

# Bemessung und Querschnittsgestaltung beim vorgespannten Beton

Autor(en): **Jacobsohn, Wolfgang**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **70 (1952)**

Heft 14

PDF erstellt am: **06.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-59582>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Bemessung und Querschnittsgestaltung beim vorgespannten Beton

Von WOLFGANG JACOBSOHN, Dipl. Ing. ETH., Zürich

DK 624.012.47

## 1. Das Bemessungsproblem bei normalem und bei vorgespanntem Eisenbeton

Den folgenden Betrachtungen sei ein einfach symmetrischer, im übrigen aber beliebig gestalteter Querschnitt zu Grunde gelegt (Bild 1), der durch ein Biegemoment  $M_{g+p} = M_g + M_p$  infolge Eigengewicht ( $g$ ) und Nutzlast ( $p$ ) beansprucht wird. Die Querschnittsform sei gegeben durch eine Funktion  $b = B f(y/H)$ . Der Querschnitt ist somit durch vier Grössen und eine Funktion eindeutig festgelegt, nämlich durch:

- $B$  = maximale Querschnittsbreite
- $H$  = maximale Querschnittshöhe
- $h = \alpha H$  = Abstand der Armierung bzw. der Vorspannglieder vom Druckrand
- $f(y/H)$  = Funktion zur Beschreibung der Querschnittsform
- $fe$  = Armierungsquerschnitt bzw.  $V$  = Vorspannkraft

Beim normalen Eisenbeton besteht das Problem der sogenannten freien Bemessung darin, einen Querschnitt zu finden, bei welchem infolge des Biegemomentes  $M_{g+p}$  zugleich die zulässige Betonspannung am oberen Rand  $\sigma_b$ , sowie die zulässige Zugspannung der Armierungseisen  $\sigma_e$  erreicht wird. Dementsprechend kann man von den obigen fünf Bestimmungsgrössen des Querschnittes drei frei wählen, während die übrigen beiden durch die obigen Bedingungen dann festgelegt sind. Gewöhnlich sind dies  $h$  und  $fe$ . Die allgemeinen Bemessungsformeln haben in diesem Fall die folgende Form:

$$(1) \quad h = c_3 \sqrt{\frac{M_{g+p}}{B}}$$

$$(2) \quad fe = c_4 \sqrt{M_{g+p} B}$$

wobei  $c_3$  und  $c_4$  zwei Werte sind, die nur von der Querschnittsform und den zulässigen Spannungen  $\sigma_b$  und  $\sigma_e$  abhängen. (Die Bezeichnungen  $c_3$  und  $c_4$  wurden in Anlehnung an die Tabellen von Prof. Ritter gewählt, wo sie für den Fall des Rechteckquerschnittes berechnet sind.)

Bei einer vorgespannten Eisenbetonkonstruktion liegen die Verhältnisse erheblich komplizierter, da nicht nur ein einziger, sondern zwei verschiedene Spannungszustände bei der Dimensionierung berücksichtigt werden müssen.

Zur Zeit der Inbetriebnahme des Tragwerkes ( $t = 0$ ) betrage die Vorspannkraft  $V$ . Im Laufe der Zeit verkleinert sie sich infolge von Schwinden und Kriechen auf den Betrag  $\lambda V$  (für  $t = \infty$ ). Es wird ferner vorausgesetzt, dass die Vorspannkraft nur gemeinsam mit der vollen ständigen Last  $g$  wirke und ausserhalb des Querschnittskernes angreife. Dann sind die beiden in Bild 2 dargestellten Spannungszustände für die Bemessung massgebend.

Verlangt man, dass in keinem Belastungsfall Zugspannungen im Querschnitt auftreten sollen (= vollkommene Vorspannung), so erhält man mit den Bezeichnungen in Bild 3 die folgenden vier Bedingungen:

Belastungszustand  $v + g$ :

$$(3a) \quad \sigma_o = \frac{-V e_u + M_g}{W_o} \geq 0$$

$$(4a) \quad \sigma_u = \frac{+V e_o - M_g}{W_u} \leq \sigma_b$$

Belastungszustand  $\lambda v + g + p$ :

$$(5a) \quad \sigma_o = \frac{-\lambda V e_u + M_{g+p}}{W_o} \leq \sigma_b$$

$$(6a) \quad \sigma_u = \frac{+\lambda V e_o - M_{g+p}}{W_u} \geq 0$$

Etwas umgeformt lauten diese Bedingungen:

$$(3b) \quad -V \eta_u H + M_g \geq 0$$

$$(4b) \quad +V \eta_o H - M_g \leq \sigma_b \beta_u B H^2$$

$$(5b) \quad -\lambda V \eta_u H + M_{g+p} \leq \sigma_b \beta_o B H^2$$

$$(6b) \quad +\lambda V \eta_o H - M_{g+p} \geq 0$$

Der vorgespannte Querschnitt kann wiederum durch fünf Grössen eindeutig festgelegt werden, nämlich durch:  $B$ ,  $H$ ,  $h$ ,  $f(y/H)$  und  $V$ . Alle weiteren Werte lassen sich daraus berechnen.

Würde man nun die Ungleichungen (3) bis (6) durch entsprechende Gleichungen ersetzen, so hätte man damit vier Grössen festgelegt und man könnte nur noch die Querschnittsform, die durch die Funktion  $f$  bestimmt ist, frei wählen. Abgesehen davon, dass eine solche Rechnung sehr kompliziert würde, hätte sie auch keine grosse praktische Bedeutung, da oftmals  $B$  aus konstruktiven Gründen gegeben ist und  $\alpha = h/H$  aus Gründen der Bruchsicherheit im allgemeinen so gross wie möglich gewählt wird. Es bleiben somit nur noch zwei Grössen, nämlich  $H$  und  $V$ , die durch zwei Gleichungen bestimmt werden können. Die dann noch bleibenden beiden Ungleichungen liefern gewisse Nebenbedingungen.

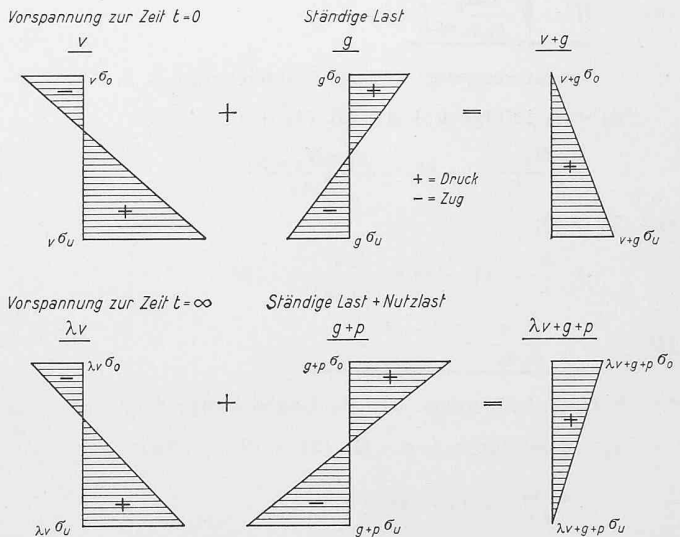


Bild 2. Für die Bemessung massgebende Spannungszustände.

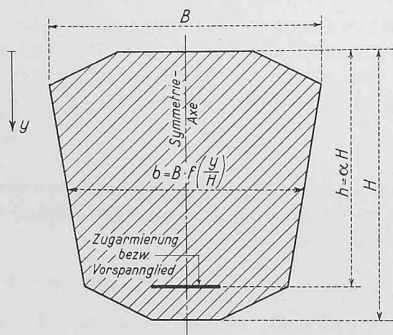


Bild 1. Allgemeiner, einfach symmetrischer Querschnitt

Bild 3. Bezeichnungen für die Querschnittswerte

$S$  = Schwerpunkt  
 $J$  = Trägheitsmoment in bezug auf die horizontale Axe durch  $S$

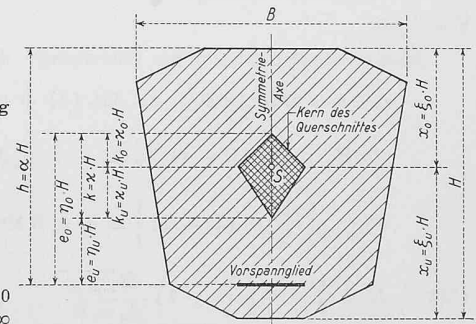
Widerstandsmomente:

$$W_o = \frac{J}{x_o} = \beta_o B H^2$$

$$W_u = \frac{J}{x_u} = \beta_u B H^2$$

$V$  = Vorspannkraft zur Zeit  $t = 0$

$\lambda V$  = Vorspannkraft zur Zeit  $t = \infty$



Es ist nun ohne weiteres verständlich, dass die Ungleichung (6) auf alle Fälle in eine Gleichung umgewandelt wird, denn es besteht kein Grund dafür, die Vorspannung über das Mass zu erhöhen, das notwendig ist, um die untere Randspannung beim ungünstigsten Belastungsfall gerade null werden zu lassen. Dadurch ergeben sich die folgenden drei Kombinationsmöglichkeiten:

- Fall I : (6) + (5) als Gleichungen, (4) + (3) als Ungleichungen.
- Fall II : (6) + (4) als Gleichungen, (5) + (3) als Ungleichungen.
- Fall III: (6) + (3) als Gleichungen, (5) + (4) als Ungleichungen.

Diese verschiedenen Fälle sollen nun im folgenden Abschnitt nacheinander untersucht werden.

**2. Ableitung allgemeiner Bemessungsformeln**

Die Ungleichung (6), entsprechend der obigen Bemerkung als Gleichung geschrieben, gibt:

$$(7) \quad V = \frac{M_{g+p}}{\lambda \eta_o H}$$

Damit haben wir bereits eine für alle drei Fälle gültige Gleichung für V. Es bleibt somit nur noch die Bestimmung der erforderlichen Querschnittshöhe H.

Wir führen noch folgende Abkürzung ein:

$$(8) \quad s = \frac{M_p}{M_{g+p}}$$

oder umgeformt:

$$(8a) \quad M_g = (1 - s) M_{g+p}$$

**Fall I**

Hauptbedingung: (5) als Gleichung; d. h.

$$\sigma_o = \sigma_b \text{ infolge } \lambda v + g + p. \text{ Gl. (5) + (7):}$$

$$\begin{aligned} - \frac{\eta_u}{\eta_o} M_{g+p} + M_{g+p} &= \sigma_b \beta_o B H^2 \\ M_{g+p} (\eta_o - \eta_u) &= \alpha M_{g+p} = \sigma_b \beta_o \eta_o B H^2 \end{aligned}$$

$$(9) \quad H = \sqrt{\frac{\alpha M_{g+p}}{\beta_o \eta_o \sigma_b B}}$$

1. Nebenbedingung: (4) als Ungleichung; d. h.

$$\begin{aligned} \sigma_u \leq \sigma_b \text{ infolge } v + g. \text{ Gl. (4) + (7) + (9):} \\ + \frac{M_{g+p}}{\lambda} - M_g \leq \frac{\beta_u \alpha M_{g+p}}{\beta_o \eta_o} \end{aligned}$$

mit Gl. (8a):

$$(10) \quad s \leq \frac{\beta_u \alpha}{\beta_o \eta_o} - \frac{1 - \lambda}{\lambda} = s_1$$

2. Nebenbedingung: (3) als Ungleichung; d. h.

$$\begin{aligned} \sigma_o \geq 0 \text{ infolge } v + g. \text{ Gl. (3) + (7) + (8a):} \\ - \frac{\eta_u}{\lambda \eta_o} + (1 - s) \geq 0 \end{aligned}$$

$$(11) \quad s \leq 1 - \frac{\eta_u}{\lambda \eta_o} = s_2$$

**Fall II**

Hauptbedingung: (4) als Gleichung; d. h.

$$\sigma_u = \sigma_b \text{ infolge } v + g. \text{ Gl. (4) + (7) + (8a):}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda} M_{g+p} - (1 - s) M_{g+p} &= \sigma_b \beta_u B H^2 \\ M_{g+p} \left[ \frac{1}{\lambda} - (1 - s) \right] &= \sigma_b \beta_u B H^2 \end{aligned}$$

$$(12) \quad H = \sqrt{s + \left( \frac{1}{\lambda} - 1 \right) \frac{M_{g+p}}{\beta_u \sigma_b B}}$$

1. Nebenbedingung: (5) als Ungleichung; d. h.

$$\begin{aligned} \sigma_o \leq \sigma_b \text{ infolge } \lambda v + g + p. \text{ Gl. (5) + (7) + (12):} \\ - \frac{\eta_u}{\eta_o} + 1 \leq \frac{\beta_o}{\beta_u} \left[ s + \left( \frac{1}{\lambda} - 1 \right) \right] \end{aligned}$$

$$(13) \quad s \geq \frac{\beta_u \alpha}{\beta_o \eta_o} - \frac{1 - \lambda}{\lambda} = s_1$$

2. Nebenbedingung: (3) als Ungleichung; d. h.  $\sigma_o \geq 0$  infolge  $v + g$ . Gl. (3) + (7) + (8a) ergibt das gleiche Resultat wie die 2. Nebenbedingung im Fall I.

**Fall III**

Hauptbedingung: (3) als Gleichung; d. h.

$$\begin{aligned} \sigma_o = 0 \text{ infolge } v + g. \text{ Gl. (3) + (7) + (8a):} \\ - \frac{\eta_u}{\lambda \eta_o} + (1 - s) = 0 \\ s = 1 - \frac{\eta_u}{\lambda \eta_o} = s_2 \end{aligned}$$

Diese Hauptbedingung ist lediglich ein Sonderfall der Gl. (11) und damit der 2. Nebenbedingung in Fall I und II. Das heisst jedoch nichts anderes, als dass es sich hierbei nur um einen Spezialfall von I oder II handelt, nämlich  $s = s_2$ .

\*

Die Ergebnisse können nun folgendermassen zusammengefasst werden:

a) Zur Berechnung der erforderlichen Querschnittshöhe H gelten zwei Gleichungen, deren Gültigkeitsbereiche durch das Verhältnis  $s = M_p / M_{g+p}$  des der Dimensionierung zu Grunde gelegten Belastungszustandes eingeschränkt sind.

$$(14) \quad \begin{aligned} H_1 &= \sqrt{\frac{\alpha}{\beta_o \eta_o \sigma_b}} \sqrt{\frac{M_{g+p}}{B}} = k_1 \sqrt{\frac{M_{g+p}}{B}} \\ \text{Gültigkeitsbereich:} \\ s &\leq s_1 = \frac{\beta_u \alpha}{\beta_o \eta_o} - \frac{1 - \lambda}{\lambda} \\ s &\leq s_2 = 1 - \frac{\eta_u}{\lambda \eta_o} \end{aligned} \quad \text{Fall I}$$

$$(15) \quad \begin{aligned} H_2 &= \sqrt{\left[ s + \frac{1 - \lambda}{\lambda} \right] \frac{1}{\beta_u \sigma_b}} \sqrt{\frac{M_{g+p}}{B}} = \\ &= k_2 \sqrt{\frac{M_{g+p}}{B}} \\ \text{Gültigkeitsbereich:} \\ s_1 &\leq s \leq s_2 \end{aligned} \quad \text{Fall II}$$

b) Nachdem H bekannt ist, kann die erforderliche Vorspannkraft nach Gl. (7) berechnet werden. Eine direkte Ermittlung von V ist durch Kombination von Gl. (7) mit Gl. (14) bzw. (15) auch möglich. Man erhält dann:

$$(16) \quad V = \frac{1}{\lambda \eta_o (k_1 \text{ bzw. } k_2)} \sqrt{M_{g+p} B} = k_3 \sqrt{M_{g+p} B}$$

Die Bemessungsgleichungen (14) bis (16) haben somit die gleiche Form wie die entsprechenden Gleichungen (1) und (2) für den normalen Eisenbeton. Der auffallende Unterschied zu diesen besteht jedoch darin, dass zwei verschiedene Bereiche vorhanden sind, und dass in einem von diesen die erforderliche Querschnittshöhe nicht nur vom totalen Biegemoment  $M_{g+p}$ , sondern auch vom Anteil der Nutzlast abhängig ist. Die statischen Gründe hierfür sollen im nächsten Absatz veranschaulicht werden.

\*

Zunächst seien noch einmal die besonderen statischen Bedingungen, die zur Abgrenzung der beiden Fälle I und II führten, zusammengestellt:

**Fall I:**  $\lambda v + g + p \sigma_u = 0; v + g + p \sigma_o = \sigma_b; s \leq s_1$  bzw.  $s_2$

**Fall II:**  $\lambda v + g + p \sigma_u = 0; v + g \sigma_u = \sigma_b; s_1 \leq s \leq s_2$

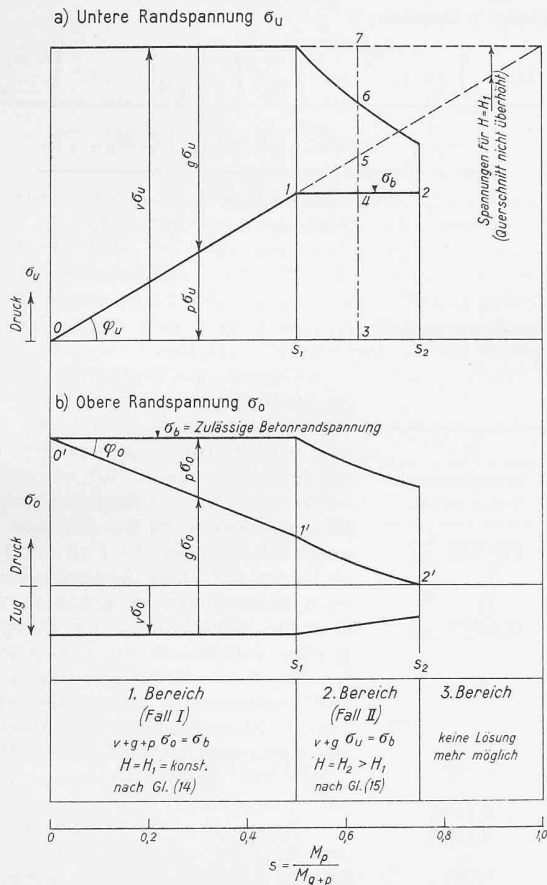


Bild 4. Randspannungen eines vorgespannten Querschnittes, wenn  $M_g + p = \text{const.}$  und  $s = M_p / M_{g+p}$  veränderlich ist.

ausserdem ist für  $s = s_1$ :  $v + g \sigma_u = \sigma_b$  und  $v + g + p \sigma_o = \sigma_b$  und für  $s = s_2$ :  $v + g \sigma_o = 0$

Wir setzen in den folgenden allgemeinen Ueberlegungen wieder einen ganz beliebigen, einfach symmetrischen Querschnitt voraus, der durch ein Biegemoment  $M_{g+p}$  beansprucht wird. Zur Vereinfachung vernachlässigen wir dabei den Einfluss des Schwindens und Kriechens, wir setzen  $\lambda = 1$ . Es soll nun an Hand der beiden Diagramme, Bild 4, gezeigt werden, wie sich die Randspannungen  $\sigma_u$  und  $\sigma_o$  in diesem Querschnitt ändern, wenn das totale Biegemoment  $M_{g+p}$  konstant bleibt, das Verhältnis  $s = M_p / M_{g+p}$  sich jedoch ändert.

Wir beginnen damit, dass wir  $M_p = 0$ , somit  $M_g = M_{g+p}$  und  $s = M_p / M_{g+p} = 0$  setzen. Es treten somit keine Spannungsänderungen infolge Nutzlast auf und es ist ohne weiteres klar, dass der Querschnitt so dimensioniert werden muss, dass  $v + g \sigma_u = 0$  und  $v + g \sigma_o = \sigma_b$  ist. Damit erhalten wir die Punkte 0 und 0' in den Diagrammen für die untere obere Randspannung (Bild 4).

Wir lassen nun das Moment  $M_p$  anwachsen und gleichzeitig  $M_g$  um den gleichen Betrag abnehmen, so dass  $M_{g+p} = \text{const.}$  bleibt. Die Randspannungen infolge Nutzlast betragen:

$$p \sigma_u = - \frac{M_p}{W_u} = - \frac{M_{g+p}}{W_u} s$$

und analog:

$$p \sigma_o = + \frac{M_{g+p}}{W_o} s$$

Sie sind also — sofern wir den Querschnitt unverändert lassen — linear abhängig von  $s$  und müssen somit in Bild 4 als Gerade dargestellt werden, die in den Punkten 0 bzw. 0' ihren Ursprung haben. Die Neigungswinkel  $\varphi_u$  und  $\varphi_o$  erhält man durch die folgende geometrische Beziehung:

$$\text{ctg } \varphi_u = \frac{s}{p \sigma_u} = \frac{M_p}{p \sigma_u M_{g+p}} = \frac{W_u}{M_{g+p}}$$

bzw. 
$$\text{ctg } \varphi_o = \frac{W_o}{M_{g+p}}$$

Wenn wir nun in Bild 4 nach rechts fortschreiten, so sind immer die folgenden beiden Bedingungen erfüllt:  $v + g + p \sigma_u = 0$  und  $v + g + p \sigma_o = \sigma_b$ , es handelt sich dabei somit um den Dimensionierungsfall I. Wir bezeichnen diese Zone im folgenden als den 1. Bereich.

Bei einem gewissen Verhältnis  $s$  wird  $v + g \sigma_u$  den Punkt 1 und damit die zulässige Spannung  $\sigma_b$  erreichen:  $v + g \sigma_u = \sigma_b$ . Dem entspricht in der Berechnung die Grenze zwischen Fall I und Fall II:  $s = s_1$ . Würde man nun bei einer weiteren Steigerung des Nutzlastanteils die gleiche Querschnittshöhe beibehalten, so würde sich  $p \sigma_u$  auf der in Bild 4a gestrichelt eingezeichneten Verlängerung der Geraden  $\bar{0}1$  weiter bewegen, damit würde aber  $v + g \sigma_u > \sigma_b$ , die zulässige Randspannung also überschritten werden. Um das zu vermeiden, muss man für  $s > s_1$  die bisher konstant gebliebene Querschnittshöhe  $H_1$  vergrössern auf  $H_2$ , und zwar in einem solchen Masse, dass  $p \sigma_u = \sigma_b = \text{const.}$  bleibt.

Bezeichnen wir die Spannungen im niedrigeren Querschnitt mit  $\sigma'$ , diejenigen im überhöhten mit  $\sigma''$ , so muss — da beide Querschnitte geometrisch ähnlich sind — für einen bestimmten Belastungsfall die folgende Beziehung gelten:

$$g + p \sigma_u'' = \frac{g + p \sigma_u'}{p \sigma_u'} p \sigma_u''$$

oder mit den Bezeichnungen von Bild 4a:

$$g + p \sigma_u'' = \frac{37}{35} = \frac{37 + \sigma_b}{35} = \frac{37 \times \sigma_b}{s \times \text{tg } \varphi_u}$$

Da auf der rechten Seite dieser Gleichung alle Grössen ausser  $s$  konstant sind, folgt, dass sich der Punkt 6 rechts von  $s_1$  auf einer Hyperbel bewegt. In ganz ähnlicher Weise kann man beweisen, dass sich die oberen Randspannungen  $\sigma_o$  rechts von  $s_1$  durch die in Bild 4b eingezeichneten Kurven darstellen lassen. Wir befinden uns hier also in einem Gebiet, in welchem  $v + g \sigma_u = \sigma_b$  und  $v + g + p \sigma_u = 0$  ist. Diese Bedingung entspricht aber genau derjenigen für den Dimensionierungsfall II (= 2. Bereich).

Lässt man den Nutzlastanteil nun immer weiter anwachsen, so erreicht die obere Randspannung  $v + g \sigma_o$  im Punkt 2' (Bild 4b) den Wert null, was der Grenzlage  $s = s_2$  entspricht. Damit sind die Vorspannmöglichkeiten erschöpft. Für  $s > s_2$  ist — selbst bei beliebiger Vergrösserung der Höhe  $H$  — keine vollkommen vorgespannte Lösung mehr möglich, da infolge Vorspannung + Eigengewicht am oberen Rand Zugspannungen auftreten würden (= 3. Bereich). Dabei wird allerdings vorausgesetzt, dass das Verhältnis  $\alpha = h/H = \text{const.}$  ist. Es wird weiter unten noch gezeigt werden, welchen Einfluss eine Variation dieses Wertes auf die Bemessung ausübt.

In den Diagrammen Bild 4 wurden die Neigungswinkel  $\varphi$  der Geraden  $0 \dots 1$  bzw.  $0' \dots 1'$  so eingezeichnet, dass  $\varphi_u > \varphi_o$  ist. Der Cotangens dieser Neigungswinkel ist aber — wie oben bereits gezeigt — proportional den betreffenden Widerstandsmomenten. Somit entspricht dieser Darstellung  $W_u < W_o$  oder  $x_o < 0,5 H$  ( $x_o = \text{Abstand des Schwerpunktes vom oberen Querschnittsrand, siehe Bild 3}$ ). Für  $x_o > 0,5 H$  würde umgekehrt die Gerade  $0' \dots 1'$  steiler verlaufen als  $0 \dots 1$ , wodurch der Grenzwert  $s_2$  vor  $s_1$  erreicht würde. Dieser Tatsache trägt die zweite Nebenbedingung für Gl. (9) bzw. (14) Rechnung.

In den allgemeinen Bemessungsgleichungen (7) und (14) bis (16) sind, sofern man eine bestimmte Querschnittsform gewählt hat, alle Grössen auf der rechten Seite bekannt, mit Ausnahme des Abminderungskoeffizienten  $\lambda$ , durch welchen die Reduktion der Vorspannkraft infolge von Schwinden und Kriechen erfasst wird. Genau genommen ist dieser Koeffizient abhängig von der Höhe der Vorspannung im Beton und Stahl sowie von den spezifischen Schwind- und Kriechmassen. Mit einer für die hier behandelten Probleme ausreichenden Genauigkeit kann man ihn allein in Abhängigkeit von der anfänglichen Stahlvorspannung  $\sigma_{ev}$  nach der folgenden Näherungsformel berechnen:

$$(17) \quad \lambda \cong 1 - \frac{1,2}{\sigma_{ev}}$$

wobei  $\sigma_{ev}$  in  $\text{t/cm}^2$  einzusetzen ist.

### 3. Anwendung der Bemessungsformeln für verschiedene Querschnitte

Für die folgenden numerischen Rechnungen wird eine

Stahlvorspannung  $\sigma_{ev} = 10 \text{ t/cm}^2$  vorausgesetzt. Nach Gl. (17) erhält man dann:  $\lambda = 0,88$

Um die Ergebnisse unabhängig zu machen von einer bestimmten zulässigen Betonspannung  $\sigma_b$ , werden die Gleichungen (7), (14) und (15) folgendermassen umgeformt:

Für den 1. Bereich:

$$(18) \quad H_1 = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta_o \eta_o}} \sqrt{\frac{M_{g+p}}{\sigma_b B}} = r_1' \sqrt{\frac{M_{g+p}}{\sigma_b B}}$$

$$(19) \quad V_1 = \frac{1}{\lambda \eta_o r_1'} \sqrt{\sigma_b M_{g+p} B} = r_2' \sqrt{\sigma_b M_{g+p} B}$$

Für den 2. Bereich:

$$(20) \quad H_2 = \sqrt{\left(s + \frac{1}{\lambda}\right) \frac{1}{\beta_u}} \sqrt{\frac{M_{g+p}}{\sigma_b B}} = r_1'' \sqrt{\frac{M_{g+p}}{\sigma_b B}}$$

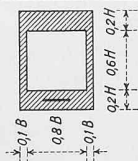
$$(21) \quad V_2 = \frac{1}{\lambda \eta_o r_1''} \sqrt{\sigma_b M_{g+p} B} = r_2'' \sqrt{\sigma_b M_{g+p} B}$$

Es werden nun fünf verschiedene Querschnitte untersucht. Ihre charakteristischen Querschnittswerte, sowie die daraus nach den Gleichungen (14) bzw. (18) bis (21) ermittelten Koeffizienten  $s$  und  $r$  sind in Tabelle 1 zusammengestellt. Die Koeffizienten  $r_1$  und  $r_2$  sind in den beiden Diagrammen Bilder 5 und 6 zusammengestellt. Aus ihnen kann man einige allgemeine Erkenntnisse für die Querschnittsgestaltung ablesen:

Tabelle 1. Charakteristische Werte für fünf verschiedene Querschnitte

|            | a                                 | b                                  | c                               | d                                  | e                                  |
|------------|-----------------------------------|------------------------------------|---------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
|            | Rechteck                          | Plattenbalken                      | Umgekehrter Plattenbalken       | Unsymmetrischer I-Querschnitt      | Symmetrischer I-Querschnitt        |
| $\xi_o$    | 0,500                             | 0,322                              | 0,678                           | 0,405                              | 0,500                              |
| $\xi_u$    | 0,500                             | 0,678                              | 0,322                           | 0,595                              | 0,500                              |
| $\beta_o$  | 0,167                             | 0,0975                             | 0,0464                          | 0,1204                             | 0,1380                             |
| $\beta_u$  | 0,167                             | 0,0464                             | 0,0975                          | 0,0820                             | 0,1380                             |
| $\alpha_o$ | 0,167                             | 0,129                              | 0,271                           | 0,195                              | 0,268                              |
| $\alpha_u$ | 0,167                             | 0,271                              | 0,129                           | 0,287                              | 0,268                              |
| $\alpha$   | 0,333                             | 0,400                              | 0,400                           | 0,482                              | 0,536                              |
| $\eta_o$   | 0,567                             | 0,707                              | 0,493                           | 0,690                              | 0,668                              |
| $\eta_u$   | 0,233                             | 0,306                              | 0,093                           | 0,208                              | 0,132                              |
| $s_1$      | 0,450                             | 0,133                              | 1,570                           | 0,340                              | 0,667                              |
| $s_2$      | 0,533                             | 0,508                              | 0,785                           | 0,657                              | 0,775                              |
| $r_1'$     | 1,88                              | 2,41                               | 4,19                            | 2,41                               | 2,41                               |
| $r_2'$     | 1,07                              | 0,67                               | 0,55                            | 0,68                               | 0,71                               |
| $r_1''$    | $\sqrt{\frac{s + 0,1365}{0,167}}$ | $\sqrt{\frac{s + 0,1365}{0,0464}}$ | kein 2. Bereich, da $s_1 > s_2$ | $\sqrt{\frac{s + 0,1365}{0,0820}}$ | $\sqrt{\frac{s + 0,1365}{0,1380}}$ |
| $r_2''$    | $\sqrt{\frac{0,669}{s + 0,1365}}$ | $\sqrt{\frac{0,120}{s + 0,1365}}$  |                                 | $\sqrt{\frac{0,220}{s + 0,1365}}$  | $\sqrt{\frac{0,400}{s + 0,1365}}$  |

\*) Der nebenstehend gezeichnete Hohlkasten-Querschnitt besitzt die gleichen Koeffizienten wie der symmetrische I-Querschnitt. Er ist diesem somit in bezug auf die hier betrachteten Eigenschaften statisch gleichwertig.



Für sämtliche Querschnitte wurde:

$\alpha = h/H = 0,90$   
und  $\lambda = 0,88$

angenommen.

a) Sowohl der Rechteckquerschnitt als auch der Plattenbalken liefern nur Lösungen, wenn der Anteil der Nutzlast verhältnismässig klein ist. Wird dieser grösser als  $\sim 0,5$ , wie das vor allem bei schwer belasteten Deckenträgern, aber auch bei Brücken kleinerer Spannweiten der Fall sein kann, so lassen sich diese Querschnitte nur noch vollkommen Vorspannen, wenn man die Exzentrizität der Vorspannglieder verkleinert (s. 4. Abschnitt). Im Gegensatz dazu liefern die I- und Hohlkastenprofile sowie der umgekehrte Plattenbalken Lösungen für alle praktisch vorkommenden Fälle.

b) Die geringsten Querschnittshöhen lassen sich ganz naturgemäss mit dem vollen Rechteckquerschnitt erzielen. Ein Vergleich der übrigen Profile ergibt in vielen Fällen wiederum eine ausgesprochene Ueberlegenheit des I- bzw. Hohlkastenquerschnittes gegenüber dem Plattenbalken. Beträgt doch die Verkleinerung der Trägerhöhe zum Beispiel für  $s = 0,5$  beim unsymmetrischen I-Profil 25% und beim symmetrischen 35%.

c) Aus den beiden vorhergehenden Feststellungen ergeben sich gewisse Nachteile des Plattenbalkens bei der Verwendung für vorgespannte Konstruktionen mit hohem Nutzlastanteil. Diese Tatsache ist eigentlich nicht verwunderlich, wenn man bedenkt, dass diese Querschnittsform aus den besonderen Bedingungen des normalen Eisenbetons heraus entwickelt worden ist. Da bei diesem der Beton in der Zugzone statisch nur zur Aufnahme von Haft- und Schubspannungen herangezogen wird, war es naheliegend, die Zugzone so schlank wie nur möglich zu machen, da durch eine solche Massnahme das Wider-

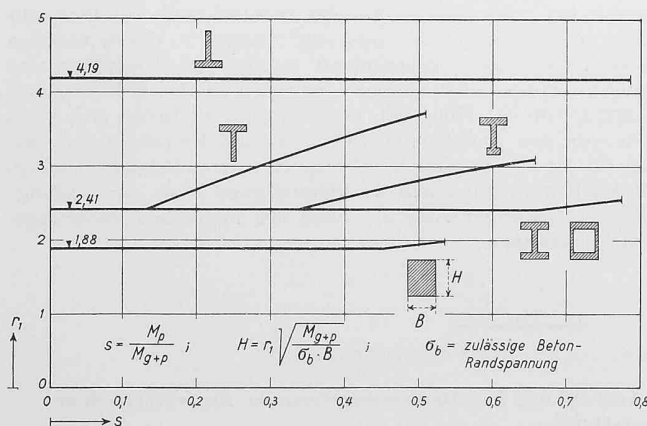


Bild 5. Koeffizienten  $r_1$  zur Bestimmung der Querschnittshöhe  $H$

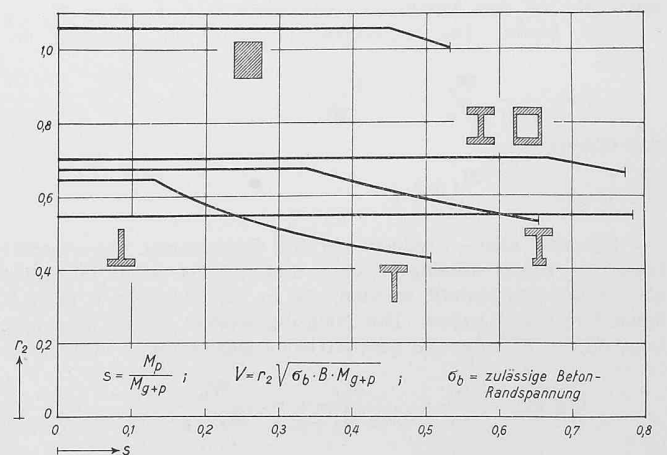


Bild 6. Koeffizienten  $r_2$  zur Bestimmung der Vorspannung  $V$

standsmoment und damit die Momentenaufnahmefähigkeit nicht beeinflusst wurde. Im Gegensatz dazu wirkt aber beim vorgespannten Beton der ganze Querschnitt bei der Aufnahme der Biegemomente mit, so dass kein Grund mehr dafür besteht, das Material in der Zugzone auf ein Minimum zu reduzieren. Die in Bild 5 dargestellten Zusammenhänge zeigen, dass Querschnitte mit einer betonter ausgebildeten Zugzone dem vorgespannten Beton in vielen Fällen besser angepasst sind.

d) Diese letzte Feststellung kann noch exakter formuliert werden: Wenn man die  $r_1$ -Kurven (in Bild 5) für den T- und die beiden I-Querschnitte miteinander vergleicht, so kann man sagen, dass jedes der hier untersuchten Profile in einem bestimmten Bereich den Vorzug verdient, nämlich:

- der Plattenbalken für  $0 \leq s \leq 0,13$
- das unsymmetrische I-Profil für  $0,13 \leq s \leq 0,34$
- das symmetrische I-Profil für  $0,34 \leq s$

Das heisst aber, allgemeiner ausgedrückt: mit wachsendem Nutzlastanteil muss man die Zugzone verstärken, damit man an Querschnittshöhe sparen kann.

**4. Einfluss der Exzentrizität der Vorspannkraft auf die Bemessung**

In den bisherigen Ueberlegungen wurde vorausgesetzt, dass die Lage des Vorspanngliedes innerhalb des Querschnittes — gekennzeichnet durch die dimensionslose Grösse  $\alpha = h/H$  — konstant sei. Es soll nun noch untersucht werden, welchen Einfluss eine Variation von  $\alpha$  auf die Bemessung hat. Zu diesem Zwecke werden sämtliche Bemessungsgleichungen so umgeformt, dass sie sich als Funktion von  $\alpha$  darstellen lassen. Mit den allgemeinen geometrischen Beziehungen:

$$\eta_o = \alpha - \xi_o + x_o = \eta_u + x \text{ und } \eta_u = \alpha - \xi_o - x_u$$

(siehe Bild 3) ergeben dann die Gl. (14) bis (16):

Für den 1. Bereich:

$$k_1 = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta_o (\alpha - \xi_o + x_o) \sigma_b}}$$

$$k_3 = \sqrt{\frac{\beta_o \sigma_b}{\lambda^2 (\alpha - \xi_o + x_o) \alpha}}$$

Für den 2. Bereich:

$$k_2 = \text{unabhängig von } \alpha$$

$$k_3 = \frac{1}{\lambda k_2 (\alpha - \xi_o + x_o)}$$

$$s_1 = \frac{\beta_u \alpha}{\beta_o (\alpha - \xi_o + x_o)} - \frac{1 - \lambda}{\lambda}$$

$$s_2 = 1 - \frac{\eta_u}{\lambda (\eta_u + \alpha)} = 1 - \frac{1}{\lambda (1 + \frac{\alpha - \xi_o - x_u}{\alpha})}$$

Wenn das Vorspannglied gerade im unteren Kernrand liegt, wird:

$$\alpha = \xi_o + x_u \text{ und damit } s_{2 \text{ max}} = 1$$

Aus diesen Gleichungen kann man direkt die folgenden Zusammenhänge ablesen: Wenn  $\alpha$  kleiner wird, d. h. wenn man das Vorspannglied tiefer in den Querschnitt hineinverlegt, so wird:

- a) im 1. Bereich sowohl die erforderliche Querschnittshöhe  $H$  als auch die Vorspannkraft  $V$  grösser.
- b) im 2. Bereich die Vorspannkraft  $V$  grösser. Die erforderliche Querschnittshöhe  $H$  dagegen bleibt unverändert.
- c) sowohl der Grenzwert  $s_1$  als auch  $s_2$  grösser. Der Maximalwert  $s_2 = 1$  wird für jeden Querschnitt erreicht, wenn das Vorspannglied mit dem unteren Kernrand zusammenfällt. Der sogenannte 3. Bereich — in welchem keine vollkommene Vorspannung mehr möglich ist — lässt sich somit für jeden Querschnittstyp beliebig verkleinern, sofern man das Vorspannglied entsprechend hoch verlegt.

Zusammenfassend kann man somit feststellen, dass es im Hinblick auf die hier behandelten Fragen im allgemeinen zweckmässig ist, die Vorspannglieder so exzentrisch wie möglich anzuordnen. Eine Verkleinerung der Exzentrizität hat nur dann einen Sinn, wenn man ohne diese Massnahmen keine vollständige Vorspannung mehr erreichen kann.

Diese allgemeinen Zusammenhänge sollen nun noch an einem konkreten Beispiel illustriert werden. Wir wählen hierzu den im vorigen Abschnitt behandelten Plattenbalkenquerschnitt. Die Dimensionierungsgleichungen wurden für verschiedene Werte  $\alpha$  ausgewertet, die Ergebnisse sind in Bild 7 zusammengestellt und bedürfen nach dem oben bereits gesagten keines weiteren Kommentars mehr.

**5. Vergleich der erforderlichen Querschnittshöhen bei normalem und vorgespanntem Eisenbeton**

Die in den vorigen Abschnitten entwickelten Gleichungen und Koeffizienten zur Bestimmung der erforderlichen Höhe  $H$  vorgespannter Querschnitte sollen nun noch verglichen werden mit den entsprechenden für normalen Eisenbeton. Dadurch erhält man einen generellen Aufschluss über das Mass, welches man infolge der Vorspannung an Konstruktionshöhe sparen kann.

Diesem Vergleich werden die zulässigen Spannungen entsprechend dem S. I. A.-Normen-Entwurf 1951 zu Grunde gelegt. Diese betragen für hochwertiges Beton und Stahl:

$$\sigma_b = 110 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma_e = 2000 \text{ kg/cm}^2 \text{ im normalen Eisenbeton}$$

$$\sigma_b = 120 \text{ kg/cm}^2 \text{ im vorgespannten Beton}$$

Für den Eisenbeton kann die erforderliche Nutzhöhe  $h$  nach Gl. (1) berechnet werden. Für die obigen zulässigen Span-

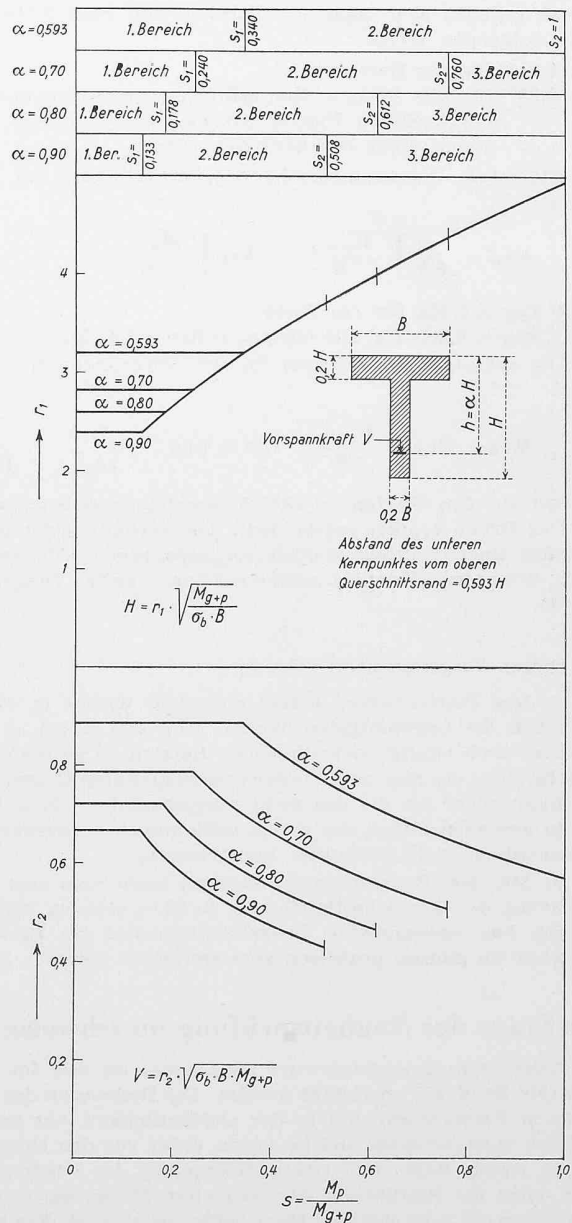


Bild 7. Einfluss der Exzentrizität der Vorspannkraft auf die Dimensionierung eines Plattenbalkens.

- 1. Bereich: Querschnittshöhe  $H = \text{const.}$
- 2. Bereich: Querschnittshöhe  $H$  wächst mit  $s$
- 3. Bereich: keine vollkommene Vorspannung möglich

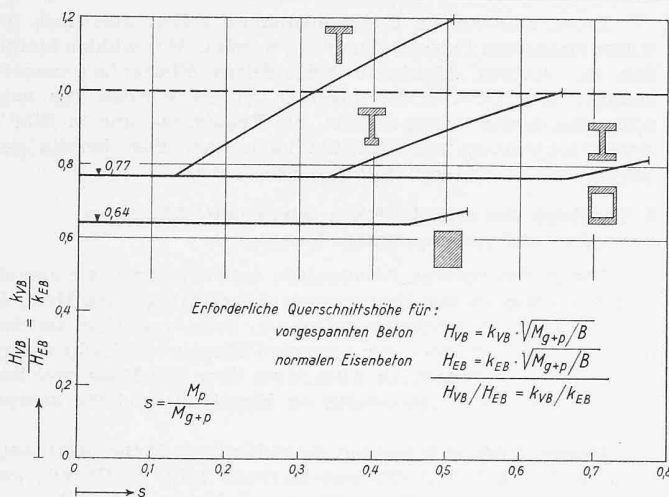


Bild 8. Verhältnis der erforderlichen Querschnittshöhe eines vorgespannten zu derjenigen eines normalen Eisenbeton-Querschnittes, wenn beide durch die gleichen Momente  $M_p$  und  $M_g$  beansprucht sind.

nungen und die im 3. Abschnitt behandelten Querschnittsformen ergeben sich nach den Tabellen von Prof. Ritter für  $c_3$  die folgenden Werte:

$c_3 = 0,241$  für das Rechteck

$c_3 = 0,257$  für alle übrigen Querschnitte (mit Ausnahme des umgekehrten Plattenbalkens, der zu diesem Vergleich nicht herangezogen wird).

Die totale Querschnittshöhe  $H_{EB}$  beträgt dann mit  $h = 0,9 H_{EB}$ :

$$H_{EB} = \frac{c_3}{0,9} \sqrt{\frac{M_{g+p}}{B}} = k_{EB} \sqrt{\frac{M_{g+p}}{B}}$$

somit  $k_{EB} = 0,268$  für das Rechteck

und  $k_{EB} = 0,285$  für alle übrigen behandelten Querschnitte.

Die entsprechende Formel für den vorgespannten Beton lautet:

$$H_{VB} = k_{VB} \sqrt{\frac{M_{g+p}}{B}} \quad \text{wobei} \quad k_{VB} = \frac{r_i}{\sqrt{\sigma_b}} = \frac{r_i}{\sqrt{120}}$$

ist, und aus den Werten im Bild 5 berechnet werden kann.

Der Bruch  $k_{VB}/k_{EB}$  ergibt dann das Verhältnis der erforderlichen Querschnittshöhe einer vorgespannten zu derjenigen einer normalen Eisenbetonkonstruktion (siehe Diagramm Bild 8).

\*

Dieser Vergleich zeigt folgendes:

a) Der Plattenbalken liefert auch hier wieder in weiten Bereichen die ungünstigsten Werte. Für  $s > \sim 0,3$  — also in einem noch häufig vorkommenden Bereich — ist die erforderliche Höhe des hier untersuchten vorgespannten Querschnittes sogar höher als die des nicht vorgespannten. Man kann also in gewissen Fällen mit einem vollkommen vorgespannten Plattenbalken nicht schlanker konstruieren.

b) Mit dem Rechteckprofil dagegen kann man eine Verminderung der Querschnittshöhe bis zu 36% erzielen, mit den anderen hier untersuchten Querschnittsformen bis zu 23%, und zwar im ganzen praktisch vorkommenden Bereich. Da es

sich bei den letztgenannten nur um spezielle Typen handelt, und alle Uebergänge von ihnen zum vollen Rechteckquerschnitt möglich sind, kann die Ersparnis an Querschnittshöhe bei geschickter Querschnittswahl somit zwischen rd. 20% und 36% schwanken.

c) Diese Zahlen beziehen sich auf die Beanspruchung durch ein gleich grosses Biegemoment. Berücksichtigt man nun noch, dass infolge der Querschnittsreduktion auch das Eigengewicht abnimmt, so erhöhen sich diese Werte, und zwar um Beträge, die — insbesondere bei grossen Spannweiten — recht beträchtlich sein können.

\*

## 6. Zusammenfassung

a) Es wurden allgemeine Bemessungsgleichungen für vollständig vorgespannte Eisenbetonquerschnitte abgeleitet. Dabei ergaben sich drei verschiedene Bereiche, die durch das Verhältnis  $s$  des Nutzlastmomentes  $M_p$  zum Totalmoment  $M_g + p$  gegeneinander abgegrenzt sind. Ihre charakteristischen Eigenschaften sind folgende:

1. Bereich: die erforderliche Querschnittshöhe  $H$  ist nur abhängig vom Totalmoment  $M_{g+p}$ .
2. Bereich: die erforderliche Querschnittshöhe  $H$  ist abhängig sowohl vom Totalmoment  $M_{g+p}$  als auch vom Nutzlastmoment  $M_p$ .
3. Bereich: in diesem ist keine vollständige Vorspannung mehr möglich.

b) Im Zusammenhang mit den hier behandelten Spannungsproblemen ist es im allgemeinen zweckmässig, die Vorspannglieder so exzentrisch wie möglich anzuordnen. Eine Verkleinerung der Exzentrizität hat nur einen Sinn, wenn man ohne diese Massnahme bei einer gegebenen Querschnittsform keine vollständige Vorspannung mehr erreichen kann.

c) Bei kleinem Nutzlastanteil ist der vom normalen Eisenbeton übernommene Plattenbalken eine zweckmässige Querschnittsform. Will man dagegen bei grösserem Nutzlastanteil mit einer minimalen Querschnittshöhe konstruieren, so sind beim vorgespannten Beton Querschnittsformen mit stärker ausgeprägter Zugzone — wie das unsymmetrische oder symmetrische I-Profil — zu bevorzugen. Dabei gilt als allgemeiner Grundsatz, dass die Zugzone mit wachsendem Nutzlastanteil verstärkt werden muss.

d) Ein Vergleich der erforderlichen Querschnittshöhen bei normalem und vorgespanntem Eisenbeton — auf Grund der zulässigen Spannungen des S. I. A.-Normen-Entwurfes 1951 — zeigt, dass man bei gleichen Biegemomenten durch die Vorspannung bis zu 36% an Querschnittshöhe sparen kann. Berücksichtigt man ausserdem, dass infolge der Querschnittsreduktion das Eigengewicht abnimmt, so erhöht sich dieser Wert noch, und zwar um so mehr, je grösser die Spannweite ist.

Anwendungsbeispiele aus der Baupraxis haben nun weiterhin gezeigt, dass es nicht immer möglich ist, die erforderlichen Konstruktionshöhen an Hand der gleichen Querschnittsform zu vergleichen, wie das in dieser Arbeit geschehen ist. So kann zum Beispiel der vorgespannte Rechteckquerschnitt für Brücken mittlerer Spannweiten noch durchaus anwendbar und wirtschaftlich sein (Plattenbrücken), während man bei Verwendung von normalem, nicht vorgespanntem Eisenbeton bereits gezwungen ist, zum Plattenbalken überzugehen. In solchen Fällen kann die Verkleinerung der Konstruktionshöhe sogar 65% und mehr betragen.

## Zur Frage der Neuheitsprüfung im schweizerischen Patentgesetz-Entwurf

DK 347.771 (494)

Ueber den Gesetzesentwurf als Ganzes ist hier im Jahr 1950 (Nr. 34, S. 457) berichtet worden. Die Diskussion des Entwurfs in Fachkreisen und in der Öffentlichkeit hat seither reichlich stattgefunden und ist heute, da er vor den eidgenössischen Räten liegt, auf einem Höhepunkt. Im Vordergrund steht dabei die Einführung der Neuheitsprüfung, die von den Beteiligten mit sehr starkem Mehr befürwortet wird. Ein Kompromissvorschlag, die fakultative Neuheitsprüfung, wäre nicht in der Lage, die heute herrschenden Missstände zu beheben, wie Ing. Dr. A. Roth (Aarau) in der «NZZ» (Nr. 524 vom 11. März) ausführlich dargestellt hat. Gerne geben wir daher der folgenden Veröffentlichung des Verbandes schweizerischer Patent-

anwälte Raum, die sich u. a. auch mit der Stellungnahme des Ausschusses der G. E. P. deckt.

Red.

«Um die Ansichten der Patentanmelder über die Frage der Neuheitsprüfung kennen zu lernen, hat der Verband Schweizerischer Patentanwälte bei der Klientschaft seiner Mitglieder eine Umfrage angestellt. Sie richtete sich nicht nur an die unabhängigen Einzelerfinder und die Kleinbetriebe, sondern auch an die mittleren und grossen Industrieunternehmen. 94% der erhaltenen Antworten befürworteten die Einführung der Vorprüfung.

Der Verband Schweizerischer Patentanwälte hat sich —