été déjà entreprises dès 1941 par H. Favre et ses assistants M. Robert et R. Bereuter. Elles avaient dû être abandonnées en 1944, à cause des difficultés qu'il y avait en Suisse, pendant la guerre mondiale, à se procurer des matières transparentes adéquates. Reprises en juin 1949 par les deux auteurs de ce mémoire, elles purent être alors rapidement menées à bonne fin.

§ 1. Rappel des principales propriétés mécaniques d'une plaque fléchie, faite d'une matière homogène et isotrope. Examen entre nicols croisés dans le cas d'une matière transparente.

Considérons une plaque mince d'épaisseur h , posée ou encastrée le long du contour et sollicitée par des forces extérieures perpendiculaires aux faces (fig. 1). La matière constituant la plaque est supposée homogène et isotrope. Choisissons un système cartésien rectangulaire fixe $Oxyz$, les axes x, y étant situés dans le plan du feuillet moyen, avant la déformation. Soit $\zeta_0 = \overline{PP'}$ le déplacement, parallèle à z , d'un point $P(x, y)$ de ce plan. Le lieu des points $P'(x, y, \zeta_0)$ est la «surface élastique».

On démontre, dans la théorie classique de la flexion des plaques, que sur des éléments de surface respectivement perpendiculaires aux axes x et y agissent les efforts suivants⁴⁾:

1^o) des tensions normales σ_x, σ_y et des tensions tangentielles $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, qui sont toutes du même ordre de grandeur. Ces tensions varient *linéairement* en fonction de la coordonnée z du point considéré, comme le montre la figure 2a⁵⁾. Elles sont équivalentes, pour l'épaisseur h , aux moments de flexion M_x, M_y et aux moments de torsion $M_{xy} = M_{yx}$ relatifs à l'unité de longueur (fig. 2b);

2^o) il existe en outre des tensions tangentielles τ_{xz} et τ_{yz} , parallèles à l'axe z , réparties paraboliquement dans l'épaisseur de la plaque, mais qui sont en général très petites par rapport à σ_x, σ_y et τ_{xy} . Ces tensions peuvent être négligées, sauf au voisinage des points où agissent des forces concentrées⁶⁾.

Il importe donc avant tout de pouvoir déterminer σ_x, σ_y et τ_{xy} , c'est-à-dire les moments M_x, M_y et M_{xy} , car ces derniers sont liés aux tensions par les formules:

$$(1) \quad \sigma_x = \frac{12 M_x}{h^3} z, \quad \sigma_y = \frac{12 M_y}{h^3} z, \quad \tau_{xy} = \frac{12 M_{xy}}{h^3} z.$$

Ces moments sont eux-mêmes liés aux déplacements ζ_0 par les relations:

$$(2) \quad \begin{cases} M_x = -D \left(\frac{\partial^2 \zeta_0}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \zeta_0}{\partial y^2} \right), \\ M_y = -D \left(\frac{\partial^2 \zeta_0}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \zeta_0}{\partial x^2} \right), \\ M_{xy} = -D (1 - \nu) \frac{\partial^2 \zeta_0}{\partial x \partial y}, \end{cases}$$

où

$$(3) \quad D = \frac{E h^3}{12 (1 - \nu^2)},$$

E désignant le module d'élasticité et ν , le nombre de Poisson.

Enfin, les déplacements ζ_0 doivent satisfaire à l'équation aux dérivées partielles du 4^e ordre:

$$(4) \quad \frac{\partial^4 \zeta_0}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \zeta_0}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \zeta_0}{\partial y^4} = \frac{p}{D},$$

où p désigne une surcharge répartie éventuelle, par unité de surface.

Cette dernière équation détermine la fonction $\zeta_0(x, y)$, compte tenu des conditions aux limites. Les moments et les tensions se déduisent de cette fonction par les relations (2) et (1).

⁴⁾ Voir par exemple S. Timoshenko: Plates and Shells, McGraw-Hill Book Company, New York and London, 1940.

⁵⁾ σ_x, σ_y et τ_{xy} sont nuls pour $z = 0$, le feuillet moyen est donc une *surface neutre*.

⁶⁾ Il en est de même des tensions normales σ_z , agissant sur des éléments de surface perpendiculaires à l'axe z .

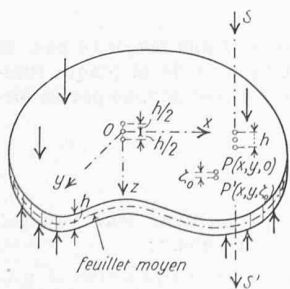


Fig. 1

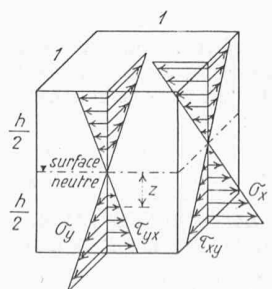


Fig. 2a

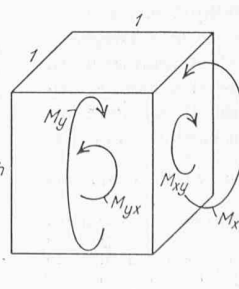


Fig. 2b

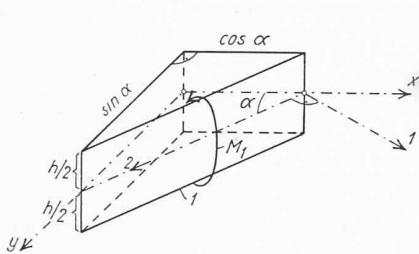


Fig. 3

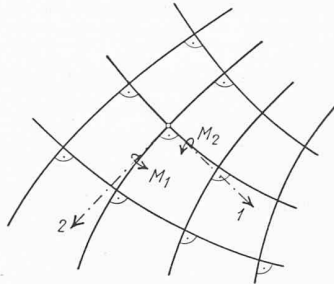


Fig. 4

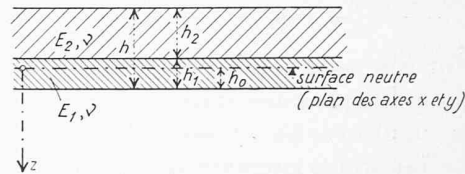


Fig. 5

Si le contour de la plaque est encastré ou posé, l'équation (4) montre que ζ_0 est inversement proportionnel à D^2 . Dans ce cas, d'après les relations (2), les moments M_x , M_y , et M_{xy} sont indépendants de D , mais dépendent en général de la constante de Poisson ν . Cette importante propriété nous sera utile plus loin.

Définissons les directions principales en un point (x, y) de la plaque. Ce sont deux directions orthogonales 1, 2, parallèles au plan du feuillet moyen, pour lesquelles les moments de torsion sont nuls. Les moments de flexion correspondants, que nous désignerons par M_1, M_2 , sont les moments de flexion principaux ou moments principaux.

Soit α l'angle que fait une des directions principales, 2 par exemple, avec la partie négative de l'axe des x (fig. 3). Cet angle est déterminé, à $\frac{\pi}{2}$ près, par la relation:

$$(5) \quad \text{tg}(2\alpha) = \frac{2M_{xy}}{M_y - M_x}$$

et les moments principaux ont les valeurs:

$$(6) \quad \begin{cases} M_1 = M_x \sin^2 \alpha + M_y \cos^2 \alpha + M_{xy} \sin 2\alpha, \\ M_2 = M_x \cos^2 \alpha + M_y \sin^2 \alpha - M_{xy} \sin 2\alpha. \end{cases}$$

Réciproquement, si l'on connaît l'angle α et les moments principaux M_1, M_2 , les valeurs de M_x, M_y et M_{xy} sont données par les formules:

$$(7) \quad \begin{cases} M_x = M_1 \sin^2 \alpha + M_2 \cos^2 \alpha, \\ M_y = M_1 \cos^2 \alpha + M_2 \sin^2 \alpha, \\ M_{xy} = (M_1 - M_2) \sin \alpha \cos \alpha. \end{cases}$$

Ainsi, la connaissance de l'angle α et des moments principaux M_1, M_2 nous renseigne complètement sur les moments de flexion et de torsion sollicitant la plaque et, conséquemment, sur les tensions intérieures σ_x, σ_y et τ_{xy} , grâce aux formules (1). Or α, M_1 et M_2 sont précisément les grandeurs que donnera la méthode optique décrite au § 3.

Les directions principales 1, 2 définissent les trajectoires des moments principaux (fig. 4).

Supposons maintenant que la plaque soit transparente et considérons un rayon lumineux polarisé rectilignement SS' , qui la traverse perpendiculairement à ses faces (fig. 1). Ce rayon subit, dans la première moitié $-\frac{h}{2} < z < 0$ de l'épaisseur, des modifications importantes, dues à la biréfringence accidentelle engendrée par les tensions σ_x, σ_y et τ_{xy} . Ces modifications étant exactement compensées par celles de sens contraires qu'il subit dans la seconde moitié $0 < z < +\frac{h}{2}$, le rayon émerge de la plaque en ayant retrouvé sa constitution primitive.

En examinant entre nicols croisés une plaque transparente fléchie satisfaisant aux conditions indiquées, on n'observera donc aucun phénomène particulier de biréfringence accidentelle: le rayon sera éteint par le nicol analyseur⁸⁾.

Si l'on veut, à l'aide de la lumière polarisée, rendre apparentes les tensions dans une plaque fléchie, il est donc nécessaire d'empêcher le rayon de retrouver sa constitution pri-

⁷⁾ Il en est de même si le contour est entièrement libre sur une certaine longueur.

⁸⁾ Ceci suppose que le feuillet moyen ne subisse aucun étirement et que les tensions tangentielles τ_{xz}, τ_{yz} soient partout négligeables. Si l'une ou l'autre de ces deux conditions n'était pas remplie, le rayon émergent de la plaque ne serait pas complètement éteint par l'analyseur. Ce sera en particulier le cas au voisinage du point d'application d'une force concentrée.

mitive. On arrive à ce résultat en utilisant une plaque formée de deux couches parallèles adhérentes, de matières transparentes différentes, comme nous le verrons plus loin. C'est pourquoi nous examinerons tout d'abord ce que devient dans ce cas les équations et les propriétés indiquées plus haut.

§ 2. Propriétés mécaniques d'une plaque fléchie, formée de deux couches adhérentes, de matières différentes.

Soit une plaque mince fléchie, formée de deux couches de matières différentes, totalement adhérentes l'une à l'autre, par exemple par collage (fig. 5). Nous supposons que chaque couche soit une lame à faces parallèles, faite d'une matière homogène et isotrope.

Désignons par h_1, h_2 les épaisseurs respectives de ces lames et par E_1, E_2 leurs modules d'élasticité, qui peuvent être quelconques. Nous admettrons par contre que les deux nombres de Poisson correspondants aient la même valeur. Cette hypothèse est justifiée par le fait que la répartition des tensions dans les corps solides élastiques ne dépend que très peu du nombre ν , comme le montre la théorie de l'élasticité.

Faisons une seconde hypothèse simplificatrice. Admettons, comme dans la théorie des plaques homogènes fléchies, que tout segment rectiligne, perpendiculaire aux faces de la plaque avant la déformation, se transforme en un nouveau segment de droite, situé sur une normale commune aux surfaces limitant les deux couches.

Des considérations élémentaires montrent alors que les tensions σ_x, σ_y et $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ sont réparties dans l'épaisseur de la plaque selon la figure 6⁹⁾. Ces tensions varient linéairement et restent entre elles dans le même rapport, mais accusent une discontinuité dans la surface séparant les deux couches. Elles sont d'autre part équivalentes, pour l'épaisseur $h = h_1 + h_2$, aux moments de flexion M_x, M_y et de torsion $M_{xy} = M_{yx}$ représentés dans la figure 2b. En conséquence, tout ce que nous avons dit au § 1 au sujet des moments de flexion principaux M_1, M_2 est encore valable ici.

Il existe également, dans le cas considéré, une surface neutre, qui est le plan où σ_x, σ_y et τ_{xy} sont nuls. Ce plan, dans lequel nous choisissons les axes x et y , ne subit aucun étirement. Sa transformée est la surface élastique. La surface neutre est dans la couche d'épaisseur h_1 ou dans celle d'épaisseur h_2 , selon que l'expression

$$(8) \quad \frac{n h_2 (h + h_1) + h_1^2}{2 (h_1 + n h_2) h_1},$$

où

$$(9) \quad n = \frac{E_2}{E_1},$$

est inférieure ou supérieure à l'unité. Dans les deux cas, la distance h_0 de la surface neutre à la face de la plaque limitant d'un côté la couche d'épaisseur h_1 est donnée par la formule:

$$(10) \quad h_0 = \frac{n h_2 (h + h_1) + h_1^2}{2 (h_1 + n h_2)}.$$

Les équations (2) et (4) du § 1 gardent leur validité, mais le coefficient D a maintenant la valeur:

⁹⁾ Ici encore, les tensions τ_{xz}, τ_{yz} et σ_z sont très petites et peuvent être négligées, sauf au voisinage des points d'application des forces concentrées.

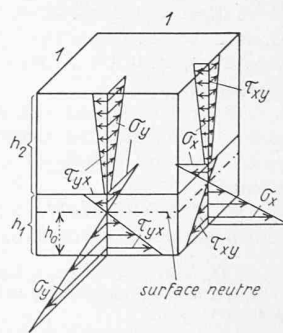


Fig. 6

$$(11) \quad D = \frac{1}{3(1-\nu^2)} \left\{ E_1 [(h_1 - h_0)^3 + h_0^3] + E_2 [(h - h_0)^3 - (h_1 - h_0)^3] \right\}$$

Dans cette équation, ν désigne le nombre de Poisson commun aux deux couches¹⁰⁾.

Nous arrivons ainsi à la même conclusion que dans le cas de la plaque homogène: Si le contour est encastré ou posé, les moments M_x , M_y et M_{xy} ne dépendent pas de D , mais seulement de ν .

On pourra donc étudier la répartition des moments dans une plaque de bois, d'acier ou de béton armé, encastrée ou posée, en mesurant les moments dans un modèle réduit constitué par deux couches de matières différentes, pourvu que les nombres de Poisson de l'objet et de son modèle ne diffèrent pas notablement¹¹⁾.

§ 3. La mesure purement optique des moments dans une plaque fléchie, formée de deux couches transparentes et adhérentes.

Considérons maintenant une plaque transparente, satisfaisant aux conditions énoncées au début du paragraphe précédent et supposons qu'un rayon polarisé incident SG de lumière monochromatique la traverse perpendiculairement (fig. 7). Tout le long de son parcours, ce rayon rencontrera successivement des couches élémentaires d'épaisseur dz où l'on peut admettre que l'état de tension est bidimensionnel, car σ_z , τ_{xz} et τ_{yz} sont négligeables (fig. 8)¹²⁾.

D'autre part, nous avons vu que les tensions σ_x , σ_y et τ_{xy} restent entre elles dans le même rapport; les directions des tensions principales σ_1 , σ_2 de chacune de ces couches seront donc parallèles. Ces directions coïncident d'ailleurs avec celles 1, 2 des moments principaux M_1 , M_2 définies au § 1. En traversant la première couche, le rayon sera donc transformé en deux nouveaux rayons polarisés, vibrant parallèlement aux directions 1, 2 respectivement. Chacun des deux rayons ainsi formés traversera les couches suivantes en restant polarisé rectilignement et en gardant la même direction de vibration, puisque les tensions principales de même indice sont parallèles en tous les points de ce rayon.

A la sortie de la plaque, on aura en définitive deux rayons polarisés rectilignement, vibrant parallèlement aux directions 1 et 2. A l'aide d'un nicol analyseur, il sera donc facile de déterminer ces directions en un nombre quelconque de points, c'est-à-dire de mesurer en ces points l'angle α défini au premier paragraphe. On en déduira ensuite graphiquement les trajectoires des moments principaux.

Les deux rayons émergents accusent une différence relative de marche δ_3 , qui est la somme de celles acquises en traversant les différentes couches élémentaires. Pour une couche d'épaisseur dz , cette différence est, d'après la loi de Wertheim:

$$d(\delta_3) = c(\sigma_1 - \sigma_2) dz,$$

¹⁰⁾ Si le nombre de Poisson n'est pas le même pour les deux couches, il n'existe plus de surface neutre, c'est-à-dire de surface où les trois tensions σ_x , σ_y et τ_{xy} sont nulles toutes les trois. Dans ce cas cependant les trois points de chaque normale où s'annulent respectivement ces tensions sont suffisamment voisins les uns des autres pour que l'on puisse utiliser les relations (2) et (4) comme de très bonnes équations approchées.

¹¹⁾ Cette condition jouera un rôle tout à fait secondaire dans les applications puisque, comme nous l'avons déjà dit, le nombre de Poisson n'a qu'une très faible influence sur la valeur des tensions.

¹²⁾ Nous exceptons les zones voisines des points d'application des forces concentrées.

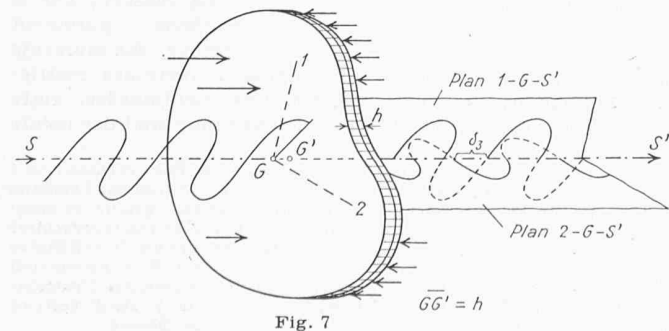


Fig. 7

$c(z)$ désignant un coefficient dépendant de la matière traversée et de la longueur d'onde λ du rayon dans l'air. Or σ_1 et σ_2 étant proportionnels aux moments M_1 et M_2 , on peut poser

$$\sigma_1 = f(z) \cdot M_1, \quad \sigma_2 = f(z) \cdot M_2,$$

$f(z)$ désignant une fonction qu'il serait facile de déterminer, d'où:

$$\delta_3 = \int_c (\sigma_1 - \sigma_2) dz = (M_1 - M_2) \int_c f(z) dz,$$

ou encore:

$$(12) \quad \delta_3 = C(M_1 - M_2),$$

$C = \int_c f(z) dz$ étant une constante dépendant des matières constituant les deux couches, de leurs épaisseurs h_1 , h_2 et de la longueur d'onde λ du rayon dans l'air. Cette constante C peut être déterminée directement, à l'aide d'une éprouvette où les moments M_1 , M_2 sont connus, comme nous le verrons au paragraphe suivant.

En mesurant δ_3 à l'aide d'un compensateur, la relation (12) constituera ainsi une première équation pour déterminer les deux inconnues M_1 et M_2 .

Il est possible d'obtenir deux autres équations. Soit δ_1 la variation absolue de marche, produite par la mise en charge de la plaque, que subit un rayon polarisé qui la traverse en vibrant parallèlement à la direction 1 et soit δ_2 la grandeur analogue relative à la direction 2. Pour une couche élémentaire d'épaisseur dz , les variations absolues correspondantes sont données par les formules¹³⁾:

$$\begin{cases} d(\delta_1) = (a\sigma_1 + b\sigma_2) dz, \\ d(\delta_2) = (b\sigma_1 + a\sigma_2) dz, \end{cases}$$

où a , b désignent des coefficients dépendant de la matière traversée et de la longueur d'onde λ .

On en déduit, par un raisonnement analogue à celui utilisé plus haut pour δ_3 :

$$(13) \quad \begin{cases} \delta_1 = A M_1 + B M_2 \\ \delta_2 = B M_1 + A M_2 \end{cases},$$

où les coefficients A , B dépendent, comme C , des matières constituant les deux couches, de leurs épaisseurs et de la longueur d'onde λ . Ces coefficients peuvent être déterminés à l'aide de la même éprouvette dont il est question plus haut.

En mesurant δ_1 et δ_2 à l'aide d'un interféromètre, les relations (13) constituent ainsi deux nouvelles équations pour déterminer M_1 et M_2 .

Remarquons en passant qu'en introduisant les valeurs (12) et (13), obtenues pour δ_3 , δ_1 et δ_2 dans la relation évidente

$$(14) \quad \delta_3 = \delta_1 - \delta_2,$$

on obtient:

$$(15) \quad C = A - B.$$

En résumé, on dispose des trois équations (12) et (13) pour calculer, en chaque point de la plaque, les deux inconnues M_1 et M_2 . A l'aide de la méthode des moindres carrés de Gauss, il est alors facile de déterminer les valeurs les plus probables de M_1 , M_2 en fonction des grandeurs mesurées δ_1 , δ_2 , δ_3 , ainsi que les erreurs moyennes μ_{M_1} , μ_{M_2} des résultats. On obtient¹⁴⁾:

$$(16) \quad \begin{cases} M_1 = R_{11} \delta_1 + R_{21} \delta_2 + R_{31} \delta_3, \\ M_2 = R_{12} \delta_1 + R_{22} \delta_2 + R_{32} \delta_3, \end{cases}$$

$$(17) \quad \begin{cases} \mu_{M_1} = \pm \theta_1 (\delta_1 - \delta_2 - \delta_3), \\ \mu_{M_2} = \pm \theta_2 (\delta_1 - \delta_2 - \delta_3). \end{cases}$$

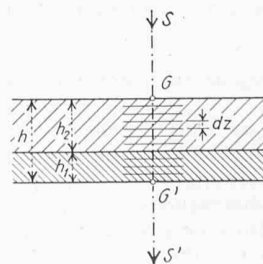


Fig. 8

Dans ces formules, R_{11} , R_{21} , ..., θ_2 sont des coefficients qui sont uniquement fonctions des trois constantes A , B , C et des «poids» p_1 , p_2 , p_3 attribués aux

¹³⁾ Voir H. Favre: Sur une nouvelle méthode optique de détermination des tensions intérieures, Editions de la Revue d'Optique théorique et instrumentale, Paris, 1929; voir aussi Schweiz. Bauzeitung des 3 et 10 décembre 1927.

¹⁴⁾ Voir H. Favre: Loc. cit., où le même calcul a été fait pour la photoélasticité bidimensionnelle.

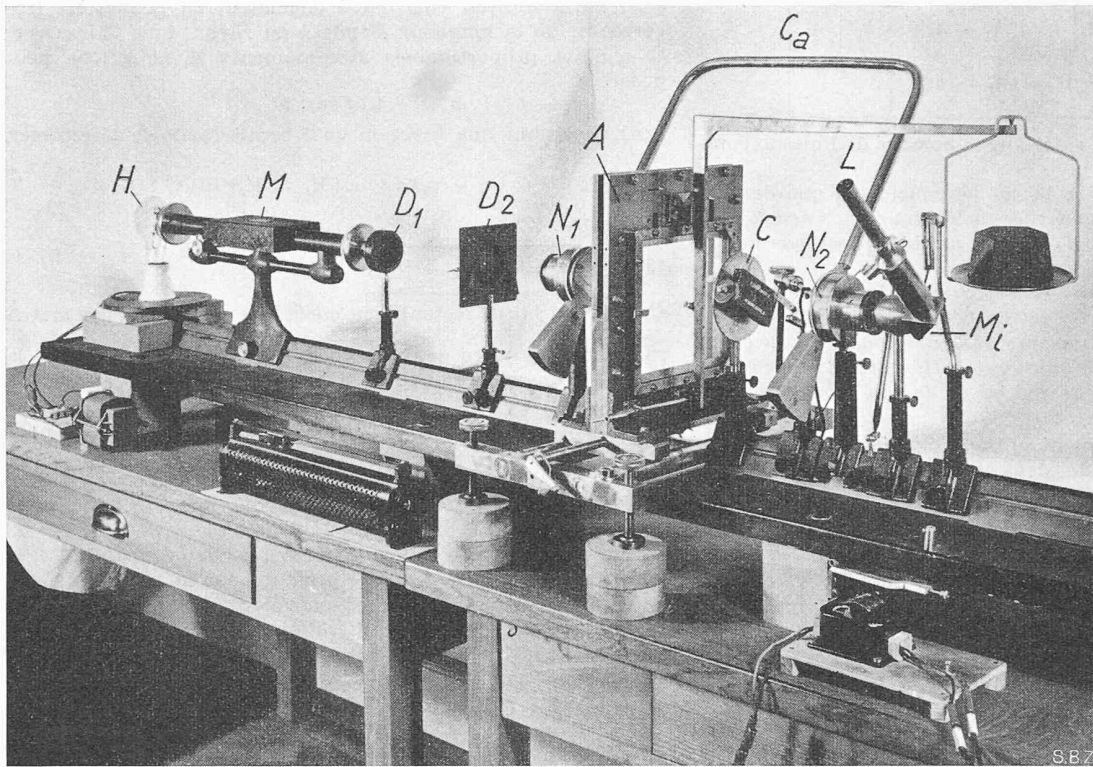


Fig. 9. Installation pour la détermination de α et de δ_3 . H lampe à mercure, M monochromateur, D_1 D_2 diaphragmes, N_1 N_2 nicols croisés reliés par le cadre C_a , C compensateur de Bravais, M_1 miroir, L lunette, A appareil supportant la plaque fléchie étudiée et lui appliquant une force au centre

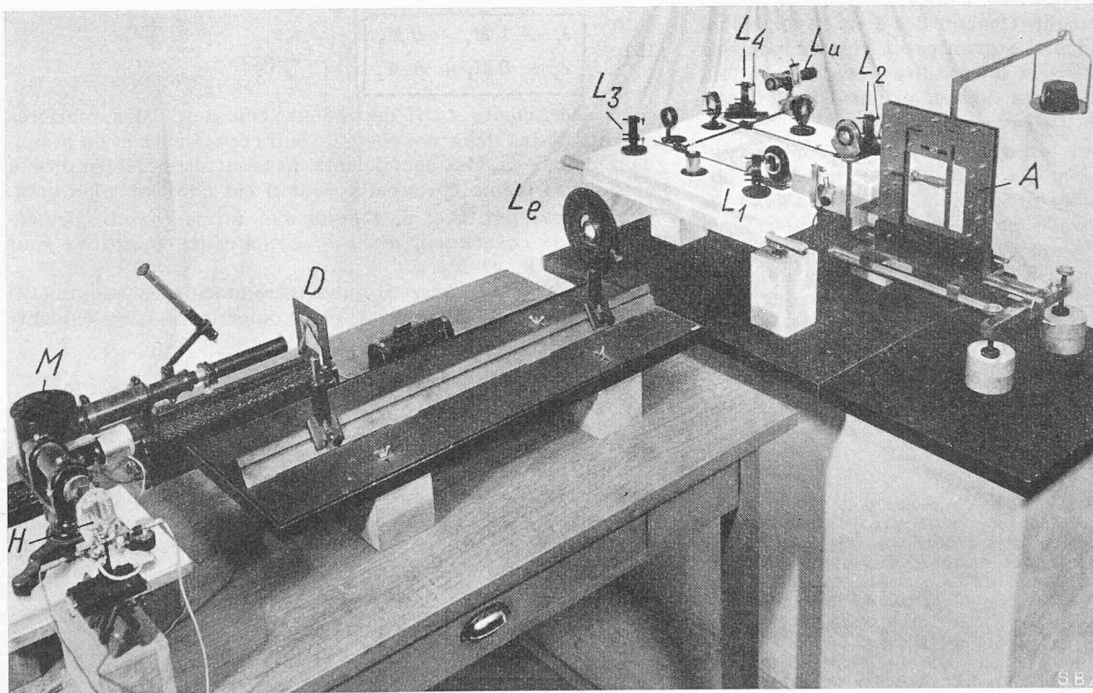


Fig. 10. Installation pour la détermination de δ_1 et δ_2 . H lampe à mercure, M monochromateur, D diaphragme et filtre polariseur, L_e lentille, L_1 L_2 L_3 L_4 lames principales de l'interféromètre, L_u lunette où s'observent les franges d'interférence, A appareil supportant la plaque fléchie étudiée et lui appliquant une force au centre (cet appareil est déplacé vers la droite)

mesures de δ_1 , δ_2 , δ_3 . Ces coefficients se calculent une fois pour toutes pour une plaque donnée.

La méthode purement optique que nous venons d'exposer présente une analogie parfaite avec celle utilisée depuis 22 ans par le Laboratoire de Photoélasticité de l'E. P. F. pour étudier les états de tension à deux dimensions. Dans la nouvelle méthode, en effet, on mesure trois grandeurs δ_1 , δ_2 , δ_3 tout à fait analogues à celles intervenant dans le cas de deux dimensions et les inconnues M_1 , M_2 sont liées aux grandeurs mesurées par des systèmes d'équations qui sont les mêmes que celles liant les tensions principales σ_1 , σ_2 à δ_1 , δ_2 , δ_3 ,

dans un état de tension bidimensionnel. Ceci n'a rien de surprenant, puisque nous avons vu qu'une plaque fléchie, formée de deux couches adhérentes, peut être considérée comme la juxtaposition d'un grand nombre de couches élémentaires parallèles, où règnent des états de tension bidimensionnels qu'on peut tous obtenir en multipliant les tensions de l'un d'eux par un facteur convenablement choisi.

La conséquence immédiate de cette analogie est que les mêmes appareils peuvent servir dans les deux cas. Aussi nous permettons-nous de renvoyer le lecteur à des publications antérieures pour la description de ces appareils et la technique des mesures¹⁵⁾.

La figure 9 représente l'installation pour la détermination de α et de δ_3 . Pour mesurer la différence de marche relative δ_3 , nous utilisons un compensateur de Bravais. Cet appareil est enlevé du banc optique, lorsqu'on détermine l'angle α .

La figure 10 montre l'installation pour la détermination de δ_1 et δ_2 . Cette détermination est faite à l'aide d'un interféromètre à quatre lames de Mach-Zehnder.

Dans toutes les mesures, le rayon traversant le modèle de plaque a un diamètre d'environ 0,5 mm. La lumière monochromatique utilisée est la raie verte de l'arc de mercure, dont la longueur d'onde est de 0,5461 μ .

Remarque

La mesure, par la méthode purement optique, des moments

dans les plaques fléchies est soumise à certaines restrictions. Pour des raisons plusieurs fois mentionnées, cette méthode ne peut être utilisée au voisinage immédiat des points

¹⁵⁾ Voir H. Favre: Loc. cit. Voir également les Publications Nos. 1 à 4 du Laboratoire de Photoélasticité de l'E. P. F., éditées par Leemann Frères, 64, Stockerstr., Zurich. La méthode purement optique est aussi utilisée, en photoélasticité bidimensionnelle, par d'autres laboratoires que celui de l'E. P. F., notamment par le Laboratoire du United States Bureau of Reclamation, à Denver (Colorado); voir J. H. A. Brahtz and J. E. Soehrens: Direct Optical Measurement of Individual Principal Stresses; Journal of Applied Physics, Vol. 10, 1939, p. 242 et suiv. et également les différents rapports du laboratoire de Denver.

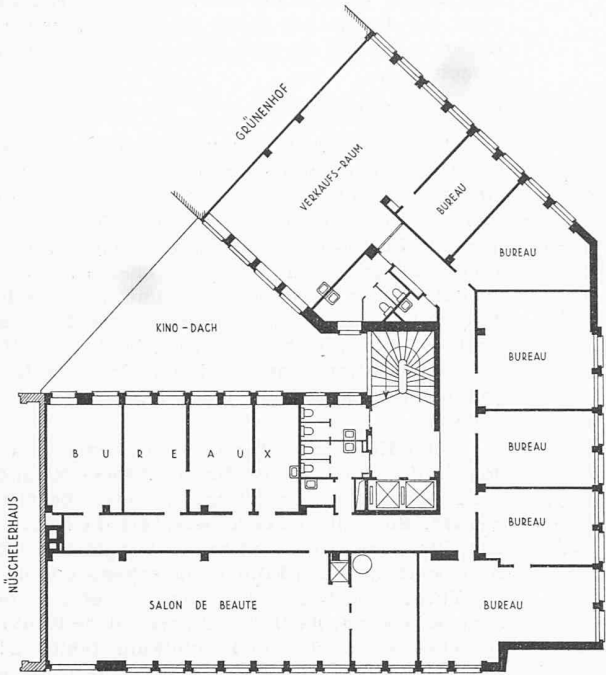


Bild 1. Obergeschoss, 1 : 400

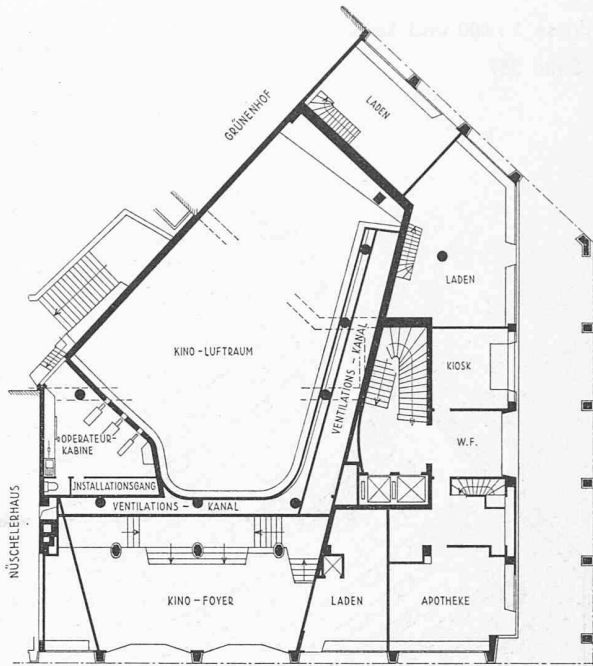


Bild 2. Zwischengeschoss mit Operateurkabine

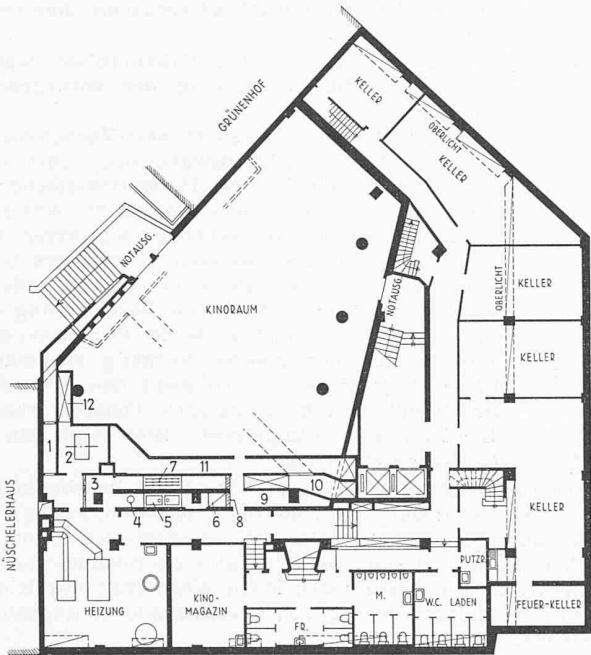


Bild 4. Kellergeschoss mit Nebenräumen. 1 Frischluftkanal, 2 Ventilator, 3 Filter, 4 Pumpe, 5 Wasserbecken, 6 Erhitzer, 7 Wascher, 8 Klappen, 9 automatische Steuerung, 10 Schalldämpfer Zuluft, 11 Abluft, 12 Schalldämpfer Abluft

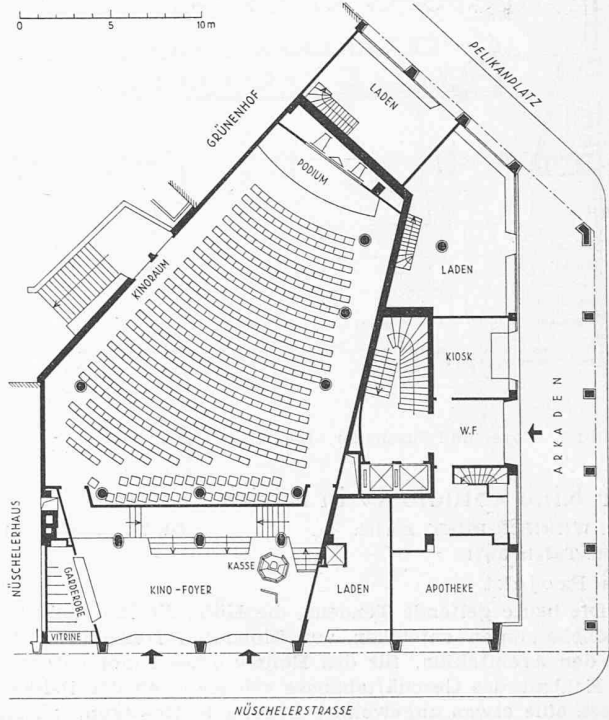


Bild 3. Erdgeschoss mit Kinoraum und Läden, 1 : 400

d'application des forces concentrées. Ceci n'a d'ailleurs qu'une importance relative, car en de tels points les moments sont infiniment grands, comme l'indique la théorie classique des plaques fléchies. Plus important est par contre le fait qu'il est peu commode de faire une mesure optique quelconque en un point situé dans une zone soumise à l'action directe d'une surcharge répartie, la présence de cette surcharge étant un obstacle à cette mesure. Enfin, l'interprétation des mesures à l'interféromètre est délicate en tout point où l'inclinaison de la surface élastique dépasse une certaine limite. Nous aurons l'occasion de revenir plus loin sur ce dernier point. (à suivre)

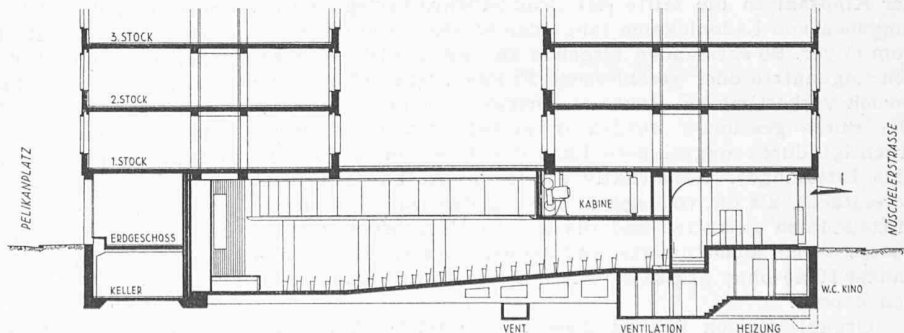


Bild 5. Schnitt durch Kinoraum und Foyer, 1 : 400