

# Aus dem Werk und Leben von C.F. Gauss (1777-1855)

Autor(en): **Ineichen, Robert**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizer Schule**

Band (Jahr): **42 (1955)**

Heft 9: **Zum Sprachunterricht ; C.F. Gauss ; Adoleszenz**

PDF erstellt am: **15.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-532278>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

also? Wie nannten die Eidgenossen die Deutschen? Das war nicht nett zwischen Leuten *eines* und desselben Landes. Warum *eines* Landes? Zerwürfnis hatte es gegeben, weil die Eidgenossen fanden, der Kaiser habe in den Jahren 1474–1476 seine Pflicht vernachlässigt. Inwiefern? Nun war Gelegenheit, dem Kaiser die Steuer zu

versagen. Was mußte dieser nun unternehmen? Wie stellten sich die Eidgenossen, als der Kaiser mit Waffengewalt vorging? Die Eidgenossen wählten damals ein bedeutungsvolles Erkennungszeichen. Welches? Welche grundsätzliche Bedeutung kam der Tatsache zu, daß die Eidgenossen in allen Schlachten siegreich blieben?

## MITTELSCHULE

### AUS WERK UND LEBEN VON C. F. GAUSS (1777–1855)

Von Dr. Robert Ineichen, Luzern

Am 23. Februar jährte sich zum 100. Male der Todestag des großen Mathematikers und Astronomen Carl Friedrich Gauß. Die Lehren und Impulse, die von seinem Werk ausgehen, strahlen derart in die meisten Disziplinen der angewandten und reinen Mathematik – auch der Schulmathematik – aus, daß ein kurzes Verweilen in seiner Gedankenwelt wohl angezeigt ist und vielleicht interessiert. – Es ist nicht das Ziel der folgenden Darlegungen, die vor einiger Zeit in der Naturforschenden Gesellschaft Luzern vorgetragen wurden, zu sehr in die Tiefe der Gaußschen Gedanken einzudringen. Dies wäre nicht leicht möglich; denn gerade die Mathematik erschwert – wie kaum eine andere Wissenschaft – jedem das Eindringen, der nicht eine ganze Entwicklung schrittweise verfolgen kann. Hingegen soll versucht werden, durch Aufzeigen möglichst anschaulicher Einzelheiten einen bescheidenen Einblick in die mannigfaltigen Gebiete zu gewinnen, in denen Gauß grundlegend gearbeitet hat.

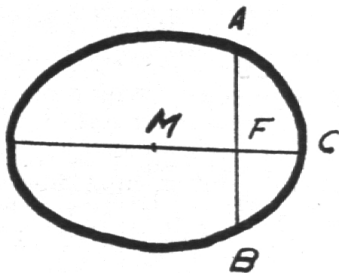
»Sein Geist drang in die tiefsten Geheimnisse der Zahl, des Raumes und der Natur; er maß den Lauf der Gestirne, die Gestalt und die Kräfte der Erde; die Entwicklung der mathematischen Wissenschaften eines kommenden Jahrhunderts trug er in sich.« Mit diesen Worten charakterisiert der Astronom Brendel das Werk dieses unbestrittenen Herrschers im Reiche der Mathematik, dem eine Stellung zukommt, wie sie ein Newton oder ein Archimedes einnimmt.

#### I.

Seinen ersten großen Erfolg und Ruhm erwarb sich Gauß als *Astronom* mit einer Leistung, die zu seinen glänzendsten und

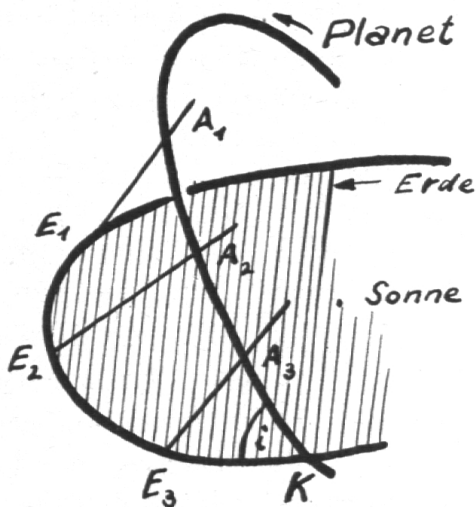
zugleich populärsten gehört: die genaue, bis in alle rechnerischen Einzelheiten durchgeführte *Berechnung der Bahn eines Kleinplaneten, der Ceres* (1801). – Schon zu Keplers Zeiten vermutete man in der großen Lücke, die sich zwischen Mars und Jupiter in unserem Sonnensystem zeigt, einen weiteren Planeten etwa in der doppelten Marsentfernung. Seine Entdeckung gelang indessen erst anfangs Januar 1801 dem Direktor der Sternwarte von Palermo, Giuseppe Piazzi. Er fand nämlich im Sternbild des Stiers ein Sternchen achter Größe, das sich durch seine Bewegung unter den Fixsternen als Planet entpuppte. Nachdem er es während einiger Wochen verfolgt hatte, zwang ihn eine Erkrankung, seine Beobachtungen zu unterbrechen; nachher fand er es nicht mehr, es war in den Strahlen der Sonne verschwunden. Es stellte sich nun die Aufgabe, den Ort dieses Kleinplaneten, der Ceres, zu berechnen; ein Problem, das in seiner Art völlig neu war; denn bisher hatte man bloß Bahnen aus sehr langfristigen Beobachtungen bestimmt oder angenäherte Kreisbahnen berechnet. Eine Bahnbestimmung eines Planeten, von dem *drei Beobachtungen* bekannt sind, stellt ein mathematisch fest umrissenes Problem dar; es sind nämlich folgende Größen zu bestimmen:

1. Die *Exzentrizität*  $MF:MC$  gibt uns Aufschluß über die Art des Kegelschnittes. (Ellipse, Parabel, Hyperbel, je nach dem  $MF:MC$  größer, gleich oder kleiner als 1 ist.)



2. Der *Parameter* AB gibt die »Größe« des Kegelschnittes an.

Diese zwei Größen legen den Kegel-schnitt fest, dem die Bahn des Planeten nach den Keplerschen Gesetzen folgt. Durch vier weitere Größen wird dieser Kegel-schnitt im Raume festgelegt:



3. Die *Länge des Knotens* K.
4. Die *Neigung der Bahn* i.
5. Der *Abstand des Perihels vom Knoten*.
6. Die *Perihelzeit*.

Nun liefern die drei Beobachtungen drei Sehstrahlen E<sub>1</sub> A<sub>1</sub> usw. Die gesuchte Planetenbahn muß die drei Sehstrahlen schneiden. Ferner muß der Planet, in unserm Falle die Ceres, diese drei Schnittpunkte zu Zeiten anlaufen, die dem 2. Keplerschen Gesetz entsprechen. Mit diesen zwei For-

derungen ergeben sich aus den drei Beobachtungen *sechs Gleichungen für die sechs Unbekannten*. Diese Gleichungen führen aber zu so verwickelten Beziehungen, daß nur Näherungslösungen in Frage kommen. Es ist nun das große Verdienst des 24jährigen Gauß, die zweckmäßigen Näherungen erkannt und die damit verbundene rechnerische Riesenarbeit bewältigt zu haben. Der Erfolg blieb nicht aus: Noch im gleichen Jahr fanden die Astronomen Zach und Olbers die verschwundene Ceres wieder. – Aus seinen anfänglichen primitiven Methoden der Bahnbestimmung entwickelte Gauß neue und feinere. Schließlich legte er in der *Theoria motus corporum coelestium* (Hamburg 1809) seine Methoden zusammenfassend dar. Sie wurden seither nur in Nebensächlichem erweitert; seine *Theoria* ist geradezu zum Gesetzbuch der rechnenden Astronomie geworden. Zu seinen weiteren astronomischen Gipfelleistungen werden auch seine Arbeiten zur Störungstheorie gezählt, obwohl er hier trotz beharrlicher Energie nicht bis zu den letzten Resultaten vordringen konnte.

## II.

Nur ein virtuoser Rechner konnte sich an die eben genannten Aufgaben wagen. In der Tat ist seine Rechenfertigkeit so wesentlich, daß wir etwas länger beim *Zahlenrechner Gauß* verweilen müssen. Seine große Gewandtheit im Zahlenrechnen beruht wohl vor allem darauf, daß er die Zahlen viel stärker *individualisierte*, als man dies normalerweise tut: Seine einläßliche Beschäftigung mit der Welt der Zahlen erlaubte ihm, sehr viele Beziehungen zu behalten (z. B.  $19 \cdot 53 = 1007$ ), und andererseits gelang es ihm in andern Aufgaben, ohne Mühe den Zusammenhang mit bekannten Resultaten zu sehen (z. B.  $57 \cdot 212 = 3 \cdot 19 \cdot 4 \cdot 53 = 1007 \cdot 12 = 12\,084$ ). Ferner verschaffte er sich viele Erleichterun-

gen, indem er selbst berechnete *Tafeln* verwendete. So diente ihm eine *Tabelle der reziproken Werte* aller Primzahlen von 1 bis 1000 dazu, jede Division durch eine Multiplikation mit dem reziproken Wert zu ersetzen:

$2 : 47 = 2 \cdot \frac{1}{47} = 2 \cdot 0,021276 \dots$  Dabei ist  $0,021276 \dots$  der eben erwähnten Tabelle entnommen.

Oder in ähnlicher Weise:

$60 : 611 = 1 : 47 + 1 : 13 = 0,021276 \dots + 0,076923 \dots$

Es ist dies ein Verfahren, das heutzutage viel zu wenig verwendet wird; nur beim Bruchrechnen spielt es in der Schule eine kurze Gastrolle, obwohl entsprechende Tabellen in den meisten Logarithmentafeln zu finden sind. – Wer astronomische Rechnungen durchzuführen hat, weiß die sogenannten *gaußischen Logarithmen* sehr zu schätzen, da sie gestatten, den Logarithmus der Summe zweier Zahlen in bequemer Art aus ihren Logarithmen direkt zu berechnen. Auch diese Tabellen wurden – wie noch manche astronomische, geodätische und versicherungstechnische – von Gauß erstmals berechnet und publiziert. Und doch schreibt Gauß selbst, er habe seine Rechenfertigkeit nie absichtlich kultiviert. Andererseits horchte schon der dreijährige Gauß hin, wenn sein Vater den Gesellen den Lohn berechnete; als Schüler der Rechenklasse in Braunschweig verblüffte er seinen Lehrer durch die rasche Berechnung der Summe  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100$ , die der neunjährige in folgender Weise elegant bestimmt hatte:

1	2	3	$\dots$	50
100	99	98	$\dots$	51
101	101	101	$\dots$	101

Somit:  $S = 50 \cdot 101 = 5050$

Man beachte, daß er auf diese Art den Weg für die Summierung arithmetischer Reihen fand; er entspricht der heute noch verwendeten Formel.

### III

Seine intensive Rechenarbeit ließ ihn manches Gesetz der *Zahlentheorie* an speziellen Zahlenbeispielen erkennen. Ein sehr bekanntes Ergebnis solcher Vermutungen ist der *Primzahlsatz*. Dieser gestattet, die Anzahl Primzahlen unterhalb einer gegebenen Zahl angenähert anzugeben:

Die Anzahl der Primzahlen  $\leq x$  ist (asymptotisch) gleich  $x : \ln x$ .

Ein Beispiel:

Durch Auszählen kann man feststellen, daß 50 847 478 Primzahlen zwischen 1 und 1 Milliarde vorkommen. Der Primzahlsatz ergibt als Annäherung ca. 48 Millionen. Mit wachsendem  $x$  wird der relative Fehler – hier noch 5 % – beliebig klein<sup>1</sup>. Ein solches empirisch gefundenes Ergebnis verlangt natürlich nach einem Beweis. In diesem Falle konnte ihn Gauß nicht geben; der Satz wurde erst später bewiesen, ein einigermaßen elementarer Beweis konnte sogar erst 1948 gegeben werden.

Mit seinen 1801 erschienenen »Disquisitiones arithmeticae« hat Gauß die Zahlentheorie als moderne Disziplin der Mathematik recht eigentlich geschaffen. Er tat dies in einer Art, die deren Weiterentwicklung bis weit in unser Jahrhundert hinein bestimmte. Diese Schöpfung verdient um so mehr Bewunderung, als der damals Vierundzwanzigjährige diese ganze Gedankenwelt rein aus sich selbst erschuf; er besaß tatsächlich die meisten seiner Entdeckungen, ehe er die entsprechende Literatur, d. h. die Werke von Euler, Lagrange und Legendre, kennenlernte. Die Darstellung ist allerdings so gehalten, daß sie in ihrer lückenlosen, unerbittlichen Strenge gar nichts von den Entdeckungsversuchen und den überwundenen Schwierigkeiten verrät. Es ist unmöglich, den In-

<sup>1</sup> Eine bessere Annäherung mit Hilfe des Integrallogarithmus ergibt 50 849 235.

halt dieses Werkes in Kürze anzugeben, führt es doch von Elementen zum quadratischen Reziprozitätsgesetz (erster Beweis von Gauß), zu den quadratischen Formen und den Kreisteilungsgleichungen; doch sei wenigstens einer der vielen von Gauß geschaffenen Begriffe, jener der *Zahlkongruenz*, etwas näher erläutert:

Wir betrachten die Zahlen 8 und 5 und dividieren sie z. B. durch 3. Beide ergeben den gleichen Divisionsrest. Mit Hilfe des eben erwähnten Begriffes der Zahlkongruenz formuliert man dies so:  $8 \equiv 5 \pmod{3}$ , d. h. »8 ist kongruent 5 modulo 3«. Wichtig ist nun, daß man mit diesen Kongruenzen ähnlich wie mit Gleichungen rechnen darf. So folgt zum Beispiel aus  $8 \equiv 5 \pmod{3}$  und  $10 \equiv 7 \pmod{3}$  durch Multiplikation  $80 \equiv 35 \pmod{3}$ , was offensichtlich zutrifft. An einem ganz einfachen Beispiel sei noch gezeigt, wie das Rechnen mit solchen Symbolen auf sehr elegantem Wege zu neuen Resultaten führen kann:

Frage: Ist  $(a^7 - b^7)$  durch  $(a - b)$  teilbar?

Sicher ist  $a - b \equiv 0 \pmod{a - b}$ ; daraus folgt  $a \equiv b \pmod{a - b}$ , daraus durch Potenzieren  $a^7 \equiv b^7 \pmod{a - b}$  oder  $a^7 - b^7 \equiv 0 \pmod{a - b}$ . Das heißt doch, daß der Rest bei der Division durch  $a - b$  Null ist.

#### IV

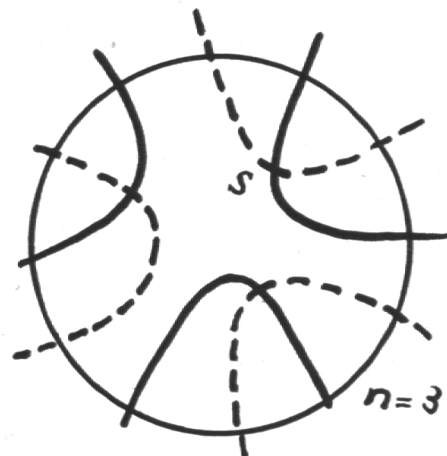
Allen Abhandlungen von Gauß ist eine besonders kritische Strenge eigen; die Zeitgenossen sprechen von der »Gaußschen Strenge«. So ist es denn nicht verwunderlich, daß schon seine Dissertation, die er 1799 der Universität Helmstedt einreichte, mit einer kritischen Betrachtung früherer Lösungsversuche seines Problems beginnt. Es handelt sich um den *Fundamentalsatz der Algebra*, an dessen Beweis Euler (1749), d'Alembert (1746) und Lagrange (1772) gescheitert sind. Bescheiden nennt Gauß seinen Beweis, der den ersten exak-

ten Nachweis darstellt, »demonstratio nova«. Es handelt sich um die Aussage:

Die Gleichung  $f(z) = Az^n + Bz^{n-1} + Cz^{n-2} + \dots + Lz + M = 0$  mit reellen  $A, B, \dots, M$  und mit von Null verschiedenem  $A$  hat mindestens eine Lösung. — Aus diesem Satz folgt dann rasch, daß eine solche Gleichung  $n$ -ten Grades  $n$  Lösungen hat.

Wir wollen hier die knappe Skizze des Beweises, die Ludwig Bieberbach<sup>2</sup> gibt, anführen:

»Faßt man die Variable im Polynom als komplexe Variable auf und trennt das Polynom in Real- und Imaginärteil, so liefert jeder der beiden, Null gesetzt, eine algebraische Kurve in einer Zahlenebene, in der Realteil und Imaginärteil jener Va-



riablen Koordinaten sind. Betrachtet man den Verlauf dieser Kurven auf einem Kreis von großem Radius, so stellt man fest, daß die dort gelegenen Schnittpunkte des Kreises mit der Kurve des Realteils und der Kurve des Imaginärteils einander trennen, wenn man den Kreis durchläuft. Daraus läßt sich schließen, daß die beiden Kurven selbst sich im Innern des Kreises schneiden. Die dem Schnittpunkt (s) entsprechende komplexe Zahl ist eine Wurzel der Gleichung, weil sie sowohl Realteil wie Imaginärteil zum Verschwinden bringt.«

Gauß wurde in Helmstedt auf Antrag von Professor Pfaff promoviert. Er veröffentlichte später noch drei andere Beweise dieses Fundamentalsatzes, den letzten 1849 bei Anlaß seines Doktorjubiläums.

In seiner Dissertation verwendet Gauß die *komplexen Zahlen*, die seit G. Carda-

<sup>2</sup> L. Bieberbach, C. F. Gauß, Berlin 1938.

no (1501–1576) nach und nach in algebraischen Abhandlungen auftreten, nur andeutungsweise. Es entspricht dies seiner Art, sich sehr vorsichtig auszudrücken, seine tiefsten Ideen anfänglich zu verhüllen und sie erst für sich weiterzuentwickeln. Denn er verschafft schließlich den komplexen Zahlen den ihnen gebührenden Platz im Aufbau der Arithmetik und der Algebra, indem er den Begriff der allgemeinen komplexen Zahl streng aufstellt, die Berechtigung, sie in den rechnerischen Operationen zu verwenden, darlegt und ihre Veranschaulichung in einer Zahlenebene (heute Gaußsche Zahlenebene genannt) endgültig einführt (*Theoria residuorum biquadraticorum II*, 1831).

## V

Zu den Glanzleistungen, die *Gauß als Geometer* vollbrachte, gehört wohl jene Entdeckung, die er als neunzehnjähriger Student in Göttingen machte, eine Entdeckung, die ihn übrigens bewog, fortan Mathematik zu studieren und sich von der Philologie, zu der er sich stark hingezogen fühlte, abzuwenden: die *Konstruktion des regelmäßigen Siebzehnecks*. Mit einer Notiz über diese Entdeckung eröffnet er am 30. März 1796 während der Osterferien in seiner Vaterstadt Braunschweig sein Tagebuch:

»Principia quibus innititur sectio circuli, ac divisibilitas eiusdem geometrica in septemdecim partes etc. Mart. 30. Brunsv.«

Im Intelligenzblatt der »Allgemeinen Literaturzeitung« Nr. 66 vom 1. Juni 1796 steht unter »Neue Entdeckungen«:

»Es ist jedem Anfänger der Geometrie bekannt, daß verschiedene ordentliche Vielecke, namentlich das Dreieck, Fünfeck, Fünfzehneck und die, welche durch wiederholte Verdopplung der Seitenzahl eines derselben entstehen, sich geometrisch construieren lassen. Soweit war man schon zu Euklids Zeit, und es scheint, man habe sich seitdem allgemein überredet, daß das Gebiet der Elementargeometrie sich nicht weiter erstrecke: wenig-

stens kenne ich keinen geglückten Versuch, ihre Grenzen auf diese Seite zu erweitern.

Desto mehr, dünkt mich, verdient die Entdeckung Aufmerksamkeit, daß außer jenen ordentlichen Vielecken noch eine Menge anderer, z. B. das Siebzehneck einer geometrischen Konstruktion fähig ist. Diese Entdeckung ist eigentlich nur ein Corollarium einer noch nicht ganz vollendeten Theorie von größerem Umfange, und sie soll, sobald diese ihre Vollendung erhalten hat, dem Publikum vorgelegt werden.

C. F. Gauß, a. Braunschweig,  
Stud. der Mathematik zu Göttingen.«

Gauß kam allerdings nicht von Überlegungen rein geometrischer Art zu dieser Entdeckung. So erfolgte denn auch die Publikation seiner Untersuchungen in den bereits genannten »Disquisitiones arithmeticae« im Abschnitt über die Kreisteilungsgleichungen. – Das Ergebnis läßt sich etwa so formulieren: Ein regelmäßiges  $n$ -Eck ist dann und nur dann mit dem Zirkel und Lineal (exakt) konstruierbar, wenn  $n$  nur Potenzen von 2 und Gaußsche Primzahlen in höchstens erster Potenz enthält.

Die genannten Gaußschen Primzahlen sind solcher von der Form  $p = 2^{2^n} + 1$ , also zum Beispiel  $3 = 2 + 1$ ,  $17 = 2^4 + 1$ ,  $257 = 2^8 + 1$ .

Aus diesem Ergebnis folgt etwa, daß das regelmäßige Sieben- und das regelmäßige Neuneck mit Zirkel und Lineal nicht (exakt) konstruierbar sind, während das Siebzehneck<sup>3</sup> oder das 85-Eck in dieser Art konstruierbar sind. Selbstverständlich sind diese Tatsachen nur von grundsätzlichem Interesse im Hinblick auf das Problem der Konstruierbarkeit mit gegebenen Mitteln.

Im Jahre 1827 veröffentlichte Gauß die Abhandlung »Disquisitiones generales circa superficies curvas«. Es ist dies sein Hauptwerk über die Geometrie, das vor allem für die Entwicklung der Differentialgeometrie außerordentlich bedeutsam

<sup>3</sup> Die Konstruktion findet sich z. B. bei H. Tietze, *Gelöste und ungelöste mathematische Probleme*, München 1949.

wurde. Es ist nicht nur aus reinem Denken entstanden, sondern zum Teil Ergebnis seiner geodätischen Arbeit bei der von ihm geleiteten Vermessung von Hannover (1821 bis 1841). Das wichtigste Resultat der in diesem Werke niedergelegten Untersuchungen ist die sogenannte Biegungsinvarianz des Krümmungsmaßes<sup>4</sup>: Denken wir uns eine Fläche aus einem biegsamen, undehnbaren Stoff, zum Beispiel aus Papier. Eine solche Fläche läßt sich im allgemeinen verbiegen; da sie undehnbar ist, behalten alle auf ihr gezeichneten Kurven ihre Länge. Man spricht von Verbiegung, etwas allgemeiner von längentreuer Abbildung. Dann gilt: Bei zwei längentreu aufeinander abgebildeten Flächen stimmen in entsprechenden Punkten die Krümmungsmaße überein. Aus diesem Satz folgt beispielsweise, daß sich ein Stück einer Kugelfläche nicht längentreu auf ein Stück der Ebene abbilden läßt (Landkarte!).

Auch in diesen Disquisitiones hält Gauß seine kühnsten Ideen zurück. Aus seinem Briefwechsel mit Bessel u. a. geht nämlich klar hervor, daß er im Besitze einer nicht-euklidischen Geometrie war; er publizierte nie darüber, entsprechend seiner empfindlichen und vorsichtigen Art wollte er Zusammenstöße möglichst vermeiden. So schreibt er über eine eventuelle Publikation an Bessel am 27. Januar 1829: »Vielleicht wird dies bei meinen Lebzeiten nie geschehen, da ich das Geschrei der Böoter fürchte, wenn ich meine Ansichten ganz aussprechen wollte.«

Endlich sei noch erwähnt, daß auch viele Zusätze zur elementaren Schulgeometrie von Gauß stammen, so zum Beispiel der übliche Beweis, daß sich die drei Höhen eines Dreiecks in einem Punkte schneiden.

## VI

### In einer Aufzählung der mathemati-

<sup>4</sup> Eine anschauliche Definition der Krümmung z. B. bei H. Tietze, l. c.

sehen Disziplinen, in denen Gauß gearbeitet hat, wären auch die Theorie der elliptischen Funktionen, die Theorie der Reihen (z. B. der berühmten hypergeometrischen Reihen) und noch weitere Gebiete zu nennen, auf die hier nicht eingegangen werden kann.

Auch auf seine Leistungen in der *Physik* sei bloß hingewiesen: Durch Alexander von Humboldt, der ja von größter Bedeutung für die Entwicklung der Naturwissenschaften war, wurde er zur Beschäftigung mit erdmagnetischen Problemen angeregt. Im Hause Humboldts lernte er auch den Physiker Wilhelm Weber kennen. Dieser wurde auf die Anregung von Gauß als Professor nach Göttingen berufen. Damit begann eine sehr fruchtbare Zusammenarbeit der beiden Wissenschaftler, die ihren Niederschlag in mehreren Publikationen über magnetische und elektrodynamische Probleme, u. a. auch über die Theorie des Potentials, fand. Ein Nebenprodukt dieser Tätigkeit genießt ja besondern Ruhm: die Konstruktion des elektromagnetischen Telegraphen. Es sei noch auf den großen Fortschritt hingewiesen, daß Gauß und Weber versuchten, alle Messungen auf drei Grundgrößen: Länge, Maße und Zeit, zurückzuführen. Sie wurden so zu den Schöpfern des absoluten Maßsystems.

Im Jahre 1829 erschien die Abhandlung »Über ein neues allgemeines Grundgesetz der Mechanik«. Es handelt sich dabei – wie Gauß selbst bemerkt – nicht um ein wesentlich neues Prinzip, sondern eher um einen neuen Gesichtspunkt, von welchem aus die mechnischen Vorgänge betrachtet werden können. Er beschließt diese Abhandlung mit dem folgenden Satz:

»Es ist sehr merkwürdig, daß die freien Bewegungen, wenn sie mit den notwendigen Bedingungen nicht bestehen können, von der Natur gerade auf dieselbe Art modifiziert werden, wie der rechnende Mathematiker nach der Methode der kleinsten Quadrate Erfahrungen ausgleicht...«

Die erwähnte Methode der kleinsten

Quadrate, die Gauß schon im Alter von 18 Jahren besaß, stellt die auch heute noch maßgebende Ausgleichsrechnung dar, deren sich Physiker, Astronomen und Geodäten bedienen, wenn es sich darum handelt, aus mehreren Messungen derselben Größe den bestmöglichen Näherungswert zu finden.

## VII

Abschließend sollen noch kurz Lebensgang und Charakter von Gauß geschildert werden.

Als Sohn einfacher Eltern wurde er am 30. April 1777 in Braunschweig geboren. Seine rechnerische Begabung trat früh hervor und wurde von seinen Lehrern in verdienstvoller Weise gefördert. Seine Begabung erweckte bald die Aufmerksamkeit des Herzogs Ferdinand von Braunschweig, der ihm den Besuch des Gymnasiums, des Karolinums und der Universität Göttingen (1795–1798) ermöglichte. Diese bot ihm in mathematischer Hinsicht zwar recht wenig; der dortige Professor für Mathematik, Kästner, war Gauß in keiner Weise gewachsen; aber Gauß studierte in dieser Zeit hauptsächlich mathematische Originalarbeiten, so etwa die Werke von Euler und Lagrange, mit deren Studium er schon als Gymnasiast begonnen hatte. In die Göttinger Zeit fallen unter anderm die Erfindung der Methode der kleinsten Quadrate und die Entdeckung der Konstruierbarkeit des regelmäßigen Siebzehneckes. 1798–1807 lebte Gauß wieder in Braunschweig, dank der Großzügigkeit des Herzogs konnte er das Leben eines Privatgelehrten führen. 1799 doktorierte er an der Universität Helmstedt; 1801 publizierte er die »Disquisitiones arithmeticae«, womit er sich unter die ersten Mathematiker seiner Zeit einreichte. So schrieb ihm etwa der berühmte Lagrange:

»Vos Disquisitiones vous ont mis tout de suite au rang des premiers géomètres, et je regarde la dernière section comme contenant la plus belle

découverte analytique qui à été faite depuis longtemps.«

Das besondere Lob galt dem bereits erwähnten Abschnitt über die Kreisteilungsgleichungen. – Bald erregte er auch allgemeine Bewunderung mit seinen astronomischen Arbeiten: Bahnbestimmung der Ceres und Störungsberechnungen. Das verschaffte ihm 1807 den Ruf als Professor der Astronomie und als Direktor der Sternwarte nach Göttingen. Petersburg, Leipzig, Berlin warben nun um ihn. Gauß blieb in Göttingen und widmete sich seinen Arbeiten in allen Teilen der Mathematik. Wo er auch ansetzte, drang er zu fundamentalen Erkenntnissen vor. In großartiger Selbstdisziplin forderte er von sich, nur ausgereifte, in der Form eines Kunstwerkes dargestellte Arbeiten zu publizieren. »Pauca, sed matura«, stand auf seinem Siegel. – Er liebte es nicht, Vorlesungen halten zu müssen; er hat auch keine eigentliche Schule begründet, hatte aber für seine Hörer immer auch starkes persönliches Interesse. U. a. gehörten Dedekind und v. Staudt zu diesen. – Von Schicksalsschlägen blieb Gauß nicht verschont; früh verlor er seine erste Frau, eines seiner Kinder starb jung. Erschütternd ist die Totenklage, die er für seine Frau niedergeschrieben hat. Überhaupt zeigen seine Briefe einen warmen, mitfühlenden Charakter, Toleranz, aber auch Besorgnis um das Wohl seiner Angehörigen und seiner Schüler. Ehre und Ruhm suchte er nie. So schreibt sein erster Biograph, Sartorius von Waltershausen <sup>5</sup>:

»Wenn es Gauß um ehrgeizige Pläne im Leben zu tun gewesen wäre, er hätte sie bei seinem Genie, bei seiner geistigen Macht leicht erreichen können. Allein, die Ehren, die man ihm erwies, mußte man ihm ins Haus tragen. Er selbst hätte die Hand nicht danach ausgestreckt; so blieb er in seiner Jugend wie in seinem Greisenalter bis zum Schluß seiner Tage der schlichte, einfache Gauß.«

Über sein Leben aber schreibt Gauß in

<sup>5</sup> Gauß zum Gedächtnis, Leipzig 1856.



einem Brief vom 20. April 1848 an seinen alten Freund Wolfgang Bolyai <sup>6</sup>:

»... Es ist wahr, mein Leben ist mit vielem geschmückt gewesen, was die Welt für beneidenswert hält. Aber glaube mir, lieber Bolyai, die herben Seiten des Lebens, wenigstens des meinigen, die sich wie der rote Faden dadurch ziehen und denen man im höhern Alter immer wehrloser gegenübersteht, werden nicht zum hundertsten Teil aufgewogen von dem Erfreulichen. Ich will gern zugeben, daß dieselben Schicksale, die zu tragen mir so schwer geworden ist und noch ist, manchem andern viel leichter gewesen wären, aber die Gemütsverfassung gehört zu unserem Ich, der Schöpfer unserer Existenz hat sie uns mitgegeben, und wir vermögen wenig daran zu ändern. Ich finde dagegen in diesem Bewußtsein der Nichtigkeit des Lebens, was doch jedenfalls der größere Teil der Menschheit beim Annähern des Zieles aussprechen muß, mir die stärkste Bürgschaft für das Nachfolgen einer schöneren Metamorphose darbietet. Mit dieser, mein treuer Freund, wollen wir uns trösten und dadurch den nötigen Gleichmut zu gewinnen suchen, um damit bis ans Ende auszuharren. „Fortem facit vicina libertas senem“, sagt Seneca.«

Diese Größe als Mensch und als Wissen-

<sup>6</sup> F. Schmidt, P. Stäckel, Briefwechsel, Leipzig 1899.

schafter wurde von seinen Zeitgenossen wohl beachtet und gewürdigt: »Fürst der Mathematiker«, läßt König Georg V. von Hannover auf die Denkmünze schreiben, die er kurz nach dem Tode von Gauß am 23. Februar 1855 prägen ließ.

»Wenn wir uns fragen« – so schreibt Felix Klein – »worin das Ungewöhnliche, Einzigartige dieser Geisteskraft liegt, so muß die Antwort lauten: es ist die Verbindung der größten Einzelleistung in jedem ergriffenen Gebiet mit größter Vielseitigkeit; es ist das vollkommene Gleichgewicht zwischen mathematischer Erfindungskraft, Strenge der Durchführung und Sinn für die Anwendung bis zur sorgfältig ausgeführten Beobachtung und Messung; und endlich, es ist die Darbietung des großen, selbstgeschaffenen Reichtums in vollendeter Form.«

Die vorliegenden Ausführungen stützen sich vor allem auf die von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen seit 1876 herausgegebenen »Werke« von Gauß, auf die von F. Klein, M. Brendel und L. Schlesinger gesammelten »Materialien für eine wissenschaftliche Biographie von Gauß« (Leipzig 1918), auf F. Kleins »Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert« (Berlin 1926/27) und auf die einschlägigen Darstellungen der Geschichte der Mathematik (O. Becker, J. E. Hofmann, J. Tropfke).

## LEHRERIN UND MÄDCHENERZIEHUNG

### DIE BIENELEIN SUMSEN ...

*Ein kleiner Reigen*

Von S. B.

Die Sondernummer der »Schweizer Schule« vom 1. Mai 1955 »Aus dem Leben der Bienen« bot mir Anregung und viel Stoff zu froher Arbeit während einiger Wochen. Sogar im Turnen wollten die Mädchen das Thema einbauen und baten, einen Bienenreigen spielen zu dürfen. Was wir da zum Volkslied »Es tönen die Lieder« zusammengestellt haben, mag auch andern Klassen Freude bereiten. Mädchen lieben ja Singspiele und Reigen so sehr.

Aufstellung im Kreis. Zu zweien nummerieren.

#### 1. Strophe:

»Es tönen die Lieder.«

Mit gefaßten Händen vorwärts schreiten und Armheben.

»Der Frühling kommt wieder.«

Schreiten rückwärts.

»Es spielt der Hirte auf seiner Schalmei.«

Mit der Geste des Flötenspiels Hüpfen