Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 79 (1961)

Heft: 46

Artikel: Der thermodynamische Mittelwert der Temperatur und der Wirkungsgrad von Kaltgasmaschinen

Autor: Grassmann, P.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-65624

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 14.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Der thermodynamische Mittelwert der Temperatur und der Wirkungsgrad von Kaltgasmaschinen

DK 526.74:621.573

Von Prof. Dr. **P. Grassmann**, ETH, Zürich

1. Thermodynamischer Mittelwert der Temperatur

Bei der Kaltdampfmaschine fällt praktisch die gesamte Kälteleistung Q_0 bei einer bestimmten Temperatur — der Verdampfungstemperatur des Kältemittels im Verdampfer — an. Dagegen liefert die Kaltgasmaschine, bei der entweder in einer Kolbenmaschine oder einer Turbine ein geeignetes Gas unter Leistung äusserer Arbeit entspannt wird, die verfügbare Kälte über einen breiten Temperaturbereich. Um beide Maschinentypen miteinander zu vergleichen, ist es deshalb zweckmässig, auch die Kälteleistung der Kaltgasmaschine auf eine zweckmässig gewählte Mitteltemperatur T_m zu beziehen. Diese ist in folgender Weise zu definieren [1], [2]: Um innerhalb eines Temperaturbereiches von T' bis T_0 die gesamte Kältemenge $Q = \int dQ$ zu erzeugen, ist bei der Umgebungstemperatur T_U die reversible Arbeit

$$A_{rev} = \int_Q \frac{T_U - T}{T}\, dQ$$

erforderlich. Dabei bedeutet das Zeichen Q unter dem Integral, dass über die gesamte im Temperaturbereich T' bis T_0 (vgl. Bild 1) gelieferte Kältemenge zu integrieren ist.

Unter dem thermodynamischen Mittelwert der Temperatur versteht man diejenige Temperatur T_m, bei der die gleiche reversible Arbeit nötig ist, um die gesamte Kältemenge Q bereitzustellen. Sie ist also definiert durch die Gleichung

$$\frac{T_U - T_m}{T_m} \int_Q dQ = \int_Q \frac{T_U - T}{T}\, dQ.$$

Eine leichte Umformung ergibt

$$\frac{1}{T_m} \int dQ = \int \frac{dQ}{T}$$

oder mit dem Differential $dS = dQ/T$ der Entropie

$$(1) \qquad T_m = \frac{\int dQ}{\int dQ/T} = \frac{\int dQ}{\int dS}.$$

Wird nur Volumenarbeit geleistet, so gilt nach dem ersten Hauptsatz $dQ = dH - V\,dp$ (H = Enthalpie, V = Volumen). Da die Erwärmung des aus der Turbine mit der Temperatur T' austretenden Gases auf die Temperatur T_0 praktisch isobar erfolgt, darf hiefür auch geschrieben werden $dQ = dH$ bzw.

$$\int dQ = \int dH = H_0 - H'.$$

Setzen wir diesen Ausdruck in Gl. (1) ein und beziehen ihn auf 1 kg durchgesetzte Menge, so gilt

$$(2) \qquad T_m = \frac{h_0 - h'}{s_0 - s'}.$$

Dabei sind h_0, h', s_0 und s' Enthalpien bzw. Entropien im Zustand T_0 bzw. T'.

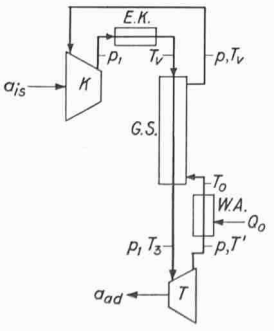

Bild 1. Geschlossener Kreislauf mit Expansionsturbine. K Kompressor, E. K. Endkühler, G. S. Gegenströmer, T Turbine, W. A. Wärmeaustauscher

Darf die spezifische Wärme c_p als konstant betrachtet werden, so lassen sich diese Ausdrücke umformen in

$$h_0 - h' = c_p\,(T_0 - T') \text{ und}$$

$$\int_{T'}^{T_0} dQ/T = c_p \int dT/T = c_p \ln (T_0/T').$$

Damit folgt an Stelle von (2)

$$(3) \qquad T_m = \frac{T_0 - T'}{\ln (T_0/T')}$$

Dieser Ausdruck ist formal gleich gebildet wie derjenige für die mittlere Temperaturdifferenz in einem Wärmeaustauscher, nur dass an Stelle der Temperatur*differenzen* an den beiden Enden des Austauschers die *absoluten* Temperaturen treten.

Es lässt sich leicht zeigen, dass bei adiabat-reversibler, d. h. isentroper Entspannung eines idealen Gases mit konstanter spezifischer Wärme die gleiche Arbeit a_{ad} zurückgewonnen wird wie bei isothermer Entspannung bei der thermodynamischen Mitteltemperatur T_m. Dabei ist natürlich ein gleiches Verhältnis des Anfangsdruckes p zum Enddruck p_1 vorausgesetzt. Es ist nämlich nach dem 1. Hauptsatz

$$a_{ad} = \Delta h = c_p\,(T_3 - T')$$

Die den beiden Temperaturen T_3 und T' entsprechende Mitteltemperatur T'_m ist analog zu Gl. (3) gegeben durch

$$T'_m = (T_3 - T') / \ln (T_3/T').$$

Setzt man den daraus folgenden Ausdruck von $T_3 - T'$ in den obigen Ausdruck für a_{ad} ein, so folgt

$$a_{ad} = c_p\, T'_m \ln (T_3/T').$$

Nach der häufig nicht ganz exakt als «Adiabatengleichung» bezeichneten Gleichung für die isentrope Expansion eines idealen Gases ist

$$(4) \qquad T_3/T' = (p/p_1)^{(c_p - c_v)/c_p}$$

Setzt man dies in den eben abgeleiteten Ausdruck für a_{ad} ein und berücksichtigt, dass die individuelle Gaskonstante $R = c_p - c_v$ ist [1]), so folgt [2])

(5)

$$a_{ad\,r} = a_s = c_p T'_m \frac{c_p - c_v}{c_p} \ln\left(\frac{p}{p_1}\right) = T'_m R \ln\left(\frac{p}{p_1}\right) = a_{is\,r}$$

Dies ist aber — wie zu beweisen war — dieselbe Arbeit a_{is}, die pro kg für die reversible isotherme Kompression eines Gases bei der Temperatur T'_m aufzuwenden ist.

2. Der verlustlose Kaltgaskreislauf

Mit Hilfe dieser Beziehung lässt sich leicht nachweisen, dass bei einem mit einem idealen Gas reversibel betriebenen Prozess nach Bild 1 die insgesamt aufgewendete Arbeit so gross ist, wie diejenige, die erforderlich wäre, um die Kältemenge Q_0 bei der Mitteltemperatur T_m zu erzeugen. Damit sich auch im Gegenströmer keine Irreversibilitäten ergeben, muss die Temperaturdifferenz zwischen den beiden ihre Wärme austauschenden Stoffströmen an allen Stellen gleich Null sein. Auch unter der Voraussetzung «unendlich grosser» Austauschflächen ist dies nur möglich, wenn die spezifischen Wärmen der beiden Stoffe nicht vom Druck

[1]) Es ist hiebei, wie auch im Folgenden, ein kohärentes Masssystem, z. B. das MKSA-System, vorausgesetzt.

[2]) Der zusätzliche Index r bedeutet hiebei, dass ein reversibler Prozess vorausgesetzt ist.

abhängen. Dies ist jedoch durch die Voraussetzung des idealen Gases gewährleistet. Es besitzt dann auch das entspannte Gas, das am kalten Ende in den Gegenströmer eintritt, die Temperatur $T_0 = T_3$. Daraus folgt $T_m = T'_m$. Da bei dem vorausgesetzten reversiblen Prozess auch die Druckabfälle im Gegenströmer und Endkühler Null sein müssen, sind die Druckverhältnisse von Kompressor und Entspannungsvorrichtung einander gleich.

Die pro kg durchgesetztes Gas vom Antriebsmotor zu leistende Arbeit a ist gleich der Differenz der für die Gaskompression benötigten und der bei der Expansion abgegebenen Arbeit. Damit folgt unter der Annahme einer isothermen Kompression bei $T = T_U$

$$a = a_{is} - a_{ad} = T_U R \ln\left(\frac{p}{p_1}\right) - T_m R \ln\left(\frac{p}{p_1}\right) = R \ln\left(\frac{p}{p_1}\right)(T_U - T_m)$$

Dieser Ausdruck lässt sich mit Hilfe von Gl. (4) leicht umformen in

$$a = c_p (T_U - T_m) \ln\left(\frac{T_0}{T'}\right)$$

Nach Gl. (3) lässt sich hiefür schreiben

$$(6) \qquad a = \frac{T_U - T_m}{T_m} c_p (T_0 - T') = \frac{T_U - T_m}{T_m} q_0$$

In dem zuletzt stehenden Ausdruck erkennt man die Arbeit a, die für die Bereitstellung der spezifischen Kältemenge q_0 mit Hilfe eines zwischen T_U und T_m spielenden Carnotprozesses erforderlich ist.

Damit ist für diesen Spezialfall gezeigt, dass unter der Voraussetzung eines reversiblen Wärmeaustausches der Kaltluftprozess — im Gegensatz zum Kaltdampfprozess — vollständig reversibel durchgeführt werden könnte. Die vom Motor aufzubringende Antriebsleistung ist so gross wie die Gesamtleistung vieler kleiner Carnotprozesse, die bei der von T' auf T_0 ansteigenden Temperatur die Kälteleistungen $dq = c_p\, dT$ liefern würden.

Unter Benützung von Gl. (5) lassen sich auch für den irreversiblen Fall die mit Kaltluftmaschinen erreichbaren Reversibilitätsgrade in Abhängigkeit von den Wirkungsgraden des Kompressors und der Entspannungsvorrichtung berechnen. Der Reversibilitätsgrad ist dabei das Verhältnis der tatsächlich erzielten Kälteleistung zur Kälteleistung des bei gleichen Temperaturen und mit gleicher Antriebsleistung arbeitenden vollständig reversiblen Prozesses [3]). Er stellt in diesem Fall eine sinnvolle Verallgemeinerung des auf den Carnotprozess bezogenen Wirkungsgrades η_c dar.

Wirkungsgrade von Gaskompressoren bezieht man im allgemeinen — besonders wenn es sich um höhere Drücke und mehrstufige Kompressoren handelt — auf die Isotherme. Der Wirkungsgrad η_{is} wird dementsprechend definiert als Verhältnis der für die reversible isotherme Kompression erforderlichen Leistung zur tatsächlich verbrauchten Leistung.

Bei der Definition des Wirkungsgrades von Entspannungsvorrichtungen geht man dagegen von der «Adiabate» aus. Man setzt dementsprechend (vgl. Bild 3)

$$(7) \qquad \eta_{ad} = \Delta h / \Delta h_s$$

Dabei ist Δh die tatsächlich erzielte Enthalpieabnahme und Δh_s die ideale, die sich ergibt, wenn man vom Ausgangspunkt der Entspannung längs einer Isentropen in Richtung abnehmenden Druckes — im h, s-Diagramm nach Mollier also senkrecht nach abwärts — geht, bis man die Isobare des Enddruckes erreicht.

In Uebereinstimmung mit der früher gegebenen Definition kann man den Reversibilitätsgrad auch als das Verhältnis der reversiblen Arbeit zur tatsächlich aufgewendeten Arbeit definieren. Die reversible Arbeit ist diejenige Arbeit, die bei reversibler Durchführung zum gleichen Ergebnis wie der vorliegende Prozess führen würde. In unserem Fall ist das Ergebnis des irreversiblen Prozesses die Bereitstellung der Kältemenge $\eta_{ad}\, c_p\, (T_0 - T')$ bei der mittleren nach Gl. (3) berechneten Temperatur T_m. Um sie in reversibler Weise, d. h. durch einen Carnotprozess zu erzeugen, benötigt man die Arbeit

$$(8) \qquad a_r = q_0 \frac{T_U - T_m}{T_m} = \eta_{ad}\, c_p\, (T_0 - T') \frac{T_U - T_m}{T_m}$$

Obwohl also die bei isentroper Entspannung sich ergebende Temperaturdifferenz $T_0 - T'$ wegen des von 1 verschiedenen Wirkungsgrades der Entspannungsvorrichtung sich auf $\eta_{ad}\, (T_0 - T')$ verkleinert, setzen wir doch voraus, dass die mittlere Temperatur T_m für beide Prozesse die selbe ist. Beim tatsächlichen Prozess liegt deshalb die Eintrittstemperatur in der Entspannungsvorrichtung etwas tiefer, die Austrittstemperatur etwas höher als bei isentroper Entspannung.

Die tatsächlich aufgewendete Arbeit ist die Differenz aus der Kompressorarbeit a_{is} und der von der Entspannungsvorrichtung zurückgewonnenen Arbeit a_{ad}. Für diese verwenden wir wieder Gl. (5) und erhalten als Arbeit pro kg durchgesetztes Gas

$$a = \frac{R\, T_U}{\eta_{is}} \ln\left(\frac{p}{p_1}\right) - \eta_{ad} R\, T_m \ln\left(\frac{p}{p_1}\right) = R \ln\left(\frac{p}{p_1}\right)\left(\frac{T_U}{\eta_{is}} - \eta_{ad}\, T_m\right)$$

$$(9) \qquad a = R \frac{c_p}{c_p - c_v} \ln\left(\frac{T_0}{T'}\right)\left(\frac{T_U}{\eta_{is}} - \eta_{ad}\, T_m\right) = c_p \ln\left(\frac{T_0}{T'}\right)\left(\frac{T_U}{\eta_{is}} - \eta_{ad}\, T_m\right)$$

Damit folgt mit Gl. (8) für den Reversibilitätsgrad des Gesamtprozesses

$$\eta \equiv \frac{a_r}{a} = \frac{\eta_{ad}\, c_p\, (T_0 - T')\, (T_U - T_m)/T_m}{c_p \ln\left(\frac{T_0}{T'}\right)\left(\frac{T_U}{\eta_{is}} - \eta_{ad}\, T_m\right)}$$

Dafür lässt sich nach Gl. (3) schreiben

$$(10) \qquad \eta = \eta_{ad} \frac{T_U - T_m}{T_U/\eta_{is} - \eta_{ad}\, T_m} = \eta_{ad}\, \eta_{is} \frac{1 - T_m/T_U}{1 - \eta_{ad}\, \eta_{is}\, T_m/T_U}$$

Unter den gemachten Voraussetzungen hängt also der Reversibilitätsgrad des mit einem idealen Gas betriebenen Gesamtprozesses *nur* von den beiden dimensionslosen Grössen T_m/T_U und $\eta_{ad} \cdot \eta_{is}$ ab (vgl. Bild 2). Er ist dagegen vom Druckverhältnis unabhängig. Bei kleinen Druckverhältnissen ist die Temperaturerniedrigung in der Entspannungsvorrichtung klein. Die gesamte gelieferte Kälte steht dann innerhalb eines engen Temperaturbereiches $T_0 - T'$ zur Verfügung. Umgekehrt lässt sich bei einem grossen

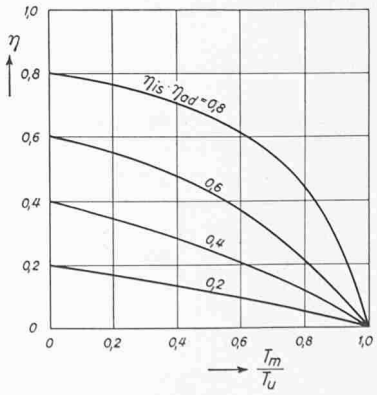

Bild 2. Reversibilität von Kaltgasprozessen nach Gl. (10)

3) Eine allgemeine Definition lässt sich mit Hilfe des Begriffes Exergie (= technische Arbeitsfähigkeit) gewinnen. Vgl dazu *M. Gouy* «J. Physique» II 8 (1889) S. 501/18; *F. Bosnjakovic*, Technische Thermodynamik Bd. II, 2. Aufl. 1950; *P. Grassmann*, «Chem.-Ing. Techn.» *22* (1950) S. 77/80, «Allgem. Wämetechnik» *2* (1951) S. 161/66, *9* (1959) S. 79/86, «Kältetechnik» *4* (1952) S. 52/57, und [2] § 2.8 bis 2.10 und 2.13; *K. Nesselmann*, «Allgem. Wärmetechnik» *3* (1952) S. 97/104 und *4* (1953) S. 141/47. Die Bezeichnung «Exergie» wurde von *Z. Rant* in «Forsch. Gebiete Ingenieurwesens» *22* (1956) Nr. 1 S. 36/7 vorgeschlagen.

Druckverhältnis ein weiter Temperaturbereich überspannen [4]).

3. Günstigste Anordnung der Turbinen bei mehrfacher Entspannung

Wird das Verhältnis T_m/T_U sehr klein, wie das z. B. für die Wasserstoff- und Heliumverflüssigung zutrifft, so ist es günstig, mehrere, bei verschiedenen Temperaturen arbeitende Entspannungsvorrichtungen vorzusehen. Wie sind diese aber am günstigsten über den gesamten überstrichenen Temperaturbereich zu verteilen?

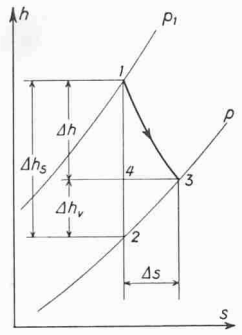

Bild 3. Darstellung einer Expansion unter Leistung äusserer Arbeit im h, s-Diagramm

Dazu sei zunächst untersucht, wie sich die Verluste in den Entspannungsvorrichtungen selbst auswirken. Nach der Gouy-Stodola-Gleichung ist die Verlustarbeit pro kg Gas gegeben durch $T_U \Delta s$. Dabei ist Δs die Entropiezunahme von Gas und Umgebung, die auf Grund der Irreversibilitäten des betreffenden Prozesses eintritt. Setzen wir voraus, dass die Entspannungsvorrichtungen adiabat arbeiten, die Entropiezunahme also nur durch Reibungsvorgänge in ihrem Innern gegeben ist, so ist Δs durch die Strecke 3—4 im Diagramm nach Bild 3 gegeben. Nun ist einerseits die verlorene Enthalpiedifferenz

$$\Delta h_V = \Delta h_s - \Delta h = \Delta h_s - \eta_{ad}\, \Delta h_s = \Delta h_s\, (1 - \eta_{ad})$$

anderseits [5])

$$\frac{\Delta h_V}{\Delta s} = \left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_{p \text{ zu bilden fuer } T = T''_m} = T''_m.$$

Dabei ist T''_m eine zwischen T_2 und T_3 liegende Temperatur. Aus diesen beiden Beziehungen folgt:

$$\Delta s = \Delta h_V / T''_m = \Delta h_s\, (1 - \eta_{ad})\, /\, T''_m$$

Nun ist aber $a_{ad\,r} = a_s = \Delta h_s$ und damit nach Gl. (5)

$$(11) \quad \Delta s = R \ln \left(\frac{p}{p_1}\right) (1 - \eta_{ad})\, \frac{T'_m}{T''_m}$$

Setzen wir voraus, dass η_{ad} von der Temperatur unabhängig ist, so hängt Δs und damit auch der Verlust in der Turbine nicht von der mittleren Temperatur der Entspannung, sondern nur vom Verhältnis der beiden Mitteltemperaturen T'_m und T''_m ab. Für $p > p_1$ ist auch T'_m/T''_m etwas, aber ausser bei $p >> p_1$ nicht viel grösser als 1. Solange wir nur die inneren Verluste in der Turbine betrachten, ist es also unter den gemachten Voraussetzungen ohne Einfluss, bei welcher Temperatur sie eingesetzt werden.

Die Sachlage ändert sich jedoch, sobald auch die Verluste in den Gegenströmern G. S. einer Anordnung nach Bild 4 mit in Betracht gezogen werden. Auch wenn diese Gegenströmer sehr reichlich bemessen werden, lässt es sich nämlich nicht vermeiden, dass am kalten Ende jedes einzelnen merkliche Temperaturdifferenzen auftreten und zwar aus folgenden Gründen:

1. Bei Gasverflüssigungsanlagen ist die rückströmende Gasmenge um den verflüssigten Gasanteil kleiner als die einströmende Gasmenge.
2. Die spezifische Wärme des einströmenden komprimierten Gases ist meist grösser als die des zurückströmenden entspannten Gases.
3. Ein Teil der im rückströmenden Gas verfügbaren Kälte wird durch die von aussen durch die Isolation zuströmende Wärme aufgezehrt.

[4]) Zu einigen Verfeinerungen der Rechnung und vor allem zur technischen Gestaltung der Entspannungsvorrichtungen (Kolbenmaschinen oder Turbinen) vgl. [3].

[5]) Das 2. Gleichheitszeichen folgt für p = const. aus der bekannten Gleichung $ds = (dh - v\, dp)/T$.

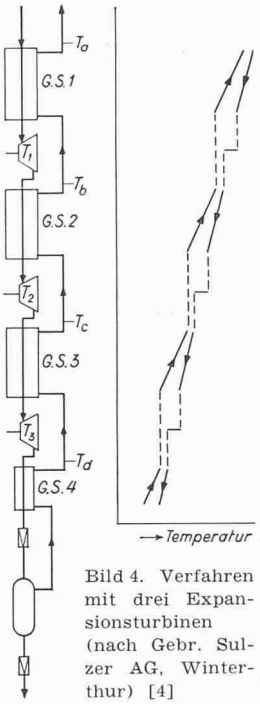

Bild 4. Verfahren mit drei Expansionsturbinen (nach Gebr. Sulzer AG, Winterthur) [4]

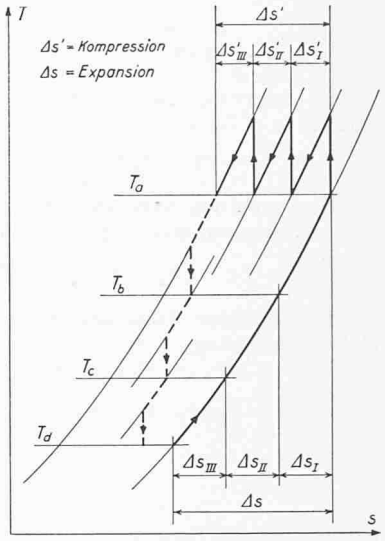

Bild 5. Mehrfache Entspannung und mehrfache Kompression im T, s-Diagramm

Alle drei Gründe führen dazu, dass die Temperatur des abzukühlenden einströmenden Gases weniger stark abnimmt als diejenige des rückströmenden kalten Gases zunimmt. (Ganz allgemein ist bei einem adiabaten Wärmeaustauscher die Temperaturdifferenz an demjenigen Ende am kleinsten, an dem das Medium mit der kleineren Wärmekapazität austritt.) Damit ergibt sich meist eine grosse Temperaturdifferenz am kalten Ende des Wärmeaustauschers.

Um die Verluste *im* Gegenströmer klein zu halten, müsste man jedoch den umgekehrten Verlauf anstreben [5]. Wird nämlich die Wärmemenge dQ von einem Gas mit der Temperatur T auf ein Gas mit der tieferen Temperatur T_2 übertragen, so verringert sich die Entropie des wärmeren Gases um dQ/T, während die des kälteren Gases um dQ/T_2 zunimmt. Die gesamte Entropiezunahme beträgt somit

$$(12) \quad dS = dQ\, (1/T_2 - 1/T) = \\ = dQ\, (T - T_2)/(TT_2) \approx dQ\, (T - T_2/T_2{}^2$$

Ausserdem ist aber die Mehrarbeit, die auf Grund dieser Irreversibilität geleistet werden muss, gegeben durch $T_U\, ds$ (T_U = Umgebungstemperatur). Um diese Mehrarbeit so klein wie möglich zu halten, muss also besonders am *kalten* Ende des Gegenströmers eine möglichst kleine Temperaturdifferenz angestrebt werden. Eine grosse Temperaturdifferenz am *warmen* Ende des Gegenströmers wirkt sich zwar bezüglich der Verluste im Gegenströmer weniger schädlich aus, bedingt jedoch einen gewissen Verlust auf Grund der zu kalt austretenden Luft. Dieser ist jedoch im allgemeinen klein gegenüber den Verlusten im Gegenströmer [5].

Der Rechnung legen wir das Schema nach Bild 4 unter folgenden vereinfachenden Annahmen zu Grunde:

1. die Wärmekapazitäten beider Gasströme sind unabhängig von der Temperatur;
2. an den warmen Enden der Gegenströmer hat das einströmende und das rückströmende Gas die selbe Temperatur ($\Delta T = 0$);
3. die Druckverluste in den Gegenströmern werden vernachlässigt.

Ist $C = \dot{m} c_p$ ($\dot{m}$ = Masse pro Zeiteinheit, c_p = spez. Wärme) die Wärmekapazität des einströmenden komprimierten Gases, C_2 diejenige des rückströmenden, so ergibt eine Wärmebilanz über einen kurzen Abschnitt des Gegenströmers

$$dQ = C\, dT = C_2\, dT_2$$

oder

$$d\,(T - T_2) = d\Delta T = (C_2/C - 1)\,dT_2\,.$$

Damit folgt für die Temperaturdifferenz zwischen beiden Gasen

$$\Delta T = -(1 - C_2/C)\,T_2 + \text{const.}$$

Unter Beachtung von Voraussetzung 2 folgt z. B. für den ersten Gegenströmer (vgl. Bild 5)

$$T - T_2 = (T_a - T_2)\,(1 - C_2/C).$$

Setzt man diesen Ausdruck in die unter Gl. (12) angegebene Näherungslösung, d. h. $dS \approx dQ\,(T - T_2/T_2^2$ ein, so folgt mit $dQ = C_2 dT_2$ die Beziehung

$$dS \approx \frac{C_2\,dT_2\,(T_a - T_2)\,(1 - C_2/C)}{T_2^2} = C_2\left(1 - \frac{C_2}{C}\right)\left[T_a\,\frac{dT_2}{T_2^2} - \frac{dT_2}{T_2}\right]$$

Die Integration von $T_2 = T_b$ bis $T_2 = T_a$ ergibt für die Entropiezunahme im I. Gegenströmer

$$\Delta S_{\mathrm{I}} = C_2\left(1 - \frac{C_2}{C}\right)\left[\frac{T_a}{T_b} - 1 - \ln\left(\frac{T_a}{T_b}\right)\right]$$

Entsprechend folgt für die Entropiezunahme im II. und III. Gegenströmer

$$\Delta S_{\mathrm{II}} = C_2\left(1 - \frac{C_2}{C}\right)\left[\frac{T_b}{T_c} - 1 - \ln\left(\frac{T_b}{T_c}\right)\right] \text{ bzw.}$$

$$\Delta S_{\mathrm{III}} = C_2\left(1 - \frac{C_2}{C}\right)\left[\frac{T_c}{T_d} - 1 - \ln\left(\frac{T_c}{T_d}\right)\right].$$

Damit die Verluste in den Wärmeaustauschern möglichst klein werden, müssen die Zwischentemperaturen T_b und T_c so gewählt werden, dass die gesamte Entropiezunahme

$$\Delta S = \Delta S_{\mathrm{I}} + \Delta S_{\mathrm{II}} + \Delta S_{\mathrm{III}} = C_2\left(1 - \frac{C_2}{C}\right)\left[\frac{T_a}{T_b} + \frac{T_b}{T_c} + \frac{T_c}{T_d} - 3 - \ln\left(\frac{T_a}{T_d}\right)\right]$$

zu einem Minimum wird. Dies ist der Fall, wenn sowohl

$$\left(\frac{\partial \Delta S}{\partial T_b}\right)_{T_c} = C_2\left(1 - \frac{C_2}{C}\right)\left(-\frac{T_a}{T_b^2} + \frac{1}{T_c}\right) = 0$$

wie auch

$$\left(\frac{\partial \Delta S}{\partial T_c}\right)_{T_b} = C_2\left(1 - \frac{C_2}{C}\right)\left(-\frac{T_b}{T_c^2} + \frac{1}{T_d}\right) = 0$$

werden. Aus der ersten Bedingung folgt

$$T_b = \sqrt{T_a\,T_c}, \text{ aus der zweiten } T_c = \sqrt{T_b\,T_d}$$

oder auch

$$(13) \qquad \frac{T_a}{T_b} = \frac{T_b}{T_c} = \frac{T_c}{T_d}$$

Wie erstmals von Nesselmann [6] erwähnt, sind die absoluten Temperaturen also möglichst so zu wählen, dass sie eine geometrische Reihe bilden. Natürlich erhöhen kleinere Abweichungen von diesem Bestwert — die z. B. durch konstruktive Gründe bedingt sein können — die Entropievergrösserung nur unwesentlich, da auch in der Nähe des Minimums $\partial \Delta S/\partial T$ sehr klein ist.

Nach Gl. (13) bilden die Logarithmen der absoluten Temperaturen eine arithmetische Reihe. Da bei konstanter spezifischer Wärme die Entropie längs einer Isobaren mit dem Logarithmus der Temperatur anwächst, kann man die geeignetsten Temperaturen für die Entspannung auch dadurch finden (Bild 5), dass man den gesamten Entropieunterschied Δs, der längs einer Isobaren gemessen dem gesamten Temperaturunterschied $T_a - T_d$ entspricht, in gleiche Teile Δs_{I}, Δs_{II} und Δs_{III} teilt.

Diese Verhältnisse weisen eine beachtliche Aehnlichkeit mit der mehrstufigen Verdichtung eines idealen Gases auf, wobei auch die Zwischendrücke p_b und p_c am günstigsten so gewählt werden, dass sie eine geometrische Reihe bilden. Dementsprechend lassen sich auch in diesem Falle die Zwischendrücke dadurch finden, dass man den gesamten längs einer Isothermen gemessenen Entropieunterschied Δs in gleiche Abschnitte teilt.

Verzeichnis der Bezeichnungen

A	Arbeit	J ≡ Joule ≡ Ws ≡ kg m² s⁻²
c_p	spez. Wärme bei konstantem Druck	J kg⁻¹ °K⁻¹
c_v	spez. Wärme bei konstantem Volumen	J kg⁻¹ °K⁻¹
H	Enthalpie	J
p	Druck	Nm⁻² ≡ kg m⁻¹ s⁻²
Q	Wärmemenge	J
R	individuelle Gaskonstante	J kg⁻¹ °K⁻¹
S	Entropie	J °K⁻¹
T	absolute Temperatur	°K
V	Volumen	m³
η	Wirkungsgrad bzw. Reversibilitätsverhältnis	

Um die den extensiven Grössen A, H, Q, S und V entsprechenden spezifischen, d. h. auf das kg bezogenen Grössen zu bezeichnen, sind jeweils die zugehörigen kleinen Buchstaben a, h, q, s und v verwendet.

Indizes

ad	adiabat	*r*	reversibel
is	isotherm	*s*	isentrop
m	Mittelwert	*U*	Umgebungszustand
		V	Verlust

Literaturangaben

[1] *K. Nesselmann,* Angewandte Thermodynamik, Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1950, S. 78.

[2] *P. Grassmann,* Physikalische Grundlagen der Chemie-Ingenieur-Technik, Verlag Sauerländer u. Co., Aarau und Frankfurt/M., 1961, § 2.6.

[3] *P. Grassmann,* Kaltluft und Kaltgasmaschinen, im Handbuch der Kältetechnik, herausgegeb. von R. Plank, Bd. V (in Bearbeitung).

[4] *J. Hänny,* «Schweiz. Archiv» *26* (1960), Nr. 3, S. 115—120, SBZ 78 (1960), Nr. 34 u. 35, S. 547 u. 564; «Kältetechnik» *9* (1957) S. 306—308.

[5] *P. Grassmann* u. *J. Kopp,* «Kältetechnik» *9* (1957) S. 306—308.

[6] *K. Nesselmann,* Arbeitssitzung der Arbeitsabteilung I des Deutschen Kältevereins 1956.

Aussprüche Eichelbergs

Hier muss ich mich als Ingenieur, d. h. als Partei bekennen, und ich gestehe: Nicht nur das gerade, ehrliche Sich-Auseinandersetzen mit den Widerständen der Natur hat es mir angetan, dieses saubere Entweder - Oder, wo sich ohne Halbheit täglich zeigt, was standhält und was auch mit Scheingründen nicht zu stützen ist.

Doch das ist es ja nicht, was die Vielen begeistert der Technik zuführte und was vor allem persönlichste schöpferische Kräfte in ihren Bannkreis zwingt. Und noch viel kürzer wäre es gesehen, wollte man das Faszinierende im technischen Schaffen nur im verfolgten Zweck suchen, oder im Herrengefühl überwundener materieller Widerstände, oder in der Befriedigung des scharfen Kopfes, des Intellektes, dieser obersten Instanz des Materiellen. Gewiss dürfen solche Triebfedern nicht übersehen werden; es hiesse aber tief das Mitreissende der Technik unterschätzen, wollte man in ihrem Schaffen das schöpferische Gestalten eines Geschauten, noch nicht Geformten übersehen.

Aus dem Vortrag: «Technik und Verantwortung», gehalten an der christlichen Studentenkonferenz in Aarau 1932. Kultur- und staatswissenschaftliche Schriften der ETH, Heft 6.