Zeitschrift: Schweizer Ingenieur und Architekt
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 99 (1981)
Heft: 43

Artikel: Verformungsberechnung von Tragwerken aus Stahl- und Spannbeton
Autor: Favre, Renaud
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-74573

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Verformungsberechnung von Tragwerken aus Stahl- und Spannbeton

Von Renaud Favre, Lausanne

Es wird ein allgemeingültiges, physikalisches Modell für die Verformungsberechnung von Tragwerken aus Stahl- und Spannbeton unter Biegebeanspruchung vorgestellt. Es wurde im Auftrag der CEB-Kommission V und im Hinblick auf eine Neufassung der Norm SIA 162 entwickelt. Damit können die Rissebildung und Langzeiteinflüsse (Kriechen und Schwinden) sauber erfasst werden. Die Berechnungen basieren auf den genau definierten Verformungen in den Stadien I (ungerissen) und II_0 (gerissen, ohne Beteiligung des Betons in der Zugzone). Der in dieser Arbeit zur Abschätzung der wirklichen Durchbiegung eingeführte Verteilfaktor ζ kann später ohne weiteres neueren Erkenntnissen angepasst werden. Für die praktische Anwendung wurden Diagramme erstellt, die eine rasche Abschätzung der zu erwartenden Kurz- und Langzeitdurchbiegungen erlauben.

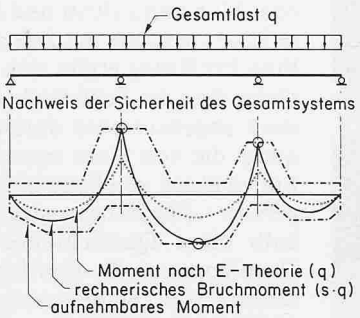
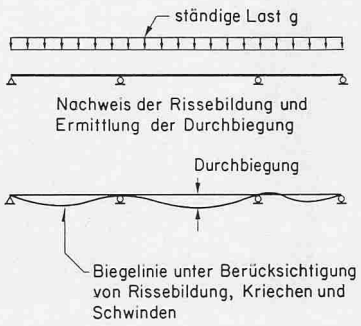
Un modèle physique général est présenté pour le calcul des déformations de structures en béton armé et précontraint sollicitées à la flexion. Il a été développé à la demande de la commission V du CEB et en vue de la nouvelle édition de la norme SIA 162. Il permet une prise en compte claire et nette des effets d'une fissuration, du fluage et retrait du béton. Il est basé sur les déformations dans le stade I (non fissuré) et II_0 (fissuré, sans participation du béton tendu). Le coefficient ζ à introduire pour cerner le comportement réel entre ces deux stades pourra sans autre être adapté à l'avenir à de nouvelles connaissances. Des diagrammes ont été établis pour les applications pratiques qui permettent une estimation rapide des flèches de courte et de longue durée.

A generalised, physical model has been developed to calculate deformations in both reinforced and prestressed concrete structures loaded in bending. This has been carried out at the request of CEB Commission V, and with a view to the new edition of the norme SIA 162. It takes into account clearly and completely the effects of cracking, creep and shrinkage of the concrete. The model is based on the strains in both states, state I (no cracking) and state II_0 (cracked, without participation of concrete in tension). In order to better define real behaviour between these two states a coefficient ζ has been introduced which may easily be adapted by new knowledge in the future. Design diagrams have been drawn up for practical applications, which permit a rapid estimation of both short and long term deflections.

Gebrauchs- und Tragfähigkeit

Eine klare und eindeutige Unterscheidung zwischen Gebrauchs- und Tragfähigkeit von Tragwerken wurde im Bauwesen erst vor einem oder zwei Jahrzehnten eingeführt. Deshalb ist sie von den in der Praxis tätigen Ingenieuren noch nicht restlos übernommen worden. Diese Unterscheidung führt zu einer getrennten Behandlung der Probleme des tatsächlich auftretenden Gebrauchszustandes und des zu vereitelnden Kollapses. Sie führt die Begriffe der *Grenzzustände der Tragfähigkeit* (Bruchmechanismus, Sprödbruch, Instabilität) und der *Grenzzustände der Gebrauchsfähigkeit* (Rissebildung, Verformungen, Dauerhaftigkeit, Dichtigkeit, Aussehen, Schwingungen) ein. Wohl können bisweilen Überschneidungen zwischen den beiden Grenzzuständen auftreten, z. B. wenn infolge zu grosser Rissweiten die Dauerhaftigkeit leidet und es demzufolge zum Einsturz kommt. Trotzdem müssen üblicherweise beide Arten der Grenzzustände getrennt untersucht und durch verschiedene Methoden erfasst werden.

Bild 1. Unterscheidung in Trag- und Gebrauchsfähigkeit

	Tragfähigkeit	Gebrauchsfähigkeit
Begriffe	Bruchsicherheit Verhalten unter rechnerischer Bruchlast Traggrenzzustände	Nutzung Verhalten unter Gebrauchslast Gebrauchsgrenzzustände
Beispiel		

Solchermassen *zweischneidige Probleme* trifft der Ingenieur nicht nur bei den Tragwerken an. So muss die Fahrgeschwindigkeit eines Eisenbahnzuges nicht nur wegen der Entgleisungsgefahr in Kurven beschränkt werden, sondern auch wegen des Fahrkomfortes. Auch bei Fundamenten werden die Abmessungen oft nicht durch eine ausreichende Sicherheit gegenüber Grundbruch, Kippen oder Gleiten gegeben, sondern durch die Begrenzung der Setzungen.

Wir wollen uns hier auf die Gebrauchsfähigkeit beschränken und insbesondere auf den Nachweis der Durchbiegungen von Tragwerken aus Stahl- und Spannbeton eingehen. Dabei ist es von Interesse festzustellen, dass der Gebrauchszustand vor allem durch *Langzeitvorgänge* beeinflusst wird, während kurzfristige Beanspruchungen oft eine untergeordnete und vernachlässigbare Rolle spielen. Der in der Praxis tätige Ingenieur wird deshalb mit Vorteil sein Augenmerk auf die Dauerlasten oder sehr oft auftretenden Lasten richten und den Einflüssen von Kriechen, Relaxation und Schwinden des Betons gebührend Rechnung tragen. In Bild 1 sind die obenstehenden Gedanken zum besseren Verständnis kurz zusammengefasst.

Rissebildung

Einfluss der Zeit

Risse können infolge direkter und/oder indirekter Einwirkungen auftreten. Unter *direkten* Einwirkungen versteht man die äusseren Lasten wie Eigenge-

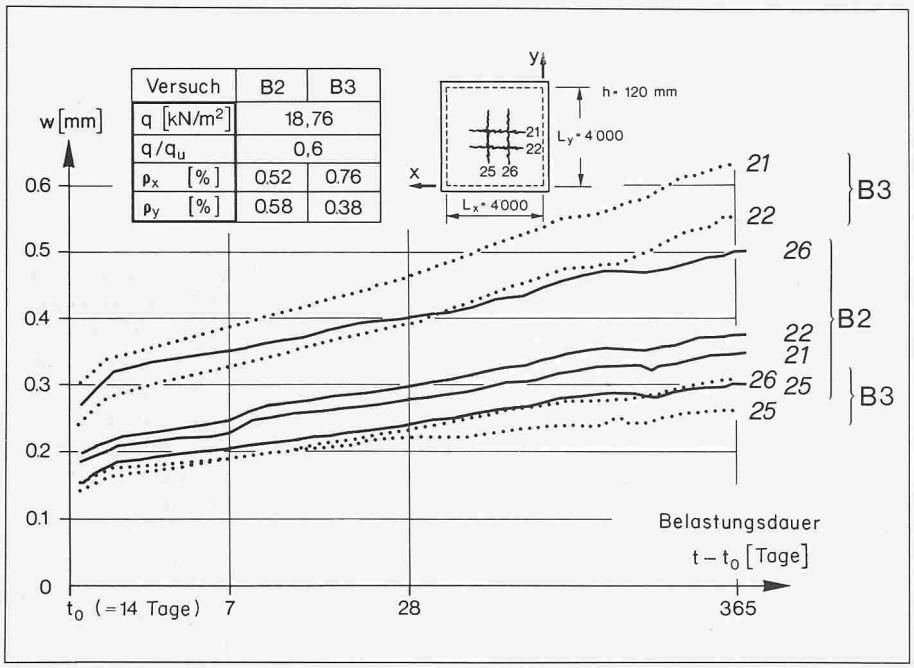
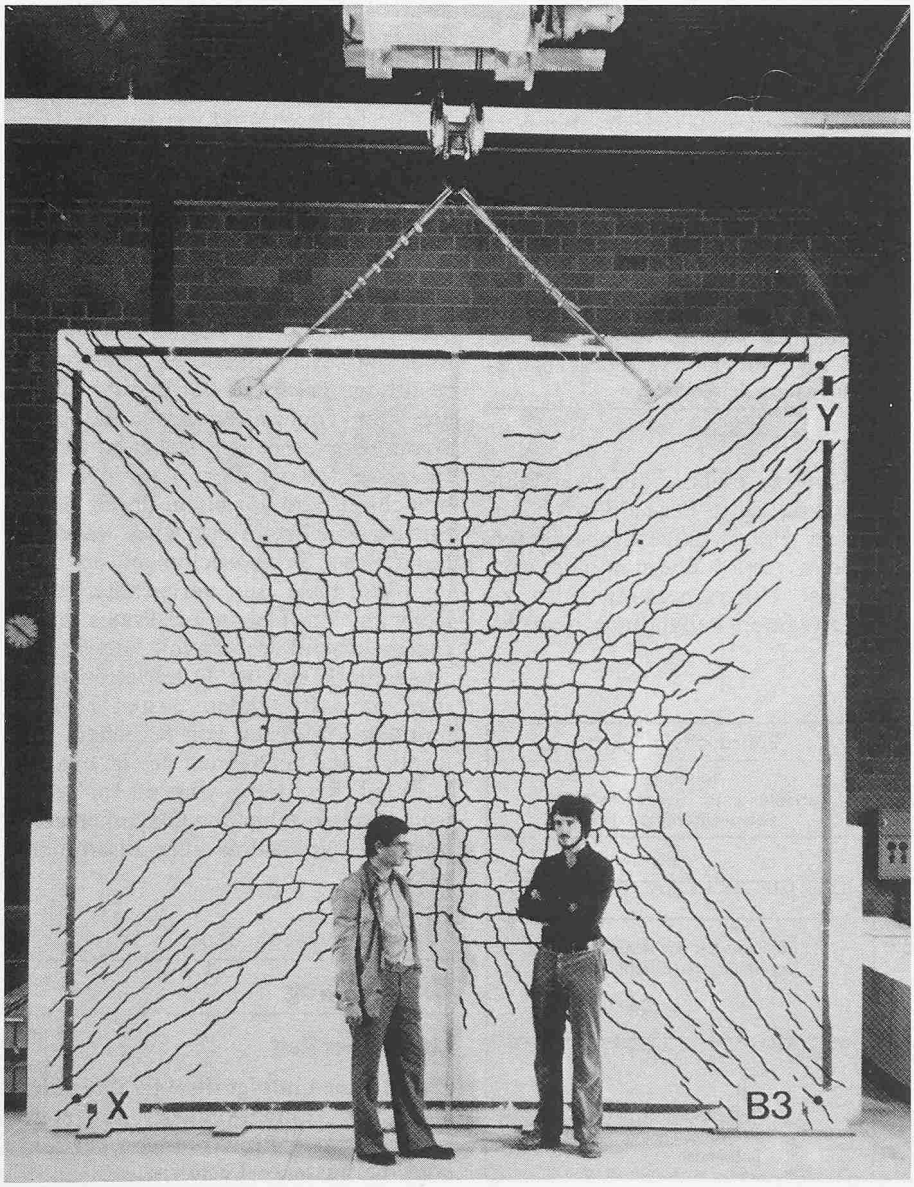


Bild 2. Entwicklung der Rissbreiten

Bild 3. Rissbild der frei drehbar gelagerten Platte B3 nach einjähriger Wirkung einer gleichmässig verteilten Last $q = 0{,}6\ q_u$



wicht und Nutzlasten, die auf ein Bauwerk wirken, und unter *indirekten* Einwirkungen die aufgezwungenen Verformungen infolge Schwindens, Temperaturunterschiede, Fundamentsetzungen oder Systemänderungen während der Ausführung.

Jede langzeitige Einwirkung, ob direkt oder indirekt, bewirkt ein *zeitabhängiges* Verhalten des Betons. So nimmt die Verformung einer belasteten Betonfaser mit der Zeit infolge Kriechens zu, und die Spannung, die eine aufgezwungene Verformung verursacht, nimmt infolge Relaxation ab. Im weitern nehmen die Haftspannungen zwischen Armierungsstahl und Beton mit der Zeit ab. Diese Überlegungen zeigen, dass die Rissweiten notwendigerweise eine Funktion der Zeit darstellen.

Die zeitliche Entwicklung der Rissweiten wurden in Dauerverformungsversuchen (Bild 3) am «Laboratoire de Beton Armé et Précontraint (IBAP)» des *Instituts für Baustatik und Konstruktion* der *ETH Lausanne* untersucht. Bild 2 stellt die Entwicklung dar, die an zwei quadratischen, frei aufliegenden und in den Ecken verankerten Platten beobachtet wurde. Die zwei 12 cm starken Platten von 4,00 m Seitenlänge waren im Alter von 14 Tagen durch eine konstante Dauerlast von 19 kN/m², entsprechend 60% der rechnerischen Bruchlast, beansprucht worden.

Der Unterschied zwischen den beiden Platten B2 und B3 lag in ihrer Zugarmierung: eine isotrope Armierung (∅ 10; e = 15 cm) für B2 und eine orthotrope Armierung (∅ 12; e = 15 cm bzw. ∅ 8; e = 15 cm) für B3. Wie aus Bild 2 ersichtlich, hatten sich die Rissweiten nach einem Jahr beinahe verdoppelt, ohne dass sich ein Stillstand in der Entwicklung abzuzeichnen begann. Damit im Beton Risse auftreten, muss dessen Zugfestigkeit überschritten werden. Hier sei auf einen wichtigen, aber oft verkannten Punkt hingewiesen: nämlich auf die *zeitliche* Entwicklung von Zugfestigkeit und Druckfestigkeit des Betons. Im Gegensatz zur letzteren nimmt die Zugfestigkeit von Beton im Laufe der Zeit nicht zu, sondern ab. Man stellt fest, dass eine grosse Anzahl von Rissen erst nach Tagen, Wochen oder Monaten auftritt und dass sich diese Risse im Laufe der Zeit stark öffnen. Eine Erklärung ergibt sich aus der Tatsache, dass die Zugfestigkeit des Betons stark abgebaut wird durch Eigenspannung, die von einer unterschiedlichen Entwicklung von Schwinden und Temperatur (Hydratationswärme) innerhalb eines Querschnittes herrühren. Dazu kommen die Einflüsse der unterschiedlichen Betonkonsistenzen über die Querschnittshöhe und der Querar-

mierung, die den Spannungsfluss in der Zugzone stören. Das Schwinden, das sich über Jahre vollzieht, erklärt die sehr langsame Entwicklung der Rissbreiten.

Solange keine systematischen Versuche vorliegen, können konventionelle Betonzugfestigkeiten für die Berechnung des Rissmomentes oder der Rissnormalkraft angenommen werden, wie in Tabelle 1 dargestellt.

Günstige Ausführungsbedingungen sind gegeben bei einem feuchten Mikroklima, Windstille, kleinen Temperaturunterschieden, schwacher Sonnenbestrahlung sowie bei einer Betonnachbehandlung, die das rasche und ungleichmässige Austrocknen und Abkühlen des Betons verhindert. Erwähnt sei noch die von *Rüsch/Jungwirth* [1] empfohlene Verminderung der Betonzugfestigkeit bei Langzeitbeanspruchungen auf 80% des Wertes bei Kurzzeitbeanspruchungen.

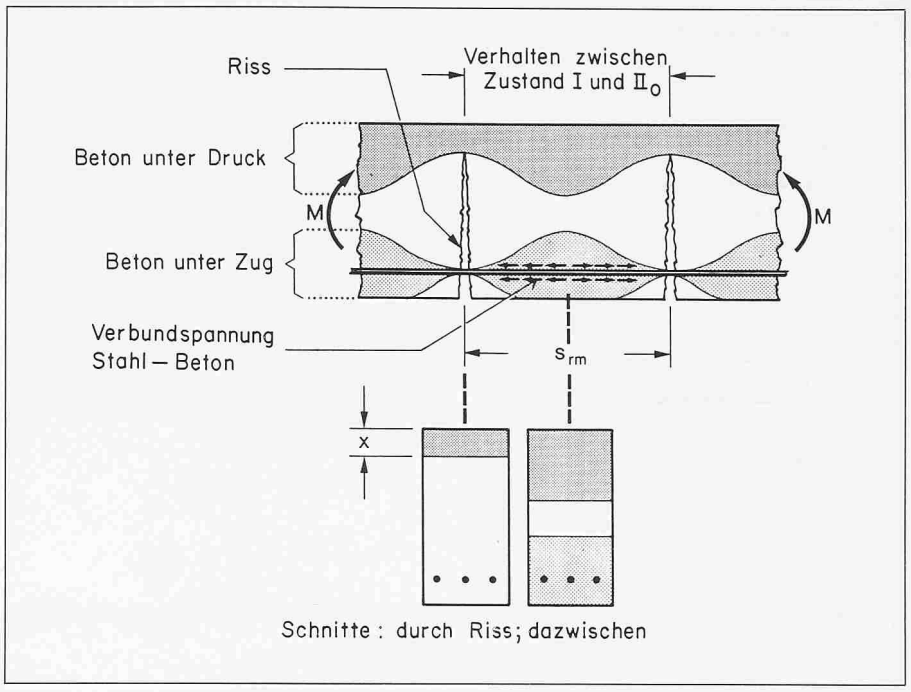


Bild 4. Biegebeanspruchter Stahlbetonträger

Tabelle 1. Konventionelle Betonzugfestigkeiten

Betonzugfestigkeit f_{ct} (MPa = N/mm² = 10 kg/cm²)		*Betonqualität*	
		CEB: f_{ck} = 25÷30 MPa SIA: BH	CEB: f_{ck} > 30 MPa SIA: BS
Ausführungsbedingungen	ungünstig	1,5	2,0
	mittelmässig	2,0	2,5
	günstig	2,5	3,0

Nachweis nach CEB

Gemäss der letzten, im Jahre 1978 erschienenen *CEB-FIP-Mustervorschrift* berechnet sich die mittlere Rissweite w_m aus dem Produkt des mittleren Rissabstandes s_{rm} und der mittleren Stahldehnung ε_{sm}:

$$w_m = s_{rm} \cdot \varepsilon_{sm}$$

Die mittlere Stahldehnung ε_{sm} ist kleiner als die in einem gerissenen Querschnitt auftretende Stahldehnung ε_s, weil nur dort die volle Zugkraft durch die Armierung aufgenommen werden muss und sich der Querschnitt im «nackten» Stadium II_0 befindet (Bild 4). Durch die Verbundspannung wird der Beton zwischen zwei Rissen auf Zug beansprucht, wodurch ein Teil der Zugkraft vom Stahl auf den Beton übertragen wird. Nachfolgend seien kurz die Angaben aus der CEB/FIP. Mustervorschrift für Armierungsstahl III zusammengefasst:

$$s_{rm} = 2 \cdot \left(c + \frac{s}{10}\right) + k \cdot 0{,}4 \cdot \frac{\varnothing}{\rho_r}$$

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_s \cdot \left[1 - \beta \cdot \left(\frac{M_r}{M}\right)^2\right]$$

mit

- c: Betondeckung der Bewehrung
- s: Stababstand
- k: 0,125 ÷ 0,250, je nach der Form des Spannungsdiagrammes
- $\varnothing$: Stabdurchmesser
- ρ_r: Armierungsgehalt, bezogen auf die Wirkungszone der Armierung
- β: 0,5 für Langzeitlasten = 1,0 für Erstbelastung
- M_r $W_c \cdot f_{ct}$: Rissmoment
- M: effektives Biegemoment

Der Ausdruck $\beta\,(M_r/M)^2$ stellt die Mitwirkung des Betons in der Zugzone dar, die mit zunehmendem Biegemoment und mit der Zeit abnimmt. Vergleichen wir nun die Rissweiten, die sich aus einer Erst- und einer Langzeitlast ergeben. Die mittlere Stahldehnung ε_{sm} ist eine Funktion der Zeit, der Rissabstand s_{rm} jedoch nicht. Für ein Verhältnis M_r/M von 1/1,25 (Versuche gemäss Bilder 2 und 3) ergibt sich für den Faktor

$$\left[1 - \beta\left(\frac{M_r}{M}\right)^2\right]$$

- für eine Erstbelastung:

$$1 - 1 \cdot \left(\frac{1}{1{,}25}\right)^2 = 0{,}36$$

- für Langzeitlasten:

$$1 - 0{,}5 \cdot \left(\frac{1}{1{,}25}\right)^2 = 0{,}68$$

Die Rissweiten unter Langzeitlasten werden somit um den Faktor 0,68/0,36 = 1,9 gegenüber einer Erstbelastung vergrössert. Es sei noch vermerkt, dass der bei Langzeitlasten einzuführende Faktor β = 0,5 die Abminderung sowohl der Haftspannung Beton/Stahl als auch der Betonzugfestigkeit berücksichtigt.

Mittlere Krümmung

Wie im Abschnitt «Nachweis nach CEB» erwähnt (Bild 4), weist ein Tragwerk im Rissestadium ein Verhalten auf, das sich zwischen den Stadien I (ungerissen) und II_0 (gerissen, ohne Beteiligung des Betons in der Zugzone) befindet. Es befinden sich nur gerade jene Querschnitte, durch die ein Biegeriss führt, im Stadium II_0, bei dem ausschliesslich die Betondruckzone und die Stahlarmierung wirksam sind. In benachbarten Querschnitten nähert sich das Verhalten jenem des Stadiums I, weil in diesem der Beton auch auf Zug beansprucht wird. Die Bestimmung der mittleren Krümmung $1/r_m$ geht deshalb mit Vorteil von einem physikalischen Modell aus, das beide Grenzstadien I und II_0 einbezieht. Ein solches Modell (Bild 5) wurde für das CEB im Hinblick auf die Herausgabe eines Handbuches «Risse und Verfor-

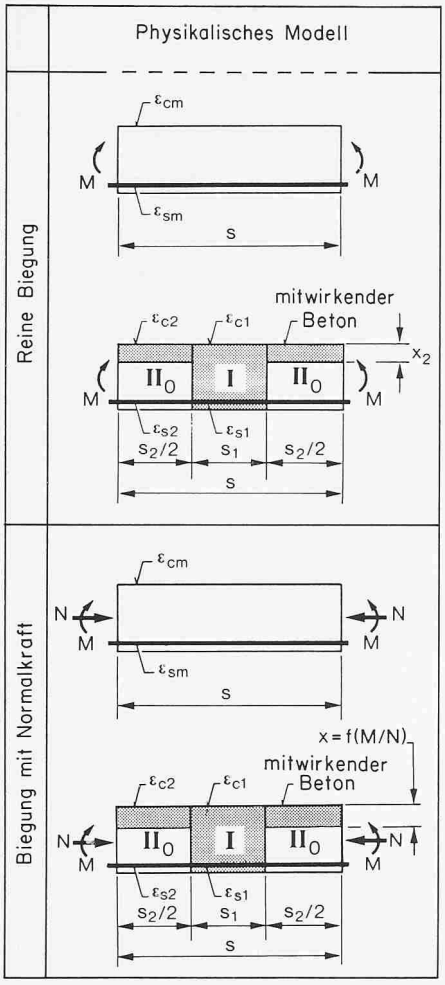


Bild 5. Physikalisches Modell

mungen» entwickelt, und sollte mit den in der Mustervorschrift CEB-FIP 1978 angegebenen Grundsätzen im Einklang stehen [5]. Es wird an dieser Stelle nicht auf die theoretischen Überlegungen eingegangen, die zu diesem Modell geführt haben und in [2] veröffentlicht sind. Das Modell ist allgemein gültig; es berücksichtigt die Rissebildung, die Belastungsart (Kurz- oder Langzeitlast) und ist gültig für reine Biegung, für Biegung mit Druckkraft (Vorspannung, Stützen) und Biegung mit Zugkraft (Zwang infolge Schwindens oder Temperatur). Eine Erweiterung des Modells auf Schub- und Torsionsbeanspruchungen ist ebenfalls möglich.

In der oberen Hälfte von Bild 6 sind die daraus abgeleiteten Momenten-Krümmungsbeziehungen abgebildet. Die stark ausgezogene Linie für die mittlere Krümmung $1/r_m$ geht immer aus von den beiden Grenzkrümmungen $1/r_1$ und $1/r_2$, die in den Stadien I und II_0 ermittelt werden. Wie in [2] ersichtlich, ergibt sich für die mittlere Krümmung $1/r_m$ bei reiner Biegung:

$$\frac{1}{r_m} = (1-\zeta)\cdot\frac{1}{r_1} + \zeta\cdot\frac{1}{r_2} = \frac{1}{r_1} + \zeta\cdot\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$$

Der Verteilfaktor ζ beträgt gemäss CEB (siehe oben):

$$\zeta = 1 - \beta\cdot\left(\frac{M_r}{M}\right)^2$$

In Bild 7 werden die so berechneten Krümmungen mit denen aus Laboruntersuchungen an einfach gelagerten Plattenstreifen (Serie C) verglichen. Die Belastung der Plattenstreifen betrug je nach Versuch 20% bis 60% der Bruchlast.

Wenn zusätzlich zum Biegemoment M noch eine Normalkraft N wirkt, erfährt die Momenten-Krümmungsbeziehung zwei wesentliche Änderungen:

1. N ändert das Rissmoment, das durch eine Druckkraft vergrössert und durch eine Zugkraft verkleinert wird.

2. Für $M > M_r$ reisst der Beton in der Zugzone. Die Druckzone x hängt nun vom Verhältnis M/N ab. Wenn bei konstanter Druckkraft N das Biegemoment M wächst, nimmt x ab und strebt gegen den Wert der reinen Biegung. Die Krümmung strebt gegen jene des Stadiums II_0, wobei von der Krümmung $1/r_{2M}$ infolge M jene infolge N abzuziehen ist. Dieser Abzug $1/r_{2N}$ ergibt sich aus dem Abstand x_{12} (Bild 6) zwischen den neutralen Achsen in den Stadien I und II_0, der ein Moment $x_{12}\cdot N$ zur Folge hat.

Sinngemäss ergibt sich für die mittlere Krümmung bei Biegung mit Normalkraft die Gleichung:

$$\frac{1}{r_m} = (1-\zeta)\cdot\frac{1}{r_{1M}} + \zeta\cdot\frac{1}{r_{2M}} + \zeta\cdot\frac{1}{r_{2N}} = \frac{1}{r_{mM}} + \zeta\cdot\frac{1}{r_{2N}}$$

wobei für $M \gg N$ die rechte Seite asymptotisch nach $1/r_{2M} - 1/r_{2N}$ strebt, weil ζ gegen 1 strebt.

Gegenüber der Krümmung aus reiner Biegung $1/r_{mM}$ kommt somit einzig der Ausdruck $\zeta\cdot 1/r_{2N}$ hinzu, der die sukzessive Verschiebung der Neutralachse bei zunehmendem Moment berücksichtigt.

In Bild 6 wird der grosse Unterschied ersichtlich zwischen Krümmungen aus Kurzzeit- und Langzeitlasten. Infolge des Kriechens ändern sich die Neigungen der Geraden $1/r_1$ und $1/r_2$. Hinzu kommt der Unterschied im Verteilfaktor ζ ($\beta = 0{,}5$ anstelle von $\beta = 1{,}0$). Der Ausdruck $1/r_c$ stellt die Krümmung am ungerissenen, unarmierten Betonquerschnitt dar.

Vereinfachte Berechnung der Durchbiegung

Die Berechnung einer Verformung und insbesondere einer Durchbiegung basiert auf der Arbeitsgleichung:

$$a = \int \frac{M}{(EJ)_m}\bar{M}\,dx = \int \frac{1}{r_m}\bar{M}\,dx$$

Da die mittleren Krümmungen $1/r_m$ an jeder Stelle x aus der nichtlinearen Mo-

Bild 7. Berechnete und gemessene Krümmungen. Belastungsdauer 6 Monate

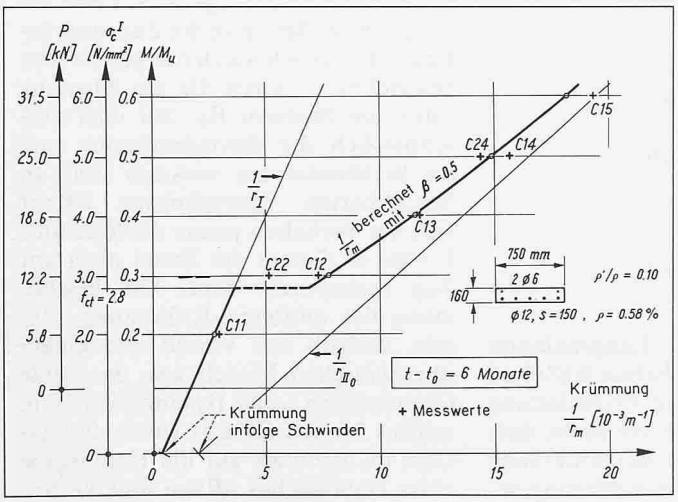
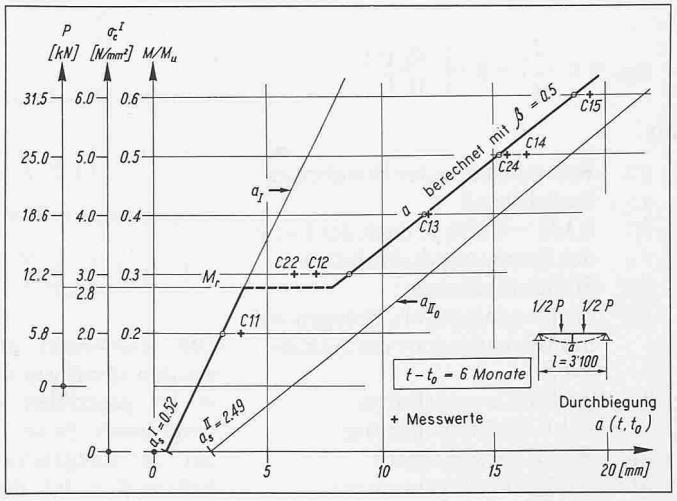


Bild 8. Berechnete und gemessene Durchbiegungen. Belastungsdauer 6 Monate



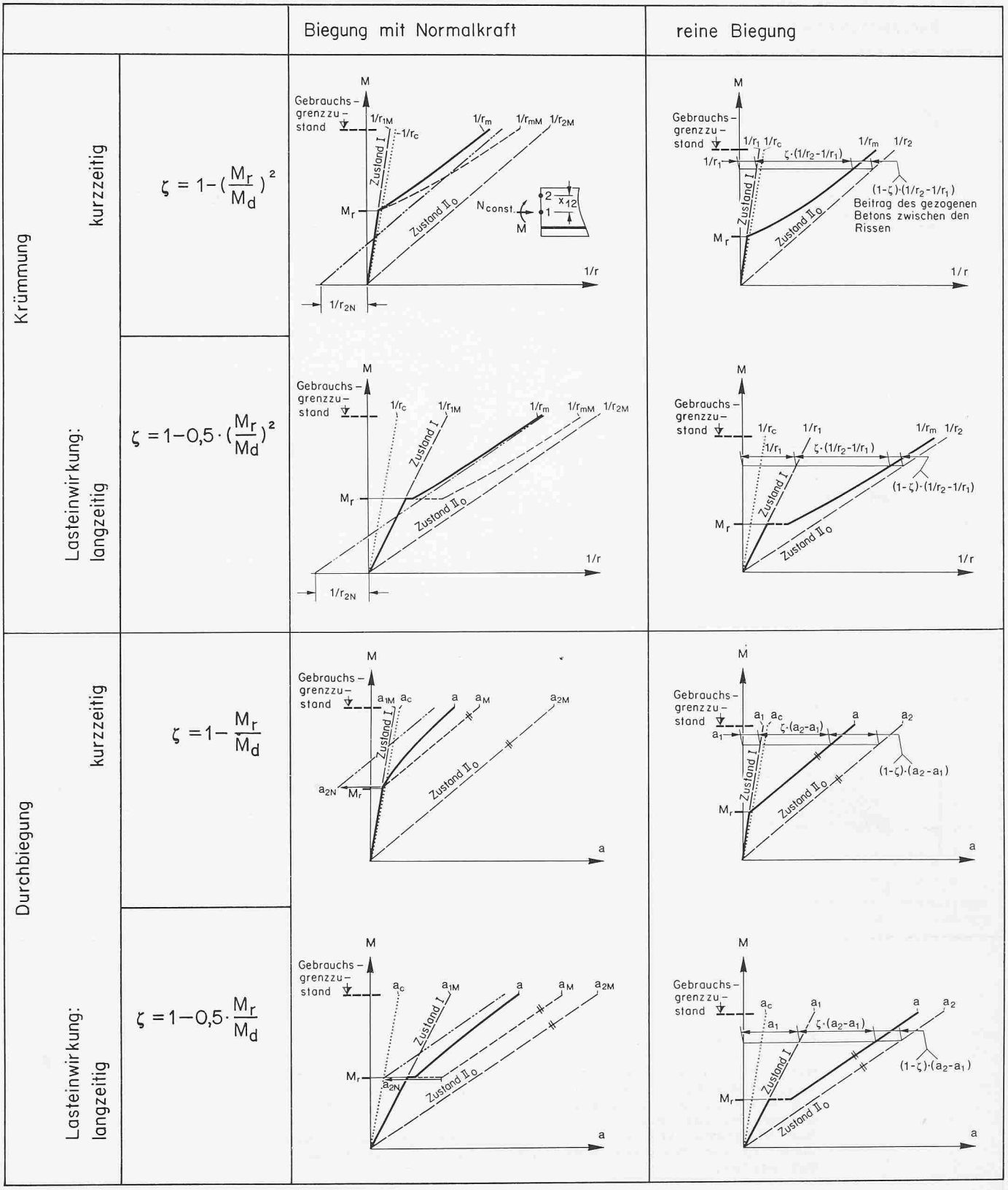
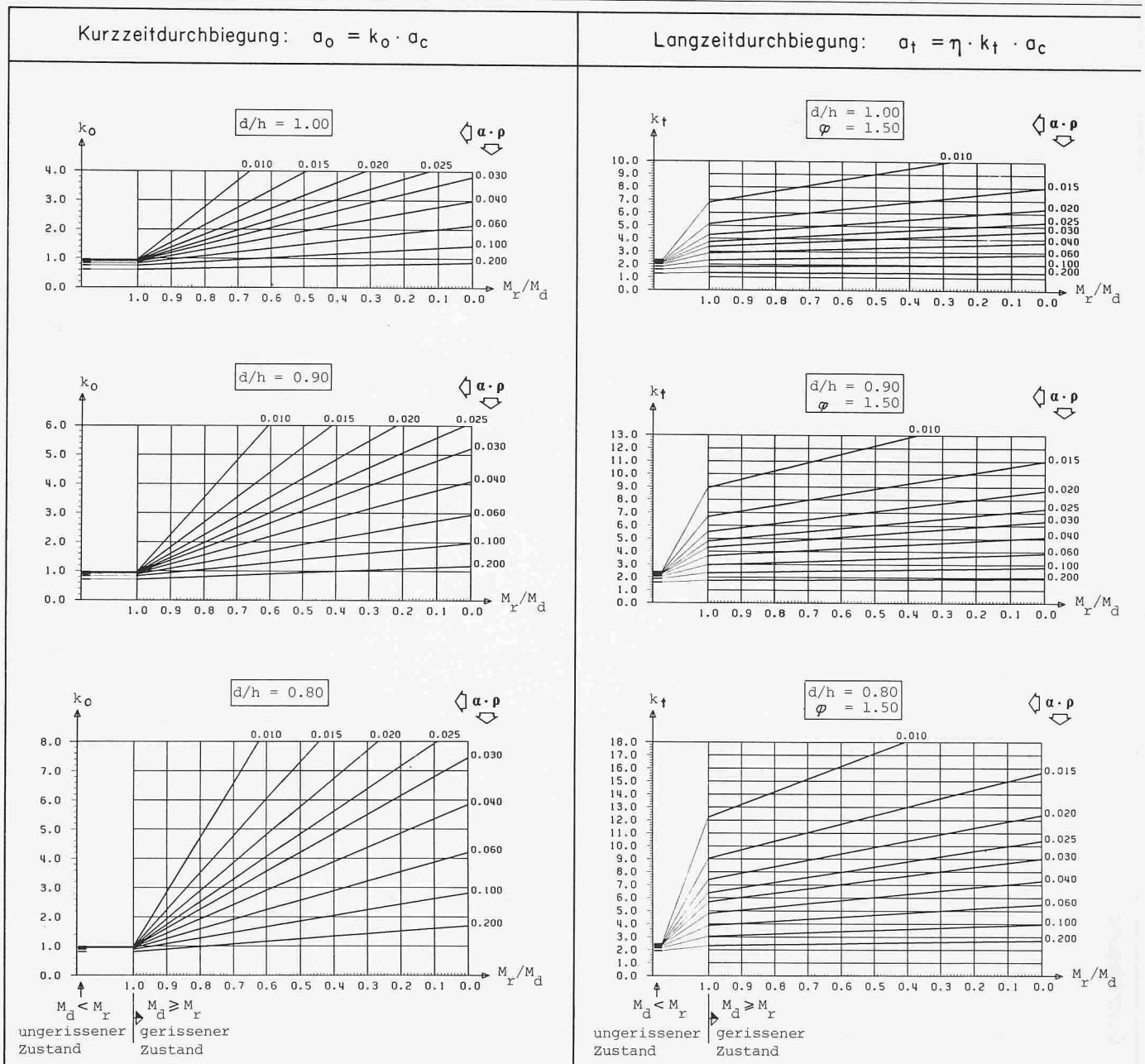


Bild 6. Momenten-Krümmungs- und Momenten-Durchbiegungsbeziehungen

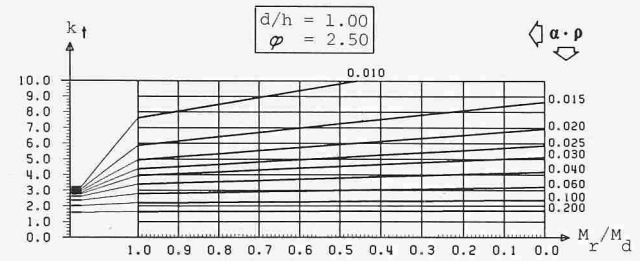


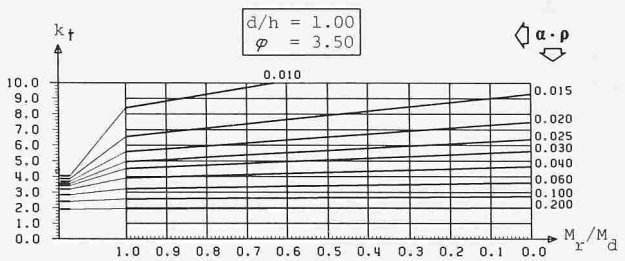
B e m e r k u n g:

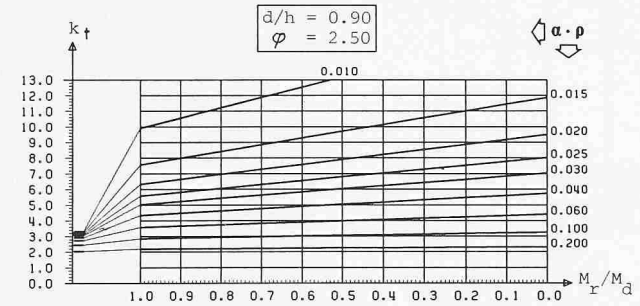
Mit Hilfe obiger Diagramme ist es möglich, die Kurz- und Langzeitdurchbiegungen von Stabtragwerken (Balken, Rahmen) sowie von ebenen Tragwerken (Platten, Flachdecken, Pilzdecken) zu berechnen.
Die Diagramme können ohne starke Genauigkeitseinbusse auch für vom Rechteck abweichende Querschnitte verwendet werden.

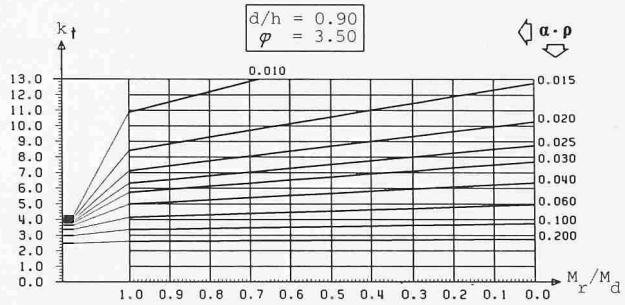
Bild 9. Korrekturfaktoren für die Abschätzung der Durchbiegungen

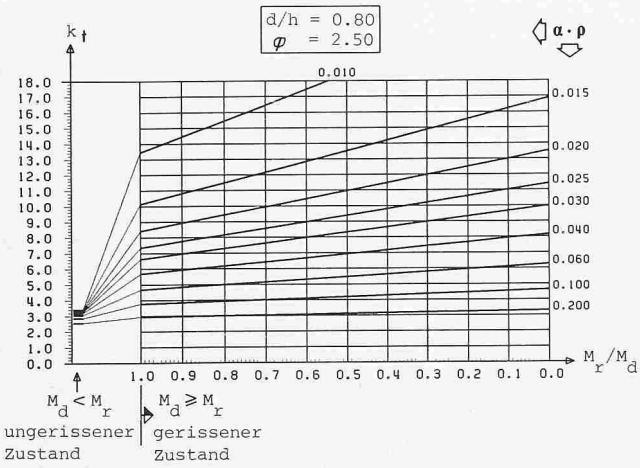
Langzeitdurchbiegung: $a_t = \eta \cdot k_t \cdot a_c$

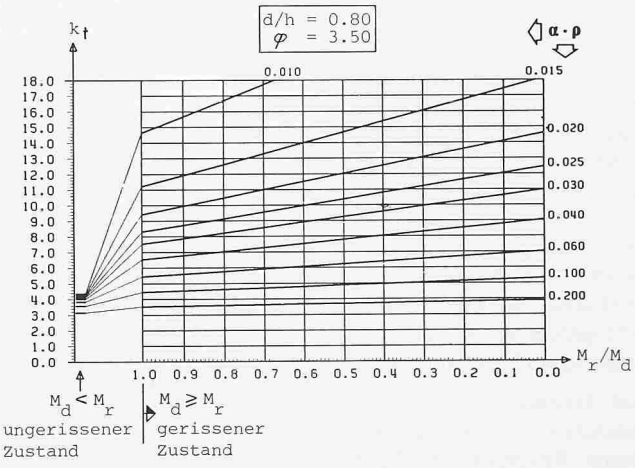


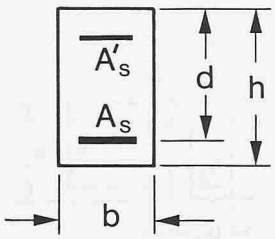






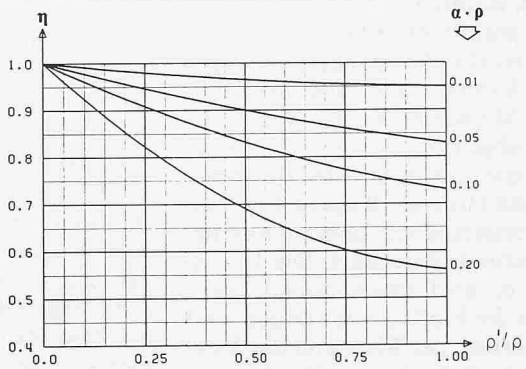






$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} \qquad \alpha = \frac{E_s}{E_c} \sim 7$$

$$\rho' = \frac{A'_s}{b \cdot d}$$



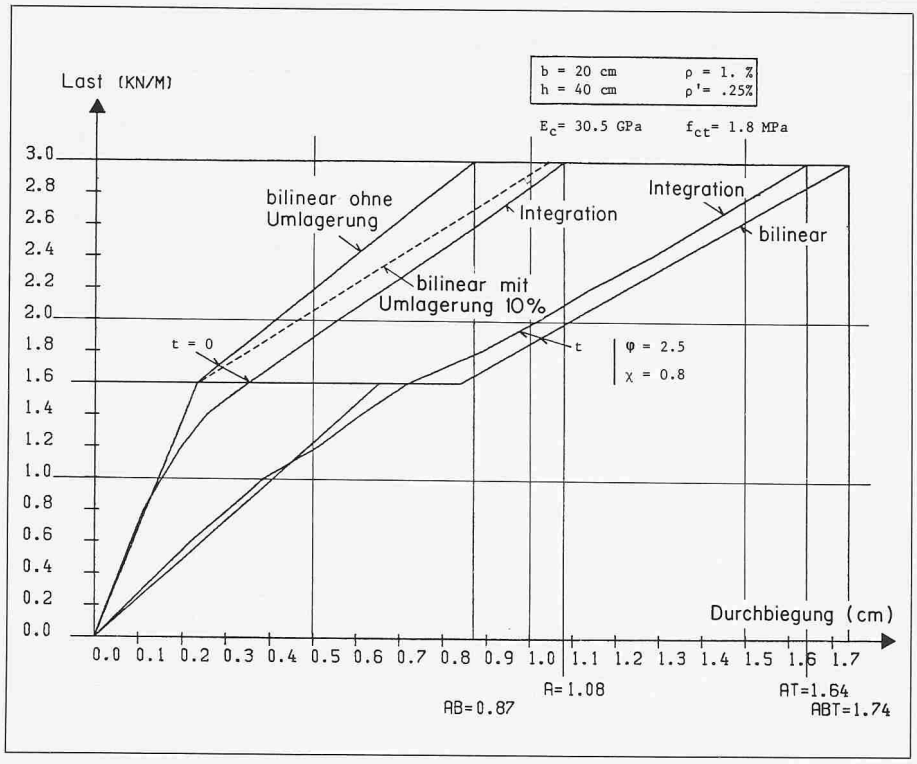


Bild 10. Durchbiegungen eines 12 m langen, beidseitig eingespannten Balkens

menten-Krümmungsbeziehung ermittelt werden müssen, ist die Integration langwierig und für praktische Anwendungen kaum denkbar, zumal im Projektstadium die detaillierten Angaben dazu fehlen. Man wird also eine solche Berechnung nur dann ins Auge fassen, wenn diese Angaben längs der Tragwerkachse wirklich bekannt sind und eine genauere Berechnung der Durchbiegung auch notwendig ist.

Auf Grund theoretischer und experimenteller Untersuchungen, wovon einige Resultate in Bild 8 abgebildet und in [4] veröffentlicht sind, wird man sich für praktische Anwendungen auf Momenten-Durchbiegungsbeziehungen stützen können, die aus ausgemittelten Momenten-Krümmungsbeziehungen abgeleitet wurden [2]. Dabei wird zuerst die elastische Durchbiegung a_c mit Hilfe der Biegesteifigkeiten E_cJ_c des ungerissenen, unarmierten Betonquerschnitts berechnet. Die Durchbiegung a_c wird anschliessend korrigiert, um die Einflüsse der Druck- und Zugarmierung, der Risse und des Kriechens zu berücksichtigen. Die Korrektur geht von einem einzigen, massgebenden Querschnitt d aus.

Für reine Biegung ergibt sich die Durchbiegung als bilinearer Ansatz gemäss [2] zu:

$$a = (1 - \zeta) \cdot a_1 + \zeta \cdot a_2$$

Für Biegung mit Normalkraft erhält man die Durchbiegung, analog zur Krümmung, aus folgender Gleichung:

$$a = (1 - \zeta) \cdot a_{1M} + \zeta \cdot a_{2M} + \zeta \cdot a_{2N}$$
$$= a_M + \zeta \cdot a_{2N}$$

Der massgebende Querschnitt d wird an jener Stelle gewählt, wo die Durchbiegung in einem Feld zu berechnen ist. Für die Durchbiegung eines Kragarmendes liefert die Einspannstelle den massgebenden Querschnitt. In diesem massgebenden Querschnitt d werden das Rissmoment $M_r = f_{ct} \cdot W_c$ sowie das effektiv auftretende Moment M_d bestimmt. Auch werden dort die Zug- und Druckarmierungsgehalte ρ und ρ', ihr Abstand vom Querschnittsrand sowie die Kriechzahl φ angenommen. Die in [3] publizierten Diagramme erlauben, die Durchbiegung in den Stadien I und II_0 rasch zu bestimmen und sie mit obigen Formeln, die in Bild 6 graphisch wiedergegeben sind, zur gesuchten Durchbiegung a zu kombinieren.

Bild 10 zeigt die Kurz- und Langzeitdurchbiegungen in Funktion der Last für einen beidseitig eingespannten, 12 m langen Balken auf. Für $t = 0$ ist φ = 0 bzw. für $t = t$ *ist* φ = 2,5 angenommen worden. Dabei werden die Ergebnisse aus der Integration der Krümmungen und aus dem bilinearen Ansatz gegenübergestellt.

Abschätzung der Durchbiegung

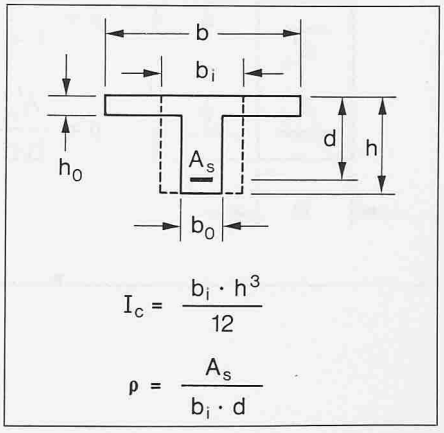
Um die praktische Arbeit für den häufigen Fall der reinen Biegung zu erleichtern, wurde schliesslich eine Methode entwickelt, die ein rasches Abschätzen der Durchbiegungen erlaubt. Sie basiert auf dem eben beschriebenen bilinearen Ansatz (Bild 6) und den erwähnten Diagrammen. Sie geht wieder von der mit E_cJ_c berechneten (oder geschätzten) Grunddurchbiegung a_c aus. Diese wird mit den Korrekturfaktoren k_0 bzw. η und k_t, die am massgebenden Querschnitt mit Hilfe der Diagramme Bild 9 bestimmt werden, folgendermassen multipliziert:

$$a_0 = k_0 \cdot a_c$$
$$a_t = \eta \cdot k_t \cdot a_c$$

mit a_0: Durchbiegung unter einer Kurzzeitlast
a_t: Durchbiegung unter einer konstanten Langzeitlast
a_c: Grunddurchbiegung
k_0: Korrekturfaktor, abhängig von der Rissebildung (M_r/M_d) und von derZugarmierung ρ (der Einfluss der Druckarmierung ist für Kurzzeitlasten vernachlässigbar)
k_t: Korrekturfaktor, abhängig von M_r/M_d, von ρ und von der Kriechzahl φ
η: Korrekturfaktor infolge der Druckarmierung ρ'

Die in Bild 9 abgebildeten Diagramme für k_0, k_t und η wurden für einen Rechteckquerschnitt erstellt. Sie erlauben eine rasche Abschätzung der Durchbiegungen sowohl für Stab- (Balken, Rahmen) als auch für ebene Flächentragwerke (liniengestützte Platten, pilzlose Decken, Pilzdecken sowie entsprechende Kombinationen). Als Näherung können die Diagramme für k_0, k_t und η auch für beliebige Querschnitte benutzt werden. Dazu muss der Querschnitt auf einen ideellen Rechteckquerschnitt $h \cdot b_i$ gleicher Höhe h so zurückgeführt werden, dass das Trägheitsmoment J_c durch eine entsprechende Wahl der Breite b_i identisch bleibt. Die Armierungsgehalte ρ und ρ' werden dann auf diesen idealen Querschnitt bezogen.

Beispiel: T-Querschnitt



Im Vergleich zur Genauigkeit der nach Bild 9 ermittelten Durchbiegungen bei Rechteckquerschnitten muss bei obiger Näherung für beliebige Querschnitte mit bis zu 30% erhöhten Abweichungen gerechnet werden.

Rechenschema und numerisches Beispiel

Für ein gegebenes Stab- oder Flächentragwerk seien folgende Werte bestimmt:

a_c = 5,2 mm - Grunddurchbiegung
M_d = 33 kNm - effektives Biegemoment im massgebenden Querschnitt d

$M_r = f_{ct} \cdot W_c$
= 20,9 kNm - Rissmoment im massgebenden Querschnitt d

Für diesen Schnitt d werden berechnet:

ρ = 0,33% - Zugarmierungsgehalt
ρ' = 0,11% - Druckarmierungsgehalt
d/h = 0,9 - Verhältnis statische zu totale Höhe

Für das Tragwerk werden geschätzt:

φ = 2,5 - mittlere Kriechzahl

$$\alpha = \frac{E_s}{E_c} = \frac{21 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^3} = 7$$

- Verhältnis der Elastizitätsmoduli

Ausgehend von den Parametern:

d/h = 0,9 φ = 2,5 M_r/M_d = 0,63
$\alpha \cdot \rho$ = 0,023 ρ'/ρ = 0,33

liest man in den entsprechenden Diagrammen (Bild 9) die Korrekturfaktoren heraus:

k_0 = 3,1
k_t = 6,9 η = 0,96

woraus sich folgende Schätzungen der Durchbiegung ergeben:

$a_0 = k_0 \cdot a_c$ = 3,1 · 5,2
= 16,1 mm : Kurzzeitlast

$a_t = \eta \cdot k_t \cdot a_c$ = 0,96 · 6,9 · 5,2
= 34,3 mm : Langzeitlast

Schlussbemerkungen

Wir glauben, dass die hier dargelegten Rechenmodelle und -methoden zufriedenstellende Resulate für die Berechnung der Krümmungen und Durchbiegungen liefern. Insbesondere bei Langzeitlasten kann mit einer guten Übereinstimmung mit den beobachteten Werten gerechnet werden, weil in diesem Fall eine Fehleinschätzung des Rissmomentes weniger Einfluss auf das Resultat hat. Die grösste Fehlerquelle liegt nicht so sehr bei den Rechenmethoden, sondern bei fehlerhaften Annahmen bezüglich des Elastizitätsmoduls E_c und der Kriechzahl φ sowie beim Einfluss eines gleich- oder ungleichmässigen Schwindens. In den kommenden Jahren müssen grosse Anstrengungen unternommen werden, die den in der Praxis tätigen Ingenieuren bessere Angaben über die mechanischen und rheologischen Eigenschaften des Betons liefern sollten. Die Forscher auf dem Gebiet der Baustoffe seien aufgefordert, ihren Beitrag zu einem differenzierten, aber dennoch praxisnahen Erfassen des Betons zu liefern, der für einen sinnvollen Gebrauchsfähigkeitsnachweis unumgänglich ist.

Verdankungen

Die beschriebenen Untersuchungen sind Teile eines breiten Forschungsprogrammes am Institut für Baustatik und Konstruktion der ETH Lausanne und wurden vom *Verein Schweizerischer Zement-, Kalk- und Gipsfabrikanten* in grosszügiger Art und Weise unterstützt. Wir möchten ihm an dieser Stelle unseren aufrichtigen Dank aussprechen.

Literatur

[1] *Rüsch, H. & Jungwirth, D.:* «Stahlbeton, Spannbeton», Band II. Werner-Verlag, 1976
[2] *Favre, R., Koprna, M. & Puttalaz, J.-C.:* «Deformation of concrete structures, theoretical basis for the calculation». IABSE Periodica S-16/81
[3] *Favre, R., Koprna, M. & Radojicic, A:* «Effets différés, fissuration et déformations des structures en béton». Editions Georgi, 1980, Saint-Saphorin, Suisse
[4] *Jaccoud, J.-P.:* «Déformation des dalles en béton - Méthode bilinéaire pour le calcul des flèches». Vortrag an der ETH Lausanne im September 1980, im Rahmen des internationalen Kolloquiums «Fundamental research on creep and shrinkage of concrete». Der Schlussbericht des Kolloquiums wird nächstens von Sijthoff & Noordhoff herausgegeben.
[5] CEB-Bulletin d'information No 143: «Cracking and deformation». Erscheint Ende 1981

Deutsche Fassung des an der Jahrestagung der SIA-Fachgruppe für Brücken- und Hochbau am 23. Okt. 1981 in Zürich gehaltenen Vortrages «Evolution des déformations et calcul des flèches».

Adresse des Verfassers: Prof. *R. Favre*, dipl. Ing. ETH, Institut de statique et structures, Béton armé et précontraint (IBAP), Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (Ecublens), 1015 Lausanne.