

Bildungswert der Geometrie

Autor(en): **Buschor, Basil**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizer Schule**

Band (Jahr): **24 (1938)**

Heft 6

PDF erstellt am: **17.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-526921>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

SCHWEIZER SCHULE

HALBMONATSSCHRIFT FÜR ERZIEHUNG UND UNTERRICHT

OLTEN + 15. MÄRZ 1938

24. JAHRGANG + Nr. 6

Bildungswert der Geometrie

Primarschule, Sekundarschule, Lehrerbildungsanstalt, alle drei Typen des Gymnasiums beschäftigen den Schüler unter anderem mit Geometrie, trotzdem die zukünftigen Geometer selten sind. Nicht nur jene werden in die Geheimnisse der Geometrie eingeführt, die sie später praktisch brauchen und damit ihr tägliches Brot verdienen, sondern auch die vielen andern, die alle möglichen Berufe ergreifen. Das Studium der Geometrie vermittelt auch formale Bildungswerte.

Ich wollte wissen, was junge Leute, welche die Primarschule und das Gymnasium durchlaufen haben, zu dieser Sache denken und liess darum bei der diesjährigen Maturitätsklasse ohne vorherige Anzeige in der Schule einen Aufsatz schreiben: „Bildungswert der Geometrie“. Die Schüler hatten also keine Gelegenheit, vorher miteinander zu verhandeln, was man schreiben könnte; sie hatten allerdings auch keine Zeit, lange darüber nachzudenken, was sie nun schreiben wollten. Die Ergebnisse waren trotzdem befriedigend. Ich gebe im folgenden einige Ausschnitte unverändert wieder.

Ein in Mathematik mittelmässiger Schüler schrieb: „Dieser Bildungswert der Geometrie steht bei Lehrern u. überhaupt gesetzteren Personen ausser allem Zweifel. Hingegen dem Schüler wird man es nicht verargen können, wenn ihm bisweilen, wenn er gerade bei einer Aufgabe weder ein noch aus weiss, über eben diesen Wert ketzerische Gedanken auftauchen. Es braucht eine ruhige Stunde und einige objektive Ueberlegungen, dann wird aber auch dem geplagten Schüler einleuchten, dass selbst die

Geometrie nicht wertlos für die gesamte Bildung ist.

Der Mathematik wird von weisen Männern ja stets nachgerühmt, sie sei eine Schule des Denkens, insbesondere des logischen Denkens. Das trifft auch für ihren Spezialzweig, die Geometrie zu. Das ist für jeden, der schon vor einer Aufgabe stand und dieselbe langsam herausbringen musste, ausser allem Zweifel. Ich glaube aber, dass der schwächere Mathematiker trotz der Denkschule und trotzdem es immer wieder verurteilt wird, von der Schablone nicht loskommt. Immerhin bekommt sein Gehirn gleichwohl genügend zur Verarbeitung, und bis zu einem gewissen Grad zieht er sicher Nutzen aus diesem Gehirndrill. — Der Vorteil, den die Geometrie vor der Algebra voraus hat, ist ihre Beziehung zum Gegenständlichen; sie ist nicht so abstrakt. Und da sie mehr Beziehung zur Wirklichkeit hat, wird sie dem schwachen Schüler sicher mehr Freude machen. Die Geometrie bezieht ja auch die Augen ein. Gerade dadurch bietet sie einen grossen Bildungswert. Der Schüler muss sich mit dem abfinden, was gegeben ist, muss aus dem Bild lesen können; sein Sinn für das Reale wird geübt. Ganz abgesehen davon, dass geometrisches Zeichnen zur Genauigkeit erzieht und umgekehrt die Darstellung von algebraischen Operationen die Vorstellungskraft stärkt . . .“

Es hat mir gefallen, dass der Schreiber dieses Aufsatzes und auch mehrere andere unterschieden haben zwischen der Art und Weise wie die Lehrer und der Art wie die Schüler den Bildungswert beurteilen. Der Schüler, auch der Maturand, übersieht das Ganze nicht so wie der Lehrer. Richtig schrieb diesbezüglich einer: „Es bedarf si-

cher einer grossen und weiten Erfahrung, um über den objektiven Bildungswert der Geometrie urteilen zu können . . ." Der Lehrer, dem es obliegt, einen mathematischen Stoff andern verständlich zu machen, muss viel tiefer eindringen; er muss sich beim Erklären bemühen, die Sache ganz verschiedenen Kapazitäten zugänglich zu machen. Jeder Lehrer der Geometrie wird aus Ueberzeugung sagen können: Docendo discimus, durch das Lehren lernen wir.

Während der Schüler aller Schulstufen durch die Schwierigkeiten in Geometrie, oft auch durch Examennöte gedrückt wird und darum manche Schönheit in den geometrischen Gesetzmässigkeiten nicht recht würdigen kann, ist dies beim Lehrer anders. Ihn drücken die Examina nicht. Er kann in aller Stille bei der Vorbereitung auf seine Schulstunden die verschiedenen geometrischen Gesetze betrachten. Er wird dabei stets auf neue Schönheiten stossen und sie würdigen. Daraus wird er neue Anregungen empfangen für einen freudigen, lebendigen Unterricht. Dies ist die Voraussetzung, damit die Schüler mitmachen; denn wenn schon der Lehrer nicht mit Freuden in Geometrie unterrichten würde, müsste der Schüler einen solchen Unterricht als furchtbar drückend, ja geisttötend empfinden. Mit dem Bildungswert eines solchen Unterrichtes wäre es nicht weither.

Ich behaupte: *Der Bildungswert der Geometrie ist für die meisten Schüler — aller Schulstufen — eine Funktion des Lehrers.* Das will sagen: Je besser ein Lehrer den Geometrieunterricht zu gestalten weiss, desto grössern Bildungswert werden die Schüler daraus schöpfen. Alle meine Schüler haben in dem erwähnten Aufsatz geschrieben, das Studium der Geometrie sei eine Schule des Denkens. Voraussetzung dafür war, dass sie auf allen Schulstufen, anderswo und hier, zum Denken angeleitet wurden durch den Unterricht in Geometrie.

Sehr schön schrieb einer seine Erinne-

rungen nieder bis zurück zum ersten Geometrieunterricht:

„Noch erinnere ich mich sehr wohl, wie ich in der Primarschule das erste Mal Geometrie genoss. Der Flächeninhalt des Rechteckes leuchtete mir schnell ein, denn man konnte die ‚Häuslein‘ nachzählen. Beim Dreieck wurde die Sache schon schwerer, denn das Nachzählen war nicht mehr in jedem Fall leicht. Ich glaube, ich stellte mir die begrenzten Flächen zu sehr nach Art der Quadrate auf dem Heftpapier vor und konnte in der ersten Zeit nicht recht fassen, dass eine Figur jede beliebige Gestalt haben kann. Diese Schwierigkeiten wurden fast ‚ungeheuerlich‘, als wir die ersten Begriffe des Kreises behandelten, denn es gelang mir nie, denselben ganz in Quadrate aufzuteilen. Das π wollte mir auch nicht einleuchten und ich hoffte auf eine Zeit, wo ich es entweder verstehen würde oder mich damit nicht mehr zu befassen hätte.

Die Körper boten eine neue Schwierigkeit, und ich musste zuerst immer nachzählen, bis ich wusste, wie man cm^3 in dm^3 verwandelte . . . Zum Verständnis hat unser Lehrer viel beigetragen, indem er uns die Figuren in Millimeterpapier ausschneiden liess.

Am Gymnasium machte die Ableitung der verschiedenen Sätze oft Schwierigkeiten, aber der Satz des Pythagoras hat mir am meisten geboten, indem ich konkret sah, dass die Ableitungen nicht nur auf dem Papier stimmen, sondern dass man das Resultat in der Zeichnung genau gleich erhält . . ."

Sieht man aus dieser Arbeit nicht die Freude am Verstehen der Geometrie, die Freude am Erfolg durch die eigene Arbeit? Der Geometrieunterricht bezweckt eine Verstandeschulung. Aber dieses Ziel wird erst erreicht, wenn der Lehrer durch den Geometrieunterricht den Schüler zum Denken anleitet; noch mehr: *der Lehrer muss den Schüler zum Denken zwingen.* Wie gross ist die Gefahr, dass der Schüler z. B. eine geometrische Beweisführung einfach auswendig lernt. Gewiss, wir verachten die Gedächtnisarbeits nicht. Selbst in Mathematik kommt man nicht ohne Gedächtnis aus;

aber eine geometrische Behauptung soll verstandesmäÙig bewiesen werden. Selbstverständlich muss hierbei auf die Bildungsstufe des Schölers Rücksicht genommen werden. Auf den untern Schulstufen möge man beschreibende Geometrie betreiben. Die Ausbildung des folgerichtigen Schliessens kann und soll dem Alter entsprechend allmählich vorwärtsschreiten.

Ein Schüler schrieb: „Geometrie ist sicher ein Verstandesfach; die Ausführungen der Zeichnungen und ihre richtige Anordnung aber verlangen ein gutes Mass von Phantasie. So bildet die Geometrie den Verstand und das Vorstellungsvermögen zugleich. Ja sie lehrt das Erfassen von allgemeinen mathematischen Sätzen und zugleich die Anwendung auf konkrete Fälle und ihre Darstellung auf eine Art und Weise, die das Vorstellungsvermögen mehr oder weniger beansprucht. Umgekehrt lehrt sie in gegebenen Tatsachen den Verstand zu Hilfe zu nehmen, aus den die Phantasie beschäftigenden Bildern und Zeichnungen die Gesetze herauszulesen und diese anzuwenden . . .“

Manchmal hört man den *Vorwurf*, die Geometrie sei trocken, sie biete nichts für die Phantasie. Ich glaube, die Lehrer der Geometrie aller Schulstufen werden mit mir einig gehen, wenn ich sage: Wir wären oft froh, wenn die Schüler ihrer Phantasie auch in Geometrie etwas mehr Spielraum geben und sich alles mehr vorstellen würden. Wie hat man manchmal Schwierigkeiten, bis sich die Leute z. B. die regelmässigen Körper auch vorstellen können, wenn sie die Modelle nicht gerade vor sich sehen! In Planimetrie, Trigonometrie, analytischer Geometrie arbeitet man mit zwei Dimensionen, in Stereometrie aber mit dreien; das empfinden manche Schüler schon als Druck auf Geist und Gemüt. Ich habe schon die Erfahrung gemacht, dass Schüler bei den Maturitätsaufgaben in Stereometrie mehr Fehler machten als auf andern Gebieten der Mathematik, ein Zeichen, dass sie die phantasievolle Vorstellung dreidimensionaler Körper zu wenig geübt hatten.

Ich persönlich bin heute noch froh, dass bei mir der Unterricht in Stereometrie früh begann. Ich empfang diesen Unterricht von einem Onkel in Ungarn, als ich etwa 7 oder 8 Jahre alt war. Der Onkel kam nicht zu mir ins St. Galler Rheintal und ich ging nicht zu ihm nach Budapest; aber er schickte mir einen Steinbaukasten und später noch einen und Hefte dazu mit Abbildungen der „Bauten“, die sich damit ausführen liessen. Es machte mir grosse Freude, mit Hilfe der zweidimensionalen Zeichnungen die dreidimensionalen Bauten zu errichten. Ich beanspruchte dazu keine Hilfe von Erwachsenen; ich wollte alles selbst herausbringen. Das war praktische Geometrie; doch ich bin überzeugt, dass sie die Grundlage bildete für mein späteres, ziemlich leichtes Verständnis auf diesen Gebieten. Ich will aber mit diesem Geschichtlein nicht sagen, die Geometrie solle ein Spiel sein, nein, je höher der Schüler aufsteigt, desto mehr geistige Arbeit soll in diesem Fach von ihm verlangt werden. Er soll lernen, von Bekanntem zu Neuem vorzuschreiten; er soll abstrahieren lernen. Auch das ist Verstandesarbeit. Damit sie geleistet wird, muss jeder Lehrer *die Schüler zur Mitarbeit heranziehen*. Er darf nicht einfach dozieren. Sonst denkt der eine Schüler: das ist nichts für mich, und der andere sagt später die Sache auf wie ein Papagei. Was ist leichter, als über die Köpfe hinwegzureden? Für manchen Lehrer wäre es verlockend, sich auf das Gebiet der höhern Mathematik zu begeben, anstatt sich mit den für jene Stufe festgesetzten Stoffgebieten zu beschäftigen. Er darf jedoch nicht vergessen, dass er selbst den Stoff jedes Jahr leichter beherrscht; für den Schüler aber ist er neu. Darum muss er sich mit Geduld wappnen jenen gegenüber, die die geometrischen Wahrheiten nicht so leicht auffassen. Er darf und soll aber auch von diesen ganze Arbeit verlangen.

Ein Westschweizer hat in seinem Aufsatz geschrieben: « Les uns trouvent la géométrie in-

téressante, parce qu'ils ont du goût à cela ; les autres peuvent la trouver ennuyeuse parce qu'ils n'y comprennent rien, ou n'y veulent rien comprendre, c'était peut-être le cas pour Voltaire lorsqu'il disait qu'aucune science ne pouvait abaisser l'esprit autant que la géométrie . . . » Diese Auffassung Voltaires teile ich natürlich nicht. Ich halte sie für eine Uebertreibung, so gut wie den Ausspruch seines grossen Landsmannes Napoleon I.: „Die Wohlfahrt der Nation ist an die Fortschritte der Mathematik gebunden.“

Wenn beim Schüler der gute Wille zur Arbeit fehlt, kann der beste Lehrer nichts erreichen, denn *ein wirkliches Verstehen der Geometrie verlangt ganze Arbeit*. Hier gilt Herbarts Wort: „Den Hauptvorteil beim Unterrichten glaube ich nicht in einer künstlich erleichterten, die Schwierigkeiten umgehenden Lehrart zu finden; das bildet kein rechtes Nachdenken und keine kräftigen Menschen.“ *Die Stählung des Willens, die Gewöhnung, auf geistigem Gebiet sich selbst zu vertrauen, die Strenge gegen eigene und fremde Behauptungen sind wesentliche Früchte eines guten Geometrieunterrichtes.*

Ein stiller Schüler schrieb: „Ob die Geometrie einen Bildungswert besitze, darüber dachte ich wirklich noch nie tiefer nach. Geometrie ist ein Schulfach und gehört zur Allgemeinbildung; darum erfülle ich einfach damit die Pflicht. Neben der Entwicklung des Pflichtbewusstseins hilft die Geometrie auch zur Bildung des Ehrlichkeitsgefühls. Es wäre ja etwas Leichtes, die Hausaufgaben einem andern abzumalen und oft sicher eine grosse Zeitersparnis. . . In der Geometrie heisst es, zuerst ruhig die Aufgaben betrachten und die einzelnen Teile auswerten. Dadurch wird die Beobachtung und ruhige Ueberlegung gebildet. Das Ausarbeiten der Aufgaben hilft zur Bildung des klugen Disponierens. Man muss die Lösungen richtig anordnen, sonst hat man keine Uebersicht. Um dies zu erreichen, muss

man auch sauber schreiben; so wird auch der Sinn für Sauberkeit gefördert.“

Gerade das Letztere ist auf jeder Schulstufe zu betonen. Genaue Beobachtung, genaue Arbeit. *Saubere, übersichtliche Darstellung*. Alles muss auf dem Papier klar sein wie im Kopf. Auch im Worte muss alles klar zum Ausdruck kommen; sowohl bei schriftlichen als mündlichen Arbeiten achte der Lehrer auf richtigen sprachlichen Ausdruck in mathematischer Kürze. Dies ist für den Schüler gar nicht so leicht, bedarf darum der Uebung.

Jede Arbeit muss auch *in einer bestimmten Zeit* geleistet werden. Wie oft hört man Schüler sagen: „Wenn ich mehr Zeit zur Verfügung gehabt hätte, wäre mir dieses oder jenes auch gelungen.“ Solchen rufe ich jeweilen die physikalische Definition in Erinnerung: „Leistung ist Arbeit in der Zeiteinheit.“ Wettrennen veranstalten wir im Geometrieunterricht nicht, aber der Geist muss so geschult werden, dass er rascher denken kann. „Denken muss man und pressieren, wenn man den Ableitungen folgen will“, meinte einer. Ich meine, das Ziel einer jahrelangen Beschäftigung mit Geometrie dürfte nicht ein Schneckentempo bei geistiger Arbeit sein.

Ich bin aber durchaus Gegner einer oberflächlichen Behandlung des Lehrstoffes. *Gründlichkeit* verlangen wir Lehrer vom Schüler. Dieselbe Gründlichkeit wollen wir durch Tat und Beispiel zeigen. Lieber den Stoff gründlich bearbeiten, als durch Behandlung allzu vieler Probleme es an Gründlichkeit mangeln lassen. (Die Gymnasiallehrer möchte ich an meine diesbezüglichen Vorschläge im Verein schweizerischer Mathematiklehrer erinnern. Siehe 63. Jahrbuch des VSG. 1934, Seite 72 und 78.)

Gründlich sein heisst andererseits nicht, man müsse stets „voraussetzungslose Wissenschaft“ treiben, will sagen, in jeder Klasse immer wieder dieselben Grundtatsachen neu erklären. Etwas Wissen sollen die Leute

doch von einer Klasse in die andere mitbringen. Wenn sie für frühere Unterlassungen etwas büssen müssen, schadet es nicht. Der Lehrer möge selbst für seinen Unterricht den goldenen Mittelweg suchen: Nicht zu schnell, nicht zu langsam! Wenn ein Schüler mehr Zeit braucht als viele andere, um etwas zu begreifen, kann man deswegen nicht die ganze Klasse warten und sich langweilen lassen. Zu einem langsamen Schüler könnte man mit dem Mathematiker d'Alembert sagen: „Allez en avant, la foi vous viendra.“ Man kann sein Verständnis nicht plötzlich erzwingen, aber ihm vielleicht privat etwas nachhelfen. Mit der Zeit wird ihm auch manches klarer werden.

So erfüllt der Geometrieunterricht eine grosse Aufgabe, wenn die jungen Menschen dabei *denken lernen, ihr Anschauungsvermögen und die genaue Beobachtung schulen, ihren Willen stählen, ihren Sinn für*

Ebenmass, Ordnung und Gesetzmässigkeit fördern. Sie werden zum Suchen und Finden geometrischer Wahrheiten angeleitet: das fördert die *Arbeitslust*, hebt das richtige *Selbstgefühl* und pflegt den *Sinn für Genauigkeit und Wahrheit*. Das alles sind Bildungswerte, die bleiben, wenn der ehemalige Schüler die Einzelheiten der geometrischen Wissenschaft vergessen haben wird.

Wir Lehrer aber wollen den Unterricht in Geometrie mit innerer Hingabe, mit Liebe, Freude und Geduld erteilen. Der Mathematiker Kummer sagte zu einem seiner Schüler, der in das Lehrfach eintrat: „Sie haben den edelsten Beruf erwählt. Der Goldschmied arbeitet nur in Gold und Juwelen, wir Lehrer aber in Menschenseelen.“ Leibniz aber schrieb einst das Wort: „Der Mensch ist eine Asymptote Gottes.“

Engelberg.

P. Basil Buschor.

Einiges über den Geometrieunterricht

1. Ist nicht seit Euklid schon alles über dieses Thema gesagt worden? Können diesem etwas spröden Stoffe immer noch neue Seiten abgewonnen werden? Ist nicht im Geometrieunterricht die Lehrmaterie so bestimmt, der Aufbau so vorgeschrieben, sind nicht die Methoden so klar und eindeutig, dass an eine wesentliche Erneuerung nicht gedacht werden kann? Die folgenden Ausführungen werden einen andern Standpunkt darlegen.

Ich habe diesem Gegenstand seit Jahren manche Arbeitsstunden gewidmet. So z. B. bei der Vorbereitung und der Ausführung des gemeinsam mit Dr. P. Marti (damals Mathematiklehrer am Berner Stadtgymnasium, heute Sekundarschulinspektor des Kantons Bern) herausgegebenen *Leitfadens der Planimetrie*; oder anlässlich der Vortragsreihe über Grundlagen und Grundfragen der Geometrie, die ich 1924 im Kreise des Lehrervereins Bern-Stadt hielt, oder auch bei meinen Vorlesungen an der E. T. H. über den Unterricht der elementaren Geometrie. Erwähnt sei noch die Vortragstournee, unter Leitung von Dr. P. Marti und Mitwirkung der

Herren Dr. Leuenberger und Schuler, die uns nach Biel, Bern, Burgdorf und Spiez führte, und an der die Frage des Geometrieunterrichts auf der Sekundarschule mit der bernischen Sekundarlehrerschaft erörtert wurde. Ich darf wohl sagen, dass ich manche Erfahrungen gesammelt habe. Nicht selten waren sie aber ziemlich betäubend.

Es ist mir klar geworden, dass der Geometrieunterricht, und ganz speziell in den elementarsten Teilen, bedeutenden Schwierigkeiten begegnet. Oft begnügt man sich mit einer ganz oberflächlichen, billigen und ungenügenden Behandlung. Ein bisschen Zeichnen, ein bisschen Messen, ein bisschen Papierfalten und ein bisschen Schwindeln sollen über die unangenehmen Hindernisse helfen. Hat man einmal die Kongruenzsätze hinter sich, so eröffnet sich die breite Strasse der Routine. Wenn auch von diesem Punkte an der Unterricht straffer wird, so täuscht man sich sehr darin, dass alles jetzt in schöner Ordnung sei. Ich eröffne jeweils die schon erwähnte Vorlesung über den Unterricht der ele-