

Zeitschrift: Schweizer Schule
Herausgeber: Christlicher Lehrer- und Erzieherverein der Schweiz
Band: 40 (1953)
Heft: 8: Erwachsenenbildung ; Rechenunterricht

Artikel: Rechenmethoden aus fremdartigen Kulturen vergangener Zeiten und der Jetztzeit
Autor: Fettweis, Ewald
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-532044>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 09.01.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

wirkliches Apostolat, das zugleich ein menschliches und christliches ist und in euch zu einer Quelle innerer Freude wird, im Bewußtsein, einen Dienst von ganz hohem Wert zu vollbringen. Und so sind euch

die Bewunderung und die Zuneigung eurer Schüler gewiß; denn sie sind froh, nicht nur das Geschenk eures Wissens, sondern vor allem das eurer Seele und eures Herzens erhalten zu haben . . .

RECHENMETHODEN AUS FREMDARTIGEN KULTUREN VERGANGENER ZEITEN UND DER JETZTZEIT

Von Prof. Dr. Ewald Fettweis, Aachen

Heute möchte ich berichten über Rechenmethoden fremdartiger Kulturen der Jetztzeit und vergangener Zeiten, wie sie den Lehrer interessieren können, weil vielleicht methodisch noch etwas aus ihnen zu lernen ist oder weil ihm dadurch Mittel an die Hand gegeben werden, durch die er der heute so betonten Ganzheit des Unterrichts dienen und das Interesse der Schüler erregen kann.

Als Rechenmethoden bezeichnen wir bekanntlich die Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division, dazu noch auf etwas höherer Stufe die Radizierung, Potenzierung und Logarithmierung. In alter Zeit, bis ins 18. Jahrhundert hinein, benannte man neben der Multiplikation noch gesondert das »Duplieren« und neben der Division entsprechend das »Medieren«. Aber auch das Numerieren oder Zählen tritt in vergangener Zeit bei uns als besondere Rechenmethode oder Rechnungsart auf. Das letzte deutsche Rechenwerk, in dem dies geschah, soll die um 1800 erschienene »Rechenkunst« von J. B. Lechner gewesen sein. Es ist ein Unrecht, wenn in Geschichten der Mathematik das Zählen als besondere Rechenart abgelehnt wird. Heute noch erledigen die meisten Naturvölker jedes bei ihnen auftretende Rechenproblem durch bloßes Zählen, und ich glaube, es gibt Angehörige unserer auch so hohen Kultur, welche es genau so machen. Dazu kommt, daß in manchen Worten der Zahlenreihen die anderen Rechnungsarten schon mitenthalten

sind. Wenn in gewissen südasiatischen Sprachen 7 durch »3, 3, 1« wiedergegeben wird, in gewissen Sprachen von Neupommern 8 durch »noch 2 an 10 fehlend«, so haben wir es schon mit Addition, bzw. Subtraktion zu tun. Multiplikation verbunden mit Addition liegt vor, wenn in der Bibelübersetzung von Hawaii, wo damals ein Vierzigersystem herrschte, an der Stelle 2. Mos. 7, 7 das Alter von Moses und Aaron ausgedrückt wird durch Moses war »2mal 40« Jahre alt, Aaron aber »2mal 40 und 3«. Ebenso liegt Multiplikation vor, wenn in der melanesischen Duaurussprache die Stelle Ev. Luc. 15, 4, wo von den 100 Schafen die Rede ist, von denen eines verloren ging, die Zahl 100 durch »5 Menschen« wiedergegeben wird. Entsprechend steckt in unseren indogermanischen Zahlworten Addition und Multiplikation, in elf und zwölf, vielleicht auch in acht und neun, sogar Subtraktion. Division enthält die Zahlwortreihe der Malaien, an gewissen Stellen wahrscheinlich auch die der Maya; wir finden Division ferner im Altdänischen, wo 50 heißt »halvtredsindstyve« oder »halvtreds«, d. h. »die Dritte Stufe halb« (Zwanzigersystem). Im Zwanzigersystem der Arikara-Indianer Nordamerikas heißt 400 »witau-sanish«, und da sowohl witau wie auch sanish »Mensch« bedeutet, heißt 400 also wörtlich »ein Mensch Menschen«. Das ist eigentlich schon Potenzierung.

Nach den Lehren der sogenannten kulturhistorischen Schule der Ethnologie, de-

ren Hauptvertreter auch heute noch Prof. W. Schmidt in Posieux-Froidewille ist, stand am Anfang der Kulturentwicklung der Menschheit der sogenannte Kulturkreis der niederen Jäger und Sammler, der auch jetzt noch weite Verbreitung hat, und der wirtschaftlich dadurch charakterisiert ist, daß die Männer mit primitivsten Mitteln jagen, während die Frauen eßbare Früchte und Wurzeln suchen. Diesem Kulturkreis gehört arithmetisch das sogenannte Zweiersystem an, das nur über die beiden Zahlworte »eins« und »zwei« verfügt, aus denen alle anderen Zahlbezeichnungen zunächst additiv zusammengesetzt werden. Es wird 4 als »2 + 2 aufgefäßt und z. B. 7 als 2 + 2 + 1«, und die Zahlen werden auch entsprechend benannt. Aus diesem Zahlensystem, dem sogenannten Zweiersystem, hat sich eine eigenartige, den Bedürfnissen der Kultur angepaßte Rechnungsart oder Rechenmethode entwickelt. Daß diese Rechenmethode dem Zweiersystem wesentlich zugehört, sieht man daran, daß sie an viele Tausende von Kilometern voneinander entfernt liegenden Orten mit dem Zweiersystem zusammen auftritt. Erland Nordenskiöld beobachtete sie im Gran Chaco und bezeichnete sie, vielleicht mißverständlich, als Subtraktionsmethode. Die Methode verläuft wie folgt: Wollen zwei Indianer nach Ablauf eines aus vielen Einzelspielen aufgebauten Hasardspiels entscheiden, welcher von ihnen die meisten in den Einzelspielen gewonnenen Stäbchen hat, also wer der endgültige Gewinner ist, so teilt jeder seine gewonnenen Stäbchen in Haufen zu je 2. Nun nimmt der eine von seinen Stäbchen einen Zweierhaufen fort, darauf der andere von dem seinen, nun wieder der erste, dann der zweite, und so weiter, bis schließlich nur noch einer Stäbchen übrig hat. Dieser hat also die meisten Einzelgewinne an sich gebracht, er ist der Gewinner des Gesamtspiels. Ein ganz ähnliches Rechenverfahren findet sich bei den Gende im Bismarckgebirge auf Neuguinea. Soll dort der Wert

eines Haufens von noch nicht auf einer Schnur aufgereihten Muschelgeldschalen bestimmt werden — eine Menge Muschelgeld wird nämlich meistens nach der Länge der Schnur bewertet, auf der sie aufgereiht ist —, so faßt man auf einer fertigen Muschelgeldschnur die beiden ersten Muscheln an und legt dafür auch von dem zu bewertenden Haufen zwei Muscheln beiseite. Darauf faßt man die folgenden zwei Muscheln der Schnur an und legt dafür wieder zwei Muscheln des Haufens beiseite, und so fährt man fort, bis alle Muscheln des Haufens erschöpft sind. Die Länge der zur Erschöpfung des Haufens notwendigen Schnur bedeutet den Geldwert des Muschelgeldhaufens. Allerdings verfügen die Gende neben dieser aus dem Zweiersystem heraus entwickelten Rechnungsart noch über eine wieder für andere Zwecke bestimmte arithmetische Methode, bei der außer den Fingern (und vielleicht Zehen) noch ganz andere Körperteile verwandt werden, (worüber ich schon im Jahrgang 1925 der »Schweizer Schule« unter dem Titel »Das Zahlensystem der Goliathzwerge« berichten durfte).

Prof. W. Schmidt möchte die Entstehung der Zehnersysteme den Kulturkreisen der Viehzüchter und der Hackbauern vergangener Zeiten zuschreiben, die ja beide schon bald viel mit Zahlen umgehen mußten. Jedenfalls hat das Zehnersystem die feste Gestalt, in der es jetzt auftritt, entwickeln können, als die Menschen als Anschauungsmittel dazu die Finger heranzogen. Die Rechnungsart, in der wir die Zehnerüberschreitung bei der Addition vornehmen, so daß wir also »7 + 8« rechnen, indem wir erst 3 zu 7 hinzufügen, ist bestimmt durch Benutzung der Finger als Anschauungsmittel entstanden. Prof. Thurnwald stellte auf den Admiralitätsinseln bei Leuten, die nie eine europäische Schule besucht oder sonst unter europäischem Einfluß gestanden hatten, fest, daß sie die in Frage stehenden Aufgaben genau so rechneten, wie wir dies

mit unseren Kindern tun. Wenn Ermüdung eintrat, gingen sie allerdings zur »Rechnungsart« des einfachen Abzählens über. Auch darüber durfte ich schon im Jahrgang 1950 der »Schweizer Schule« berichten.

Diejenigen Probleme, welche wir als Multiplikationen bezeichnen und durch mehr oder weniger stark miteinander verkoppelte Reihen des kleinen Einmaleins lösen, finden in fremden Kulturen eine auf den ersten Blick oft ganz anders geartete Behandlung. Da ist zunächst eine Rechenmethode, die aus Westafrika berichtet wird. Wenn dort ein Neger in einem wohl immer konkreten Zusammenhang z. B. » 9×7 « rechnen mußte, so nahm er etwa 9 Stöckchen (der Multiplikator steht vor), brach jedes Stöckchen in 7 Teile, legte alle Häufchen von 7 Teilen zu einem einzigen zusammen und zählte den ganzen Haufen von 1 bis 63 ab. Vielfach scheint der Neger mit Schlangenköpfen gerechnet zu haben. Um » 5×16 « zu rechnen, bildete er dann fünf Häufchen von 16 Köpfen, legte die fünf Häufchen zu einem großen Haufen zusammen und zählte diesen ab. Es möchte mir fast scheinen, daß dieses Verfahren im Arbeitsunterricht von heute einen gewissen methodischen Wert gewinnen kann, indem man die Kinder damit die Notwendigkeit vereinfachter Verfahren erkennen läßt und infolgedessen die Behandlung des Einmaleins nicht wie etwas Plötzliches, Aufgezwungenes vor die Kinder gebracht wird.

Eine ähnliche Methode zur Erledigung der Multiplikationsprobleme wie in Westafrika mag bei dem einfacheren Volk in den Mayastädten Mittelamerikas üblich gewesen sein; das ganz allgemein verbreitete Rechenveranschaulichungsmittel dort waren ja Kakaobohnen. Aber die Gelehrten der Maya, die Priester und Astronomen, und wohl auch die Großkaufleute, multiplizierten anders. Das erkennt man in einem der wenigen von den Maya erhaltenen Werke, im sogenannten »Codex Dresden«. Sollte z. B. 65 mit 84 malgenommen werden,

so konnte der Mayarechner erst 84 in 3mal 28 zerlegen. Dann schrieb er das Einmaleins von 65 bis » $28 \times 65 = 1820$ « auf, wobei er offenbar jedes folgende Vielfache durch neue Addition des Multiplikanden erreichte, und darauf rechnete er entsprechend das Einmaleins von 1820 bis » $3 \times 1820 = 5460$ «, also ist $84 \times 65 = 5460$ «. Es hätte natürlich nichts im Wege gestanden, den Multiplikator 28 nochmals in » 4×7 « zu zerlegen, erst bis » 7×65 « zu rechnen und dann » 28×65 « dadurch zu erhalten, daß die Einmaleinsreihe der Basis 455 bis »4mal $455 = 1820$ « fortgesetzt wurde. Entsprechend wurde häufig verfahren, wenn der Multiplikator sehr groß war, so zerlegte der Rechner ihn zunächst in eine angemessene Anzahl von Summanden, multiplizierte mit jedem Summanden in der angegebenen Weise und addierte dann die Teilprodukte. So wird z. B. » 5333×260 « gerechnet aus » $10 \times 516 \times 260 + 171 \times 260 + 2 \times 260$ «. (Vergl. Fettweiß, Amerikanistik und Geschichte der Mathematik, Anthropos, Bd. 37/40, Paulusdruckerei, Freiburg in der Schweiz, S. 898.) Auch aus dieser merkwürdigen Multiplikationsmethode kann ein geschickter Lehrer in einer intelligenten Oberstufe noch unterrichtlichen Gewinn ziehen, einmal durch allgemeine Anregung des Interesses der Schüler, die ja auch heute noch durch Erzählungen betr. die Indianer gewonnen werden können, dann ferner durch Fächerverbindung im Interesse eines ganzheitlichen Unterrichts und schließlich durch Benutzung zur Vertiefung der Einsicht in den Zahlenaufbau.

Das Multiplikationsverfahren der alten Ägypter, wie wir es z. B. im Papyrus Rhind um 2000 v. Chr. antreffen, stützt sich auf Verdoppelung (Duplierung) und auf Addition. Wenn der Ägypter rechnen wollte »37 mal 43«, so rechnete er » $1 \times 43 = 43$, $2 \times 43 = 86$, $4 \times 43 = 2 \times 86 = 172$, 8mal $43 = 2 \times 172 = 344$, $16 \times 43 = 2 \times 344 = 688$, $32 \times 43 = 2 \times 688 = 1376$ «. Nun addierte er 32mal, 4mal und 1mal 43 und

hatte das gesuchte Produkt 1591. Um 17mal 24 zu rechnen, bildete er sich durch ständige Duplierung 16×24 und addierte dazu 1×24 . (Vergl. Fettweiß, Wie man einstens rechnete, Math.-physik. Bibliothek, Verlag Teubner, Leipzig.)

Vielfach existierte früher und existiert z. T. auch noch heute bei manchen primitiven Völkern die Sitte, daß die Ergebnisse der Jagdbeute nach bestimmten Vorschriften auf die ganze Dorfgemeinschaft verteilt wurden. Daraus mußte sich natürlich eine Art primitiver Divisionsmethode entwickeln. Auf Samoa bestand die erwähnte Sitte jedenfalls noch vor 100 Jahren. Wenn z. B. die Verteilung von Tausenden von Fischen auf eine große Anzahl von Personen vorgenommen werden mußte, so stellte man je 100 der zu verteilenden Objekte durch eine große Palmblattrippe dar, je 10 des Restes durch eine kleinere. Man verteilte dann zunächst die großen Rippen, darauf die kleineren und schließlich den allerletzten Rest. Das entspricht aber doch ganz unserem primitiven schriftlichen Dividieren, bei dem ja, wenn es sich um eine dreistellige Zahl handelt, erst die Hunderter, dann die Zehner und schließlich die Einer geteilt werden.

Die Division geschah bei den alten Ägyptern, abgesehen von ganz einfach liegenden Fällen, durch Umkehrung der Multiplikation. Entsprechendes scheint bei den Maya der Fall gewesen zu sein. Anders lag die Sache, wenigstens nach Vollentwicklung des mathematischen Aufbaus, in Babylon. Unser Zahlensystem ist ein Zehnersystem, und damit organisch verbunden ein Dezimalbruchsystem. Entsprechend war das Zahlensystem der Babylonier ein Sexagesimal- oder Sechzigersystem, und damit war organisch verbunden ein Sexagesimalbruchsystem, bei dem also auf der ersten Stelle nach den Einern die Sechzigstel standen, auf der darauf folgenden die 3600stel ($1 : 60^2$), dann die 216 000stel ($1 : 60^3$) usf., also ge-

nau wie bei uns die Zehntel, Hundertstel usw. Unsere Basis 10 enthält nur die Teiler 2 und 5. Wir könnten demnach statt durch 2 zu teilen mit 0,5 malnehmen, statt durch 5 zu teilen mit 0,2 malnehmen, anstelle der Division durch 4 träte die Multiplikation mit 0,25, anstelle der Division durch 8 die Multiplikation mit 0,125 und z. B. anstelle der Division durch 40 die Multiplikation mit 0,025. Aber wir kämen mit unserem Verfahren für genaue Rechnung nicht weit, weil die Basis 10 ja nur die Primfaktoren 2 und 5 enthält. Anders, wenn auch nicht vollkommen, ist es in Babylon; denn 60 enthält die Primfaktoren 2, 3, 5 und außerdem die Faktoren 6, 10, 12, 15, 20, 30. Infolgedessen legten die Babylonier sich zu jeder nur aus Teilern von 60 aufgebauten Zahl eine »Reziprokentabelle« an, in der also zu jeder derartigen Zahl der reziproke Wert angegeben war, und dann multiplizierten sie, statt durch eine Zahl der Tabelle zu teilen, mit deren reziprokem Wert, also statt durch 9 zu teilen mit $6/60 + 40/3600$, statt durch 40 zu teilen, mit $1/60 + 30/3600$ und statt durch »1 Ganzes und $21/60$ « zu teilen, multiplizierten sie mit » $44/60 + 26/3600 + 40/21600$ «. Der Leser muß dabei aber bedenken, daß die Zahlen des Sexagesimalsystems ja mit Hilfe der Keilschrift entsprechend einfacher dargestellt werden konnten, als es uns hier mit unseren dem Dezimalsystem angepaßten arabisch-indischen Ziffern möglich ist. Aber Divisionen durch 7, 11, 13, 77, 143 usf. konnten die Babylonier ebensowenig durch genaue Multiplikationen aus dem Sexagesimalbruchsystem ersetzen, wie wir sie ersetzen können durch genaue Multiplikationen aus dem Dezimalbruchsystem. Wie sie in den Fällen verfahren, ist noch nicht abgeklärt.

Es harren sicher noch viele fremdartige Rechenmethoden der Erforschung, und zwar sowohl bei Naturvölkern wie auch in Hochkulturen längst vergangener Zeiten, und diese Erforschung ist, abgesehen von den

angegebenen Gründen, für den Lehrer des Rechnens und der Mathematik auch deshalb von Bedeutung, weil sie ihm zeigt, daß außer dem »Normalverfahren« der indisch-arabischen Rechenmethode auch noch andere Verfahren möglich sind, die, unter bestimmten Gesichtspunkten gesehen, sicher auch Anerkennung verdienen. Hat doch sogar die primitivste aller nur denkbaren Re-

chenmethoden, das Zweiersystem oder duale System, neuerdings in den allerhöchsten Regionen der wissenschaftlichen angewandten Mathematik, die nur wenigen geistig Auserwählten zugänglich sind, nämlich bei der Konstruktion sogenannter »programmgesteuerter Rechenmaschinen« siegreiche Auferstehung in unserem Kulturkreis gefeiert.

VOLKSSCHULE

RECHNEN MIT GEMEINEN BRÜCHEN

Von Jakob Hutter

Nicht im Sinne des Gesamtunterrichtes ist der Lehrstoff zu ordnen. Er befaßt sich mehr mit den einzelnen Teilen, als mit der Ganzheit des Unterrichts-Objektes. Im Rechnen und noch gar im Bruchrechnen will es schwer scheinen, der Forderung des ganzheitlichen Unterrichts zu genügen. Die folgenden Arbeiten sind das Ergebnis eines mehrjährigen Versuches an einer 5. Primarschulklasse, diesem Ziel näher zu kommen.

Wenn dieser Unterricht auch andere Fächer betrifft, also nicht nur das Rechnen streng für sich, dann geschieht das aus einer organischen Beziehung heraus.

Die wirkliche Beziehung zum Unterrichts-Objekt findet der Schüler aus der eigenen Erfahrung, sodann bei Beobachtungs- und Sammelaufgaben, beim Versuch (Lehrversuch) und den künstlerischen (nicht künstlichen) Hilfsmitteln: Sprache, Musik, Darstellung. Er setzt sich auch hier tätig ein, reproduzierend und mit eigenen Erzeugnissen.

Begriffe werden durch Anschauung gewonnen. Es darf nie geschehen, daß ein Wort gebraucht wird zu einem didaktisch, methodisch einwandfreien Unterricht, bevor sein Begriff eine Selbstverständlichkeit geworden ist.

Diese Anschauung gewinnt der Schüler für das Rechnen durch das Zählen. Er erfaßt dabei weitgehend das Gesetz der Zahl und findet nach dem zählenden Rechnen leicht den Übergang zum abstrakten. Er versteht dann, aber nur dann, die »Rechenmaschine«, deren Gebrauch ihm das Auffinden von gewünschten Zahlen zur verfügbaren Spielerei macht.

Das sind kurz die Grundgedanken, die wir im folgenden berücksichtigen wollen. Angeregt wurde ich zu meinen Versuchen im besondern durch die Feststellung, daß Sekundarschüler und besonders auch Gewerbeschüler den gemeinen Brüchen eher abhold sind und etwas mühevoll mit ihnen umgehen. Ich suchte den Fehlern an der Wurzel zu begegnen und konnte tatsächlich erfahren, daß teilweise ganz irrige Meinungen bestanden, die sich auf unrichtige Begriffe zurückführen ließen, wie zum Beispiel: Die Reihenfolge der gemeinen Brüche sei analog der Reihenfolge ganzer Einheiten $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$. . . oder: Ein Bruch sei immer ein Teil von einem Ganzen, also weniger als 1.

Einführung des Bruches.

Wenn ich die Bedingung aufstelle, der