

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 73 (1955)  
**Heft:** 50

**Artikel:** Momentenausgleichsverfahren zur Berechnung durchlaufender Platten für gleichmässig verteilte Belastungen  
**Autor:** Brunner, W.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-62033>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 21.12.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Momentenausgleichsverfahren zur Berechnung durchlaufender Platten für gleichmässig verteilte Belastungen

Von Dipl. Ing. W. Brunner, Dietikon

DK 624.073.12

Unter den verschiedenen Methoden, die dem Statiker zur Berechnung von Mehrfeldplatten zur Verfügung stehen, sind — abgesehen von den rein mathematischen Lösungen — nur zwei Gruppen von Berechnungsverfahren für die Praxis von Bedeutung.

a) *Berechnungsverfahren, die wohl die tatsächlichen statischen Verhältnisse der Mehrfeldplatten relativ genau erfassen, jedoch einen grossen Arbeitsaufwand bedingen.*

Unter diesen Methoden sind zu erwähnen die Berechnungsverfahren von H. Bleich und G. Fischer (siehe Literaturnachweis), die den Winkelausgleich der aneinanderstossenden Plattenränder mittels Momentengleichungen an einigen ausgesuchten Punkten herstellen. Diese Verfahren erfordern das Auflösen von Gleichungssystemen, wozu der im Hoch- und Industriebau tätige Statiker meistens weder die Lust noch die erforderliche Zeit hat; ferner rechtfertigt in vielen Fällen die Grösse des Objektes den Arbeitsaufwand in keiner Weise.

b) *Methoden, die auf einer zuverlässigen Näherungsberechnung der Einfeldplatten basieren, jedoch die Durchlaufwirkung zu ungenau erfassen.*

Die einfachste Berechnungsart durchlaufender Platten mit ungefähr gleichen Spannweiten besteht darin, dass man die Platten für die Belastung  $g + p/2$  an den Kontinuitätsrändern starr eingespannt und für die schachbrettartige Belastung  $\pm p/2$  allseitig frei drehbar gelagert annimmt. Dieses Verfahren stimmt sehr genau für geringe Unterschiede in den Spannweiten. Da jedoch im Gegensatz zum Brückenbau im Hochbau die Plattenspannweiten oft sehr unterschiedlich sind, kann die Methode in den meisten Fällen nicht angewendet werden. Die Randmomente werden zwar auch bei grossen Unterschieden der Spannweiten relativ genau erfasst, die Feldmomente hingegen können sehr grosse Fehler aufweisen.

Wohl am häufigsten wird in der Praxis zur Berechnung durchlaufender Platten die Streifenmethode verwendet. Dieses Verfahren berücksichtigt aber die für Platten wesentlich vom Durchlaufträger verschiedene Fortleitung der Stützenmomente in keiner Weise. Ferner wird durch das Trennen der Platten in zwei unabhängige Tragrichtungen das zweidimensionale Wirken zu ungenau erfasst. Bei grossen Unterschieden der Spannweiten sowie der feldweise konstanten Belastungen ergibt die Streifenmethode keine zuverlässigen Resultate mehr.

Neben diesen Berechnungsmethoden fehlt in der Praxis ein Verfahren, das bei erträglichem Arbeitsaufwand und mit elementaren Begriffen der dem Ingenieur am meisten vertrauten Balkenstatik Resultate liefert, die dem effektiven statischen Wirken der Mehrfeldplatten Rechnung tragen. Der Zweck der vorliegenden Arbeit ist, eine solche Berechnungsmethode zu entwickeln. Dabei war es naheliegend, das Momentenausgleichsverfahren von Cross, das sich in der Balkenstatik grösster Beliebtheit erfreut, auch auf die durchlaufenden Platten auszudehnen.

### 1. Grundgedanken des Verfahrens

Wir betrachten die feldweise konstant belastete Mehrfeldplatte (Bild 1) und denken uns sämtliche Kontinuitätsränder 1 bis 12 gegen Verdrehen gehalten. Beidseitig jedes Kontinuitätsrandes treten die Volleinspannmomente der beiden anliegenden, rechteckigen Einfeldplatten auf. Diese Volleinspannmomente werden sich in der Regel

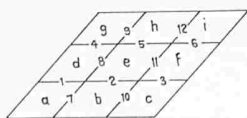


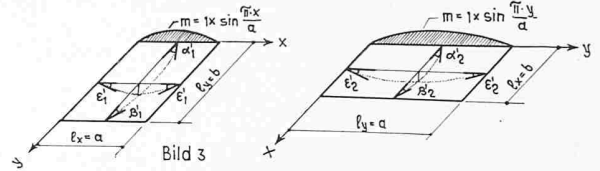
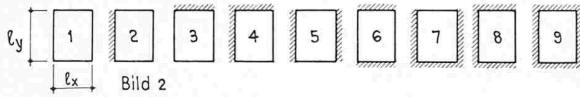
Bild 1

nicht aufheben, sondern am festgehaltenen Rand ein resultierendes Moment abgeben. Lassen wir z. B. Rand 2 los, so wird er sich soweit verdrehen, bis die Platten  $b$  und  $e$  zusammen auf den nun gedrehten Rand 2 ein Ausgleichsmoment ausüben, das mit der Resultierenden der Volleinspannmomente im Gleichgewicht ist. Dieses Moment wirkt mit umgekehrten Vorzeichen längs des Randes 2 auf die Platten  $b$  und  $e$  und erzeugt zusätzliche Einspannmomente — genannt übertragene Momente — an den übrigen Rändern. Die Platte  $b$  erhält übertragene Momente an den Rändern 7 und 10 und die Platte  $e$  solche an den Rändern 5, 8 und 11. Denken wir uns nun Rand 2 in der gedrehten Lage festgehalten und heben wir die Einspannung des Randes 11 auf, so wiederholt sich der gleiche Vorgang, wobei wir lediglich zur Resultierenden der Volleinspannmomente noch das zusätzliche, durch Loslassen des Randes 2 erzeugte übertragene Moment addieren müssen. Es entstehen nun übertragene Momente an den Rändern 2, 3, 5, 6 und 8. In analoger Weise lassen wir der Reihe nach alle Ränder los, bis die übertragenen Momente genügend klein werden. Bilden wir am Schlusse an jedem Plattenrand die algebraische Summe der Volleinspannmomente, Ausgleichs- und übertragenen Momente, so erhalten wir die genäherten Stützenmomente der Mehrfeldplatte. Als Kontrolle ergibt sich, dass die beidseitig eines Randes angreifenden Momente sich aufheben müssen.

Die vorliegende Methode bedeutet nichts anderes als das auf die Platten übertragene Momentenausgleichsverfahren von Cross. Um zu einer einfachen Berechnungsmethode zu gelangen, nehmen wir an, dass alle Momente sinusförmig an den Plattenrändern angreifen. Diese Annahme ist für die Einspannmomente von Platten mit feldweise konstanten gleichmässig verteilten Belastungen bei nicht zu grossen Seitenverhältnissen mit guter Annäherung erfüllt. Die Ausgleichsmomente sowie die durch letztere bedingten übertragenen Momente lassen wir ebenfalls sinusförmig angreifen. Da wir die Randmomente nur durch eine Sinushalbwellen darstellen, können wir die Kontinuitätsbedingung der Platten nur in einem Punkte jedes Randes — am besten in den Randmittelpunkten — erfüllen. Die Drehwinkel der Plattenränder in den Randmittelpunkten sind wie beim Balken proportional den angreifenden Randmomenten. Somit verteilt sich ein an einem Kontinuitätsrand sinusförmig angreifendes Ausgleichsmoment im Verhältnis der Drehsteifigkeit der beiden angrenzenden Ränder, sofern wir unter der Drehsteifigkeit — im folgenden stets mit Randsteifigkeit bezeichnet — dasjenige sinusförmig am Plattenrand angreifende Moment verstehen, das im Randmittelpunkte die Verdrehung 1 erzeugt. Dabei werden die übrigen Ränder der Platte, sofern sie nicht frei drehbar gelagert sind, als starr eingespannt betrachtet. Während man beim Balken mit konstantem Trägheitsmoment nur zwei Steifigkeiten

erhält  $\left(\frac{4 EJ}{l} \text{ bzw. } \frac{3 EJ}{l}\right)$ , treten bei den Platten unendlich

viele Randsteifigkeiten auf. Die Randsteifigkeiten sind eine Funktion der Einspannverhältnisse (Plattenart) und der Seitenverhältnisse  $l_y/l_x$ . Um die vorliegende Berechnungsmethode der Praxis zugänglich zu machen, haben wir die Randsteifigkeiten für verschiedene Seitenverhältnisse und Plattenarten berechnet und tabelliert (Tafel I und II). Somit können die Randsteifigkeiten der Platten ungefähr mit demselben Arbeitsaufwand wie bei den Balken ermittelt werden. Die Uebertragungsfaktoren, das sind diejenigen Faktoren, mit denen wir ein an einem Rande sinusförmig angreifendes Moment multiplizieren müssen, um die an den übrigen eingespannten Rändern voraussetzungsgemäss ebenfalls sinusförmig verteilten Einspannmomente zu erhalten, sind für ver-



schiedene Plattenarten und Seitenverhältnisse berechnet und tabelliert worden (Tafel I u. II). Beim Balken liegen die Verhältnisse wesentlich einfacher, besitzen doch bei konstantem Trägheitsmoment die Uebertragungsfaktoren stets den Wert 1/2. Die vorliegende Methode entspricht dem Berechnungsverfahren von H. Bleich, mit dem einzigen Unterschied, dass Bleich die Kontinuitätsbedingung in den Randmittelpunkten nicht durch Iteration, sondern mittels Drehwinkelgleichungen herstellt.

2. Berechnung der Hilfsgrössen

2.1 Plattenarten

Wir verwenden die Bezeichnung von Dischinger und führen somit neun verschiedene Plattenarten ein (siehe Bild 2).

Die kürzere Seite wird stets mit l\_x bezeichnet. Alle von l\_x und l\_y abhängigen Grössen werden in den berechneten Tabellen auf l\_x bezogen.

2.2 Drehwinkel

Wir benötigen die Drehwinkel der frei aufliegenden rechteckigen Platte unter sinusförmig angreifenden Randmomenten. Vorteilhaft unterscheidet man zwischen Momentenangriff am langen und am kurzen Rand.

Die Formeln für die Drehwinkel befinden sich verschiedentlich in der Literatur. Sie lauten:

$$\alpha' = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\sin 2\beta - 2\beta}{\cos 2\beta - 1} \cdot \frac{a}{N} \quad N = \frac{Eh^3}{12 \cdot (1-\nu^2)} \quad \beta = \frac{\pi \cdot b}{a}$$

$$\beta' = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\beta \cdot \cos \beta - \sin \beta}{\cos 2\beta - 1} \cdot \frac{a}{N} \quad \epsilon' = \frac{1}{8} \cdot \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\cos^2 \frac{\beta}{2}} \cdot \frac{b}{N}$$

2.3 Randsteifigkeiten; Uebertragungsfaktoren

Für den Mittelpunkt zweier angrenzender Ränder ergibt sich wie beim Durchlaufbalken die Verteilung der Ausgleichsmomente im Verhältnis der Randsteifigkeit der Platten. Die Randsteifigkeit K bedeutet dasjenige sinusförmig am Rande angreifende Moment, das im Mittelpunkt des Plattenrandes die Verdrehung 1 hervorruft. Dabei werden die übrigen Ränder der Platte starr eingespannt angenommen, sofern sie starr eingespannt sind oder Kontinuitätsränder darstellen. Die Berechnung der Randsteifigkeiten soll anhand des Beispiels des Bildes 4 gezeigt werden.

2.31 Berechnung der Randsteifigkeiten

K = Randsteifigkeit für kurzen Rand.

K-bar = Randsteifigkeit für langen Rand.

Zur Bezeichnung der Plattenarten werden die Kontinuitätsränder als starr eingespannte Ränder betrachtet. Die Platte a (Bild 4) entspricht also der Plattenart 2 mit der Randsteifigkeit K\_2 und die Platte b der Plattenart 9 mit der Randsteifigkeit K\_9.

Zur Berechnung der Randsteifigkeit K\_9 gehen wir von der freiaufliegenden unbelasteten Rechteckplatte (Bild 5) aus. An ihr greifen einerseits die gesuchte Randsteifigkeit K\_9 und andererseits die voraussetzungsgemäss ebenfalls sinusförmig wirkenden Einspannmomente X\_1, X\_2 und X\_3 an. Formulieren wir nun in den Punkten 1-4 die Elastizitätsbedingungen für die Drehwinkel, so erhalten wir vier Gleichungen zur Bestimmung der vier Unbekannten. Im vorliegenden Falle ist aus Symmetriegründen X\_2 = X\_3. Die Elastizitätsbedingungen und Elastizitätsgleichungen lauten:

Punkt 1:  $\varphi = 1 \quad \alpha'_1 \cdot K_9 - \beta'_1 \cdot X_1 - 2\epsilon'_2 \cdot X_2 = 1$

Punkt 2:  $\varphi = 0 \quad \beta'_1 \cdot K_9 - \alpha'_1 \cdot X_1 - 2\epsilon'_2 \cdot X_2 = 0$

Punkt 4:  $\varphi = 0 \quad \epsilon'_1 \cdot K_9 - \epsilon'_1 \cdot X_1 - (\alpha'_2 + \beta'_2) \cdot X_2 = 0$

Die Auflösung des Gleichungssystems ergibt die gesuchte Randsteifigkeit

E/l_x	Plattenart 2		Plattenart 3		Plattenart 4		Plattenart 5		Plattenart 6		Plattenart 7		E/l_y
	K_2	K_3	K_4	mu'	K_5	mu	K_6	mu	K_7	mu	mu'		
	1.00	6,41	6,41	7,01	0,293	7,01	0,293	6,65	0,190	6,65	0,190	7,10	

E/l_x	Plattenart 7				Plattenart 8				Plattenart 9				E/l_y	
	K_7	mu'	K_8	mu'	K_9	mu	mu'	K_9	mu	mu'	K_9	mu		mu'
	1.00	7,49	0,246	7,49	0,246	7,10	0,114	0,259	7,51	0,054	0,233	7,51		0,054

l\_x ist stets die kürzere Spannweite  $N = \frac{E \cdot h^3}{12(1-\nu^2)}$  h = Plattenstärke nu = Querdehnungszahl

Tafel I: Randsteifigkeiten k und Uebertragungsfaktoren mu und mu'

E/l_x	Symmetrische Belastung								Antimetrische Belastung			E/l_y			
	Plattenart 5		Plattenart 6		Plattenart 7		Plattenart 8		Plattenart 9		5, 7, 9		6, 8, 9		
	K_5	mu	K_6	mu	K_7	mu'	K_8	mu'	K_9	mu'	K_5+K_7+K_9		K_6+K_8+K_9		
1.00	5,38	5,38	6,29	0,586	6,29	0,586	6,29	0,586	6,29	0,586	7,92	7,92	7,92	7,92	

l\_x ist stets die kürzere Seite!  $N = \frac{E \cdot h^3}{12(1-\nu^2)}$  h = Plattenstärke nu = Querdehnungszahl

Tafel II: Randsteifigkeiten k und Uebertragungsfaktoren mu für symmetrische Platten bei symmetrischer und antimetrischer Belastung

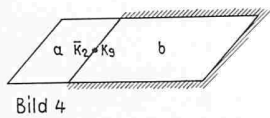


Bild 4

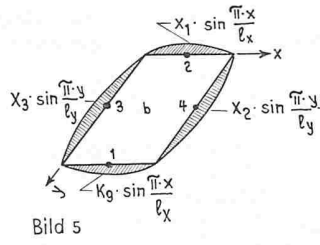


Bild 5

$$K_9 = \frac{\alpha'_1 (\alpha'_2 + \beta'_2) - 2 \epsilon'_1 \cdot \epsilon'_2}{(\alpha'_1 - \beta'_1) \{ (\alpha'_1 + \beta'_1) (\alpha'_2 + \beta'_2) - 4 \epsilon'_1 \epsilon'_2 \}}$$

Die Berechnung der Randsteifigkeit  $\bar{K}_2$  gestaltet sich sehr einfach. Aus der Bedingung  $\bar{K}_2 \cdot \alpha'_2 = 1$  erhalten wir die gesuchte Randsteifigkeit

$$\bar{K}_2 = \frac{1}{\alpha'_2}$$

2.32 Berechnung der Uebertragungsfaktoren

$\mu$  = Uebertragungsfaktor für gegenüberliegende Seite  
 $\mu'$  = Uebertragungsfaktor für anliegende Seiten.

Die Uebertragungsfaktoren  $\mu$  und  $\mu'$  sind diejenigen Faktoren, mit denen wir ein am Rande sinusförmig angreifendes Moment multiplizieren müssen, um die an den übrigen eingespannten Rändern ebenfalls sinusförmig angreifenden Momente zu erhalten. Die zur Randsteifigkeit  $K_9$  gehörenden Uebertragungsfaktoren  $\mu$  und  $\mu'$  der Platte b (Bilder 4 bis 6) erhalten wir ebenfalls aus der Auflösung des Gleichungssystemes. Es gilt:

$$\mu = \frac{X_1}{K} = \frac{\beta'_1 (\alpha'_2 + \beta'_2) - 2 \epsilon'_1 \epsilon'_2}{\alpha'_1 (\alpha'_2 + \beta'_2) - 2 \epsilon'_1 \epsilon'_2}$$

$$\mu' = \frac{X_2}{K} = \frac{\epsilon'_1 (\alpha'_1 - \beta'_1)}{\alpha'_1 (\alpha'_2 + \beta'_2) - 2 \epsilon'_1 \epsilon'_2}$$

Für die Randsteifigkeit  $\bar{K}_2$  der Platte a (Bild 4) treten keine Uebertragungsfaktoren auf, da alle übrigen Plattenränder frei drehbar gelagert sind. Auf analoge Weise lassen sich für alle Plattenarten die Randsteifigkeiten und Uebertragungsfaktoren berechnen. Für die Seitenverhältnisse  $l_y/l_x = 1 \div 2$  können diese Werte direkt aus Tafel I entnommen werden. Die Dimension der Randsteifigkeiten ist  $mt/m = t$ , die Uebertragungsfaktoren sind naturgemäss dimensionslos.

2.33 Randsteifigkeiten und Uebertragungsfaktoren bei Symmetrie und Antimetrie.

Die Berechnung der Werte  $K$ ,  $\mu$  und  $\mu'$  wird prinzipiell auf dieselbe Art durchgeführt, lediglich sind bei Symmetrie beidseitig der Symmetrie-Axe zwei gleichgerichtete und bei Antimetrie zwei entgegengesetzt gleiche Randmomente  $K$  einzuführen. Die Werte sind in Tafel II zusammengestellt. Bei antimetrischer Belastung erhalten wir für die langen Seiten der Plattenarten 5, 7 und 9 einerseits und für die kurzen Seiten der Plattenarten 6, 8 und 9 andererseits stets dieselben Randsteifigkeiten, da die beiden entgegengesetzt gleichen Randmomente  $K$  an den übrigen beiden Plattenrändern Momente erzeugen, die sich gegenseitig aufheben, so dass diese Ränder stets wie frei drehbare Auflager wirken.

2.34 Randsteifigkeiten und Uebertragungsfaktoren im Grenzfall  $l_y/l_x = \infty$ .

Bei Platten mit grossen Seitenverhältnissen  $l_y/l_x$  stimmt die Annahme sinusförmiger Randmomente nicht mehr, da die Einspannmomente längs den langen Rändern — gleichmässig verteilte Belastung vorausgesetzt — konstant sind. Trotzdem versuchen wir im folgenden auch für solche Fälle die  $K$ -Werte,  $\mu$  und  $\mu'$ -Faktoren näherungsweise zu berechnen,

um die Methode für alle in der Praxis vorkommenden Fälle benützen zu können. Bilden wir die Grenzwerte der  $K$ -Werte, so entstehen für die langen Seiten die Steifigkeiten des Balkens, da das Moment  $K \cdot \sin \pi y/l_y$  für unendlich grosses  $l_y$  im Randmittelpunkt konstant verläuft. In diesem Fall liefert die Methode die richtigen Randsteifigkeiten.

Für die kurzen Seiten entstehen stets die Randsteifigkeiten der Plattenart 3. Der Grund liegt darin, dass die sinusförmig an den beiden unendlich langen Rändern angreifenden Einspannmomente im endlichen Nachbarbereich der kurzen Seite verschwinden. Die langen Ränder wirken folglich stets als frei aufliegende Ränder. In Wirklichkeit hängt jedoch die Steifigkeit des kurzen Randes bei grossem Seitenverhältnis  $l_y/l_x$  erst recht nur vom Einspannverhältnis der angrenzenden langen Ränder ab. Näherungsweise setzen wir in diesen Fällen die Randsteifigkeiten für  $l_y/l_x = 2$  ein. Betrachten wir den Verlauf der Randsteifigkeiten der kurzen Seite bei Plattenart 3 (Tafel I), so fällt auf, dass diese für Verhältnisse  $l_y/l_x = 2$  und  $l_y/l_x = \infty$  praktisch den gleichen Wert haben. Daraus kann gefolgert werden, dass die übrigen Randsteifigkeiten der kurzen Seite sich analog verhalten und somit die getroffene Näherung im Rahmen dieser genäherten Berechnungsweise zulässig ist.

Die Annahme sinusförmiger Randmomente ergibt für die Uebertragungsfaktoren  $\mu$  und  $\mu'$  in analoger Weise z. T. die richtigen Werte, z. T. Widersprüche. Um diese zu vermeiden, setzen wir in solchen Fällen ebenfalls die Werte  $\mu$  und  $\mu'$  ein, die dem Verhältnis  $l_y/l_x = 2$  entsprechen. Zu bemerken ist noch, dass wir bei symmetrischen Platten im Grenzfall  $l_y/l_x = \infty$  für die kurzen Seiten die Randsteifigkeiten der Tafel I erhalten, da die Momente  $K \cdot \sin \pi x/l_x$  einander nicht mehr beeinflussen. Folglich treten bei antimetrischer Belastung für die Randsteifigkeiten  $K_6, K_8, K_9$  drei verschiedene Werte auf (siehe Tafel II).

2.4 Vorzeichenregelung

Betrachten wir die Platten in Blickrichtung A und B (Bild 7), so gilt die übliche Vorzeichenregelung des Cross-Verfahrens sowohl für die Randmomente wie auch für die Uebertragungsfaktoren  $\mu$ , die folglich stets positiv sind. Bild 7 enthält ferner die Vorzeichen der Einspannmomente einer gleichmässig belasteten, eingespannten Rechteckplatte mit dem Drehsinn der durch die angreifenden Randmomente bewirkten Raddrehungen.

Durch die getroffene Vorzeichenregelung sind die Vorzeichen der Faktoren  $\mu'$  ebenfalls bestimmt. Diese werden zum Teil negativ, während beim Cross-Verfahren der Balkenstatik nur positive Uebertragungsfaktoren auftreten. In Bild 8 sind die Vorzeichen der Faktoren  $\mu$  und  $\mu'$  dargestellt.

2.5 Feldmomente in Plattenmitte infolge von Randmomenten

$\mu_x, \mu_y$  = Momenteneinflusszahlen bei Momentenangriff am kurzen Rand  
 $\bar{\mu}_x, \bar{\mu}_y$  = Momenteneinflusszahlen bei Momentenangriff am langen Rand

Im vorliegenden Fall (Bild 9) betragen die Feldmomente im Punkt 1:

$$m_x = \mu_x \cdot m$$

$$m_y = \mu_y \cdot m$$

Für die Faktoren  $\mu_x$  und  $\mu_y$  bestehen geschlossene Ausdrücke. Sie sind der Vollständigkeit halber hier angegeben:

$$\mu_x = v \cdot \frac{\sin \beta/2}{\sin \beta} + (1 - v) \cdot \frac{\beta}{2} \cdot \sin \frac{\beta}{2} \cdot \frac{\cos \beta - 1}{\cos 2\beta - 1}$$

$$\beta = \frac{\pi \cdot b}{a}$$

$$\mu_y = \frac{\sin \beta/2}{\sin \beta} - (1 - v) \cdot \frac{\beta}{2} \cdot \sin \frac{\beta}{2} \cdot \frac{\cos \beta - 1}{\cos 2\beta - 1}$$

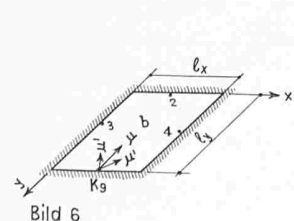


Bild 6

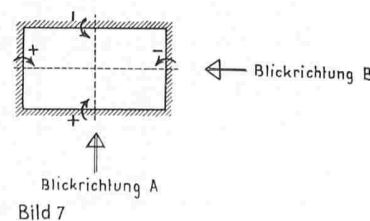


Bild 7

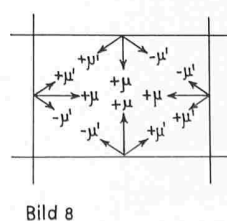


Bild 8

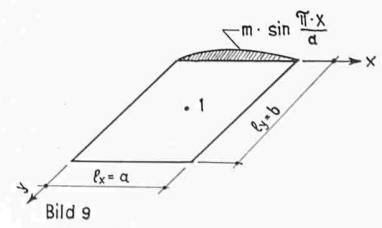
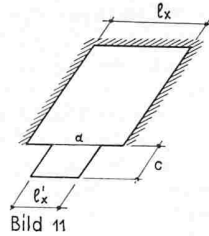
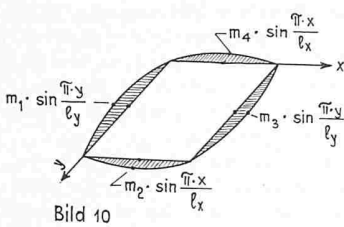


Bild 9





Diese Faktoren können für  $\nu = 0$  (Beton) und  $\nu = 0,30$  (Stahl) direkt der Tafel III entnommen werden. Für beliebige Querdehnungszahl  $\nu$  gilt:

$$\mu_x^\nu = \mu_x^{\nu=0} + \nu \mu_y^{\nu=0}$$

$$\mu_y^\nu = \nu \mu_x^{\nu=0} + \mu_y^{\nu=0}$$

Greifen an einer frei aufliegenden Platte (Bild 10) die vier Randmomente  $m_1, m_2, m_3, m_4$  an, so betragen die Feldmomente in Plattenmitte:

$$m_x = (m_1 + m_3) \bar{\mu}_x + (m_2 + m_4) \mu_x$$

$$m_y = (m_1 + m_3) \bar{\mu}_y + (m_2 + m_4) \mu_y$$

2.6 Feldmomente der elastisch eingespannten Rechteckplatte

Es empfiehlt sich für die Berechnung der Feldmomente nicht von der frei aufliegenden Platte, sondern von der an den Kontinuitätsrändern total eingespannten Platte auszugehen. Dadurch erreichen wir, dass die Feldmomente viel unempfindlicher auf die Genauigkeit der Bestimmung der Randmomente sind. Wir berechnen also zuerst die Feldmomente der total eingespannten Platte und addieren dazu noch die zusätzlichen Feldmomente, herrührend aus den Differenzmomenten zwischen Volleinspannmomenten und ausgeglichenen Randmomenten. Diese zusätzlichen Feldmomente sind meistens sehr klein. Wie beim normalen Cross-Verfahren verwenden wir zur Bestimmung der Feldmomente die in der Statik übliche Vorzeichenregelung. So ergeben Differenzmomente, die die Plattenrandeinspannung verkleinern, positive zusätzliche Feldmomente.

2.7 Kragplatten

Kragplatten, wie Balkone, Rampen, Vordächer etc. können ebenfalls in die Berechnung miteinbezogen werden. Wir ermitteln das gesamte auf den Plattenrand wirkende Konsolmoment  $M$  und verwandeln es in ein sinusförmig angreifendes Moment

$$m \cdot \sin \frac{\pi x}{l_x}$$

Es gilt:

$$m = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{M}{l_x}$$

$l_y/l_x$	$\nu = 0$				$\nu = 0.30$				$l_y/l_x$
	$\bar{\mu}_x$	$\bar{\mu}_y$	$\mu_x$	$\mu_y$	$\bar{\mu}_x$	$\bar{\mu}_y$	$\mu_x$	$\mu_y$	
1,00	0,056	0,144	0,144	0,056	0,099	0,160	0,160	0,099	1,00
1,05	0,070	0,144	0,142	0,042	0,112	0,165	0,155	0,086	1,05
1,10	0,083	0,144	0,140	0,032	0,126	0,169	0,150	0,074	1,10
1,15	0,098	0,143	0,136	0,023	0,138	0,172	0,144	0,064	1,15
1,20	0,109	0,142	0,133	0,015	0,152	0,175	0,138	0,055	1,20
1,25	0,123	0,141	0,128	0,008	0,165	0,177	0,133	0,047	1,25
1,30	0,136	0,139	0,126	0,002	0,177	0,179	0,127	0,039	1,30
1,35	0,148	0,137	0,122	-0,004	0,188	0,181	0,122	0,033	1,35
1,40	0,161	0,135	0,118	-0,009	0,201	0,182	0,115	0,027	1,40
1,45	0,173	0,131	0,113	-0,012	0,212	0,183	0,110	0,023	1,45
1,50	0,185	0,128	0,109	-0,015	0,223	0,183	0,104	0,018	1,50
1,55	0,196	0,125	0,104	-0,017	0,233	0,184	0,099	0,014	1,55
1,60	0,207	0,122	0,100	-0,019	0,243	0,184	0,094	0,011	1,60
1,65	0,218	0,118	0,095	-0,021	0,252	0,184	0,089	0,008	1,65
1,70	0,228	0,115	0,091	-0,022	0,262	0,184	0,084	0,005	1,70
1,75	0,238	0,112	0,087	-0,024	0,270	0,183	0,080	0,003	1,75
1,80	0,247	0,109	0,084	-0,025	0,279	0,183	0,076	0,000	1,80
1,85	0,256	0,106	0,079	-0,025	0,287	0,182	0,071	-0,001	1,85
1,90	0,264	0,103	0,075	-0,025	0,295	0,182	0,067	-0,002	1,90
1,95	0,272	0,100	0,071	-0,024	0,302	0,181	0,064	-0,003	1,95
2,00	0,280	0,097	0,068	-0,024	0,310	0,181	0,060	-0,004	2,00
$\infty$	0,500	0	0	0	0,500	0,180	0	0	$\infty$

Tafel III: Einflusszahlen  $\mu_x$  und  $\mu_y$  für die Feldmomente in Plattenmitte der frei aufliegenden rechteckigen Platte bei sinusförmig angreifenden Randmomenten

Bei Kragplatten mit gleichmässig verteilter Belastung  $p$  errechnet sich das Randmoment  $m$  zu:

$$m = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{l_x'}{l_x} \cdot p c^2$$

Mit den Uebertragungsfaktoren  $\mu$  und  $\mu'$  (nach Tafel I für Plattenart  $a$  eingespannt [Bild 11]) lassen sich die Volleinspannmomente an den übrigen Rändern bestimmen. Für den Momentenausgleich ist der Plattenrand  $a$  als gelenkig gelagert zu betrachten, da er nur das Kragmoment  $M$  aufnehmen kann.

2.8 Berechnungsgang

Nachdem wir sämtliche Hilfsgrößen ermittelt haben, gestaltet sich die Berechnung durchlaufender Platten wie folgt:

1. Berechnung der Randsteifigkeiten und Uebertragungsfaktoren nach Tafel I oder II und Bestimmung der Verteilzahlen für die Ausgleichsmomente.
2. Bestimmung der Randmomente (Volleinspannmomente) und Feldmomente unter der Annahme, dass alle Kontinuitätsränder total eingespannt sind. Für die Berechnung dieser Momente bestehen Tabellen, so u. a. von Marcus, Dischinger, S. Timoshenko und F. Czerny (siehe Literaturnachweis).
3. Ausgleich der Volleinspannmomente.
4. Berechnung der Differenzmomente zwischen Volleinspannmomenten und ausgeglichenen Randmomenten.
5. Bestimmung der effektiven Feldmomente als Summe der Feldmomente bei totaler Randeinspannung und der Zusatzmomente in Feldmitte infolge der Differenzmomente (Momentenfortleitungszahlen  $\mu_x, \mu_y$  und  $\bar{\mu}_x, \bar{\mu}_y$  nach Tafel III). Um die Grenzwerte der Feld- und Randmomente zu erhalten, ist die Berechnung für verschiedene Belastungsfälle durchzuführen.

3. Berechnungsbeispiel

Wir betrachten die Vierfeldplatte, Bild 12. Platte  $a$  sei 20 cm, die Platten  $b, c$  und  $d$  16 cm stark. Die Platten  $b$  und  $d$  seien längs den Aussenrändern 5 und 6 total eingespannt.

3.1 Plattensteifigkeiten

Platte  $a$   $\underline{N} = \frac{E \cdot 20^3}{12(1-\nu^2)} \sim 2,0^3 = 8,00$

Platten  $b, c$  und  $d$   $\underline{N} = \frac{E \cdot 16^3}{12(1-\nu^2)} \sim 1,6^3 = 4,09$

3.2 Randsteifigkeiten und Uebertragungsfaktoren

Die  $K$ -Werte,  $\mu$  und  $\mu'$ -Faktoren erhalten wir aus Tafel I wie folgt:

Platte  $a$ : Plattenart 4 mit  $\frac{l_y}{l_x} = \frac{10,8}{10,8} = 1,0$  und  $N \sim 8,00$

Rand 1,2:  $\underline{K} = K_4 = \bar{K}_4 = 7,01$   $\underline{N} \sim 7,01$   $\frac{8,00}{10,80} = 5,20$   $\mu = 0$   $\mu' = 0,293$

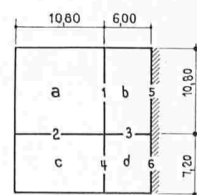


Bild 12

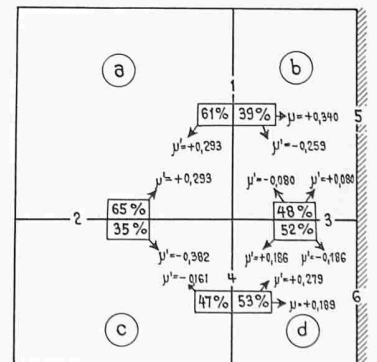


Bild 13

Platte b: Plattenart 7 mit  $\frac{l_y}{l_x} = \frac{10,8}{6,0} = 1,8$  und  $N \sim 4,09$

Rand 1:  $\underline{K} = \overline{K}_7 = 4,93 \frac{N}{l_x} \sim 4,93 \frac{4,09}{6,00} = 3,36 \quad \mu = 0,340$   
 $\mu' = 0,259$

Rand 3:  $\underline{K} = \overline{K}_7 = 6,71 \frac{N}{l_x} \sim 6,71 \frac{4,09}{6,00} = 4,58 \quad \mu = 0$   
 $\mu' = 0,080$

Platte c: Plattenart 4 mit  $\frac{l_y}{l_x} = \frac{10,8}{7,2} = 1,5$  und  $N \sim 4,09$

Rand 2:  $\underline{K} = \overline{K}_4 = 4,97 \frac{N}{l_x} \sim 4,97 \frac{4,09}{7,20} = 2,83 \quad \mu = 0$   
 $\mu' = 0,382$

Rand 4:  $\underline{K} = \overline{K}_4 = 6,70 \frac{N}{l_x} \sim 6,70 \frac{4,09}{7,20} = 3,81 \quad \mu = 0$   
 $\mu' = 0,161$

Platte d: Plattenart 7 mit  $\frac{l_y}{l_x} = \frac{7,2}{6,0} = 1,2$  und  $N \sim 4,09$

Rand 3:  $\underline{K} = \overline{K}_7 = 7,25 \frac{N}{l_x} \sim 7,25 \frac{4,09}{6,00} = 4,95 \quad \mu = 0$   
 $\mu' = 0,186$

Rand 4:  $\underline{K} = \overline{K}_7 = 6,19 \frac{N}{l_x} \sim 6,19 \frac{4,09}{6,00} = 4,21 \quad \mu = 0,189$   
 $\mu' = 0,279$

3.3 Verteilung der Ausgleichsmomente

Die Verteilung der Ausgleichsmomente erfolgt im Verhältnis der Randsteifigkeiten. Es entfallen

am Rand 1 auf Platte a:  $\frac{5,20}{5,20 + 3,36} 100 = 61 \%$

auf Platte b:  $\frac{3,36}{5,20 + 3,36} 100 = 39 \%$

am Rand 2 auf Platte a:  $\frac{5,20}{5,20 + 2,83} 100 = 65 \%$

auf Platte c:  $\frac{2,83}{5,20 + 2,83} 100 = 35 \%$

am Rand 3 auf Platte b:  $\frac{4,58}{4,58 + 4,95} 100 = 48 \%$

auf Platte d:  $\frac{4,95}{4,58 + 4,95} 100 = 52 \%$

am Rand 4 auf Platte c:  $\frac{3,81}{3,81 + 4,21} 100 = 47 \%$

auf Platte d:  $\frac{4,21}{3,81 + 4,21} 100 = 52 \%$

Bild 13 zeigt das Schema der Verteilzahlen und Uebertragungsfaktoren mit den nach Bild 8 bestimmten Vorzeichen für die Werte  $\mu$  und  $\mu'$ .

3.4 Volleinspannmomente

Wir denken uns Platte a mit 1 t/m<sup>2</sup> belastet. Die Felder b, c und d seien unbelastet. Die Volleinspannmomente betragen nach Dischinger (siehe Literaturverzeichnis) an den Rändern 1 und 2  $m_1 = m_2 = \frac{1}{16} \cdot 1 \cdot 10,8^2 = 7,25$  t. Laut Bild 7 wird das Volleinspannmoment am Rand 1 negativ, dasjenige am Rand 2 jedoch positiv.

3.5 Momentenausgleich

Bild 14 zeigt den Momentenausgleich nach Cross. Der Reihe nach wurden die Ränder 1, 2, 4, 3, 1, 2, 4, 3, 1, 2 und 4 ausgeglichen.

Nach den in der Statik allgemein üblichen Vorzeichen betragen die ausgeglichenen Randmomente somit:

$m_1 = -3,49$  t       $m_4 = +0,57$  t  
 $m_2 = -3,03$  t       $m_5 = +1,22$  t  
 $m_3 = +0,38$  t       $m_6 = -0,23$  t

3.6 Feldmomente

Feld a: Wir gehen von der an den Rändern 1 und 2 total eingespannten Platte aus. Nach den Tabellen von Dischinger betragen die Feldmomente:

$m_x = m_y = \frac{1}{37,2} \cdot 1 \cdot 10,8^2 = 3,13$  t

Die Differenzmomente sind:

für Rand 1:  $\Delta m_1 = 7,25 - 3,49 = 3,76$  t

für Rand 2:  $\Delta m_2 = 7,25 - 3,03 = 4,22$  t

Mit den Momenteneinflusszahlen der Tafel III für Plattenart 4 mit  $l_y/l_x = 1$  und  $\nu = 0$  errechnen sich die Feldmomente der elastisch eingespannten Platte a zu: (x - Axe || Rand 2 angenommen)

$m_x = 3,13 + 3,76 \cdot 0,056 + 4,22 \cdot 0,144 = 3,13 + 0,21 + 0,61 = 3,95$  t

$m_y = 3,13 + 3,76 \cdot 0,144 + 4,22 \cdot 0,056 = 3,13 + 0,54 + 0,23 = 3,90$  t

Feld b: Da die Platte b unbelastet ist, sind die Feldmomente in Plattenmitte lediglich von den Randmomenten der Ränder 1, 3 und 5 abhängig. Nach Tafel III für Plattenart 7 mit  $l_y/l_x = 1,8$  ergibt sich:

$m_x = (-3,49 + 1,22) \cdot 0,247 + 0,38 \cdot 0,084 = -0,56 + 0,03 = -0,53$  t

$m_y = (-3,49 + 1,22) \cdot 0,109 - 0,38 \cdot 0,025 = -0,25 - 0,01 = -0,26$  t

Feld c, d: Analog erhalten wir für

Feld c: ( $l_y/l_x = 1,5$ )

$m_x = -3,03 \cdot 0,185 + 0,57 \cdot 0,109 = -0,56 + 0,06 = -0,50$  t

$m_y = -3,03 \cdot 0,128 - 0,57 \cdot 0,015 = -0,39 - 0,01 = -0,40$  t

Feld d: ( $l_y/l_x = 1,2$ )

$m_x = (+0,57 - 0,23) \cdot 0,109 + 0,38 \cdot 0,133 = +0,04 + 0,05$

$= +0,09$  t

$m_y = (+0,57 - 0,23) \cdot 0,142 + 0,38 \cdot 0,015 = +0,05 + 0,01$

$= +0,06$  t

4. Vereinfachte Anwendung der Methode

Wie das berechnete Beispiel zeigt, geht der Momentenausgleich dank den geringen Uebertragungsfaktoren viel rascher vor sich als dies beim Durchlaufträger der Fall ist. Eine Vereinfachung der Iteration können wir dadurch erreichen, dass wir von Anfang an Uebertragungsfaktoren, die eine gewisse Grösse (z. B. 0,100) nicht überschreiten, vernachlässigen. Ferner genügt es in vielen Fällen, den Momentenausgleich nur auf die der belasteten Platte benachbarten Felder auszudehnen. Bei untergeordneten Platten, wie z. B. Wohnhausdecken mit geringen Spannweiten, können wir noch einen Schritt weitergehen und lediglich die an einem Rande angreifenden Volleinspannmomente einmal ausgleichen, wobei wir auf die Fortleitung der Ausgleichsmomente verzichten. Die dabei auftretenden Fehler werden nicht sehr gross sein, insbesondere auch, weil bei solchen Decken die Nutzlast nur einen geringen Teil der Gesamtbelastung ausmacht.

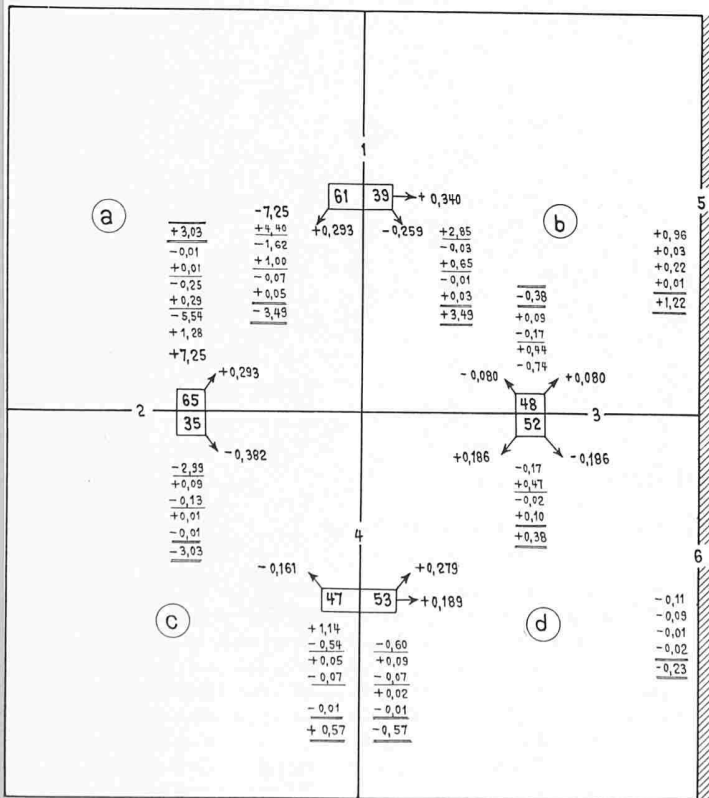


Bild 14

5. Verwendung der Methode für beliebige Belastungen

Das vorliegende Berechnungsverfahren kann auch für Einzellasten verwendet werden, sofern die Seitenverhältnisse  $l_y/l_x$  der Platten nicht grösser als etwa 1,6 sind. Bei grösseren Seitenverhältnissen ist die Abweichung der Einspannmomente von einer Sinushalbwellen so stark, dass in der Bestimmung der Randmomente untragbar grosse Fehler entstehen. Die Methode ist jedoch nur dann vorteilhaft, wenn zur Bestimmung der Volleinspannmomente und Feldmomente Einflussflächen zur Verfügung stehen.

Adresse des Verfassers: W. Brunner, Dipl. Ing. ETH, Schöneggstrasse 42, Dietikon.

Literaturnachweis

G. Fischer, Beitrag zur Berechnung kreuzweise gespannter Fahrbahnplatten im Stahlbrückenbau. Berlin: Wilhelm Ernst & Sohn, 1952.  
 H. Bleich, Berechnung kreuzweise bewehrter Eisenbetonplatten bei beliebiger Stellung der Verkehrslasten. «Beton und Eisen» 36 (1937).  
 F. Dischinger, Kritische Betrachtungen zu den deutschen Bestimmungen für die Berechnung der Trägerroste kreuzweise gespannter Platten und Vorschläge für eine neue Berechnungsweise «Beton und Eisen» 1942.  
 K. Girkmann, Flächentragwerke, Wien: Springer-Verlag, 1954.  
 S. Timoshenko, Theory of Plates and Shells, New York und London: McGraw-Hill Book Comp. 1940.  
 H. Marcus, Die Theorie elastischer Gewebe und ihre Anwendung auf die Berechnung biegsamer Platten, Berlin 1924.  
 F. Czerny, Tafeln für gleichmässig vorbelastete Rechteckplatten. «Bautechnik-Archiv» 1955, Heft 11, Verlag W. Ernst & Sohn, Berlin.

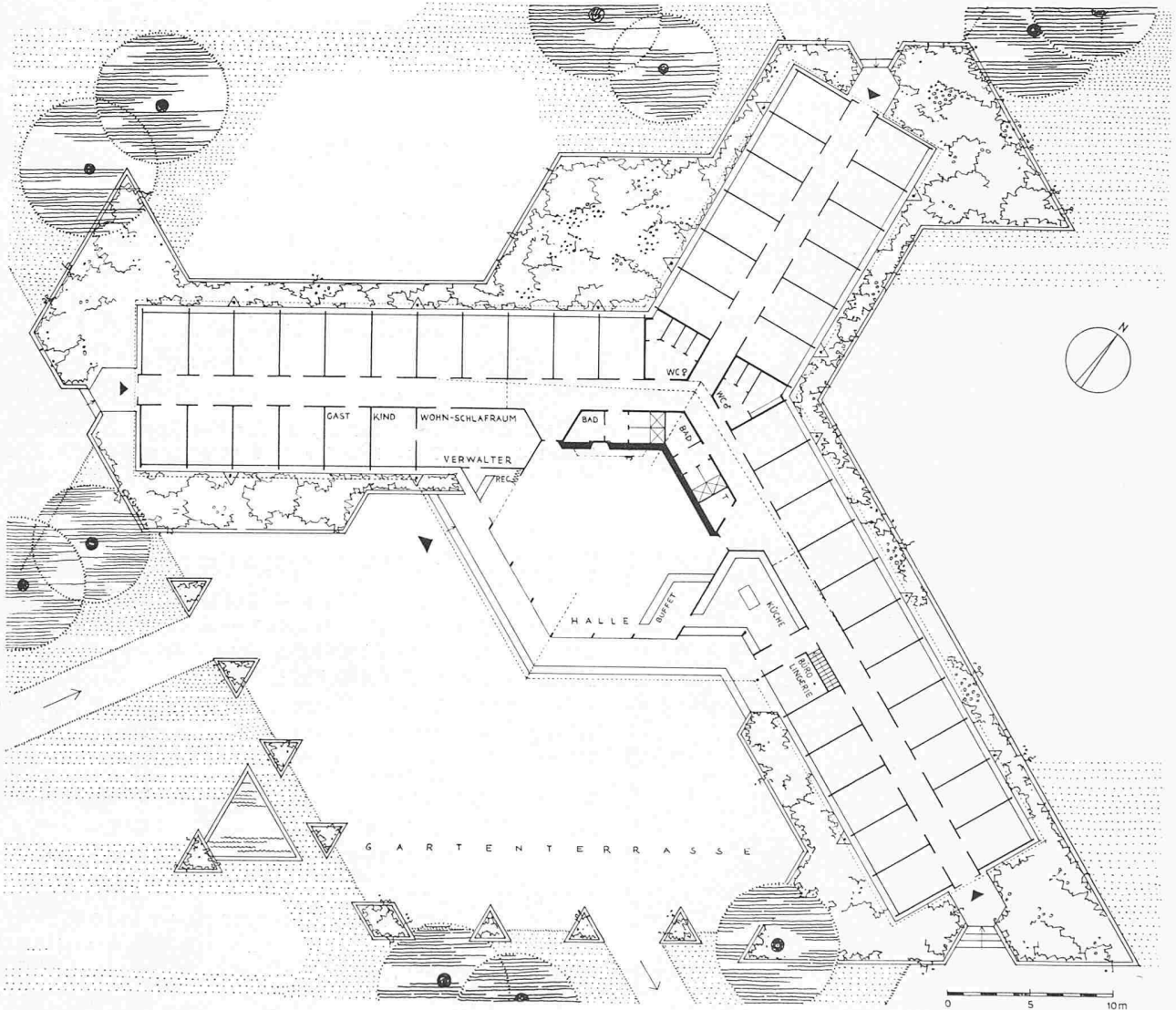


Bild 1. Grundriss, Masstab 1:400, Umgebung nicht nach Plan ausgeführt

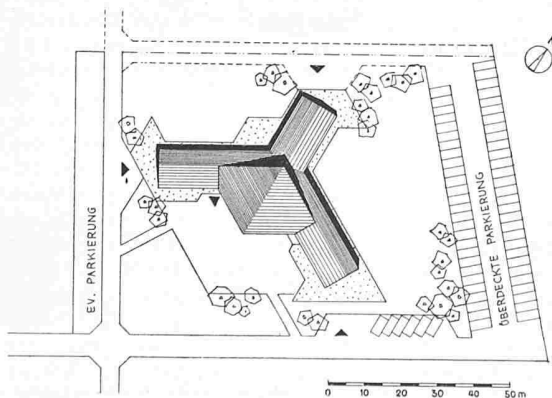


Bild 2. Lageplan, Masstab 1:2000

«Motel» in Losone

Architekt Herbert Osterwald, Zürich

DK 728.52

Das hier abgebildete Hotel wurde in der «Sie und Er» vom 6. Oktober 1955 dargestellt. In jener Publikation liess sich ein Herr Karl Glaus als Projektverfasser, Architekt und Inhaber dieser neuzeitlichen Gaststätte feiern. In der Tat ist aber Arch. H. Osterwald Urheber des Entwurfes, was wohl am augenfälligsten mit den Bildern 3 und 4 bewiesen wird, die das Modell des Architekten und den ausgeführten Bau aus der gleichen Perspektive zeigen. Arch. Osterwald hatte aus eigener Initiative auf Grund des Bauprogrammes des Bauherrn (Mot Hotel AG. Luzern) einen Entwurf ver-