Zeitschrift: Schweizer Schule
Herausgeber: Christlicher Lehrer- und Erzieherverein der Schweiz
Band: 45 (1958)
Heft: 20: Der Mathematikunterricht in der Sekundarschule

Artikel: Gedanken zum Rechenunterricht an der Sekundarschule
Autor: Bucher, F.J.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-539240

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 14.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Gedanken zum Rechenunterricht an der Sekundarschule

F. J. Bucher, Großdietwil

1. *Zur Prozentrechnung*

Ein erklecklicher Teil unseres Rechnens wird beherrscht von der *Prozentrechnung*. Ihr kommt daher in unserer Stoffvermittlung *zentrale Bedeutung* zu.

Wir sind uns an das Fremdwort ‚Prozent' gewohnt, während der Deutsche ‚auf 100' und der Franzose ‚pour cent' rechnet. Bei diesen Aufgaben handelt es sich also um einen Vergleich auf 100.

Wer seinem Schüler zunächst den *Dreisatz* (hier fällt bloß der mit direkten Verhältnissen in Betracht!) gründlich beibringt, untermauert damit das Prozentrechnen oder das Vergleichen auf 100. Er ist eine vorzügliche Denkschule, zumal bei Beispielen, deren Lösung auf Umwegen gefunden wird. Es sind das Aufgaben, die dem Sekundarschüler mit der Zeit zugemutet werden müssen. Stoff zu solchen Aufgaben findet der praktische Lehrer in Hülle und Fülle in der nächsten Umgebung, kann ihn sich aus Aufgabensammlungen und den verschiedenen Kärtchenserien verschaffen. Vielleicht wagt sich der Schüler selber an das Aufsuchen und Zusammenstellen von Rechnungen aus seinem Erfahrungskreis und wahrt so den Kontakt mit dem Leben.

Wer also im Dreisatz auf 100 geschlossen hat, rechnete unwillkürlich die Prozente. Jedesmal ist es für die Schüler ein geistiges Erlebnis, wenn ihnen der Lehrer endlich erklärt, sie hätten nun die Prozente bestimmt. Dieses Anpeilen der Prozentrechnung vom Schluß auf 100 her zeigt in der Praxis dankbarste Resultate. Dem Lernenden wird damit sofort klar, worum es eigentlich dem Prozentrechnen, nicht zuletzt in der Praxis, geht: um einen Vergleich verschiedener Dinge auf die gemeinsame Größe, eben 100; bei der Promillerechnung hingegen schließen wir auf 1000, ist ihrem Wesen nach gleich aufgebaut wie die Prozentrechnung.

Die Methode, welche die Prozentrechnung so einleitet, verspricht speziell für die Sekundarschule reichste Früchte, weil man hier zum Unterschied zur Primarschule, die sich gewöhnlich nur mit der Prozent*wert*rechnung befaßt, alle Varianten der Prozentrechnung, so die Bestimmung des Prozentsatzes, Prozentwertes und des Grundwertes durchnimmt. Nur beginnen wir logischerweise mit der Ermittlung des Prozent*satzes*.

Bei der unterrichtlichen Behandlung dieser Rechnungen wird man besonders anfänglich auch hier gut daran tun, das Material aus der nächsten Umgebung der Schule selber zu schöpfen und von einem gewissen Schema auszugehen.

Verfolgen wir die Wege anhand einzelner praktischer Beispiele!

Bauer A bemerkt, daß er in diesem obstreichen Herbst von seinen 1550 kg Gravensteinern 950 kg als erstklassig abzusetzen vermochte, dieweil Landwirt B vermeint, er sei bei seinem Ertrag von 620 kg, davon 350 kg Erstklaßware, im Handel besser weggekommen. Welcher dieser beiden Verkäufer hatte nun verhältnismäßig besser abgeschnitten? Um dieses festzustellen oder eventuell noch weitere Obstbauern in den Kreis der Berechnung einzubeziehen, berechnen wir für jeden den *Verkauf* auf 100 kg *Ertrag* und erhalten so folgende Beispiele:

Bauer A:

Auf 1550 kg Obst*ertrag* = 950 kg *Erstklaßware*

$$\text{Auf } 100 \text{ kg Obst}\textit{ertrag} = \frac{950 \text{ kg} \cdot 100}{1550} = 950 \text{ kg} : 15{,}5 = \underline{61{,}28 \text{ kg}} \triangleq \underline{61{,}28\%}$$

Bauer B:

Auf 620 kg Ertrag = 350 kg *Erstklaßware*

$$\text{Auf } 100 \text{ kg Ertrag} = \frac{350 \text{ kg} \cdot 100}{620} = 350 \text{ kg} : 6{,}2 = \underline{56{,}45 \text{ kg}} \triangleq \underline{56{,}45\%}$$

Methodisch ratsam ist es, *anfänglich* zwischen Bedingungs- oder erstem Satz und dem Frage- oder Antwortsatz eine Zeile leer zu lassen, um dem Schwächern das Schließen zu erleichtern. Er mag dann in diese Lücke eventuell den Mittelsatz, der in seinem einfachsten Fall auf die Einheit schließt, stellen.

Aus obigen Beispielen geht hervor, daß dem Schüler das Rechnen auf 100 bedeutend leichter geht, sofern er es im Dreisatzrechnen schon geübt und erkannt hat, daß man von Ganzen und Dezimalzahlen einfach durch Abschneiden zweier Stellen auf den Divisor des Schlußsatzes kommt. Nötigenfalls scheue man sich nicht, eine Anzahl solcher Schlüsse zu üben, bis sie sitzen. Man baut für die Zukunft kräftig vor. Erschwerter ist der Schluß bei Brüchen.

Wer jetzt den Begriff ‚Prozent' aus obigen Beispielen überdenkt, entdeckt gleich zwei weitere Größen: Prozent in unserm Fall besagt zunächst, daß man

auf 100 kg *Obstertrag* so und soviel Erstklaßware an Mann bringen konnte. Es bezeichnet mir noch ein Zweites, nämlich das Quantum der verbliebenen Äpfel; für A: 100 kg – 61,28 kg.

Nehmen wir den Ausdruck Prozent in einer ganz andern Beziehung, zum Beispiel 20% Gewinn!

Das heißt vorab, daß man auf 100 Fr. *Ankauf* 20 Fr. Gewinn erzielte und weist damit noch darauf hin, daß man also für 120 Fr. *verkaufte*.

So läßt sich der Begriff Prozent an allen erdenklichen Beispielen erarbeiten und vertiefen.

Wichtig ist es jeweilen, daß der Schüler beim Aufstellen seiner Sätze nicht bloß die Zahlengrößen, sondern auch die zu *vergleichenden Werte*, oben: Ertrag und Erstklaßware, begriffen hat und verkürzt angibt. Verglichen werden ja diese Dinge; die Zahlen sind bloß das *Maß* dieser Glieder. Diese scheinbare Pedanterie schafft klare Verhältnisse für die spätern Prozentrechnungen im Bestimmen von Grundwert oder der Valuta und dem Prozentwertberechnen; *die Kenntnis des Anfangswertes jeder Prozentrechnung ist unerläßlich.*

Bei 130 kg Nettogewicht beträgt die Tara 9 kg oder wie viele Prozent?

Der Flüchtige rechnet:

Auf 130 kg ——— 9 kg

Auf 100 kg ——— $\frac{9 \text{ kg} \cdot 100}{130} = 6{,}9 \text{ kg} \triangleq 6{,}9\%$

und gelangt zu falschem Resultat, weil er nur die Ziffern hinschrieb. Wer sich jedoch gewohnt ist, zur Ziffer auch das zu vergleichende Glied zu erwähnen (hier das Bruttogewicht), kommt weniger zu Fehlschlüssen.

Richtig heißt es also:

Auf 139 kg Brutto — 9 kg Tara

Auf 100 kg Brutto — $\frac{9 \text{ kg} \cdot 100}{139} = 6{,}474 \text{ kg} \triangleq 6{,}474\%$ Tara

Wegleitend lassen wir den Schüler herausfinden, daß bei der Aufstellung eines Dreisatzes das Bekannte vorn und die gesuchte Größe hinten zu stehen kommt.

Im Ansatz zu den verschiedenen Prozentrechnungen bedienen wir uns zur Erzielung einer klaren Übersicht und zur Platz- und Zeitersparnis statt des verbindenden Prädikates eines Strichs. Der nachfolgende Satz antwortet dann einwandfrei auf die gestellte Aufgabe, und zwar nicht bloß mit dem Fürwort als Subjekt, wie es viele Schüler gerne tun.

Analog der Methode zur *Berechnung des Prozentsatzes* verläuft die *Bestimmung von Prozent- und Grundwert*, was etwa folgende Beispiele zeigen mögen:

a) Prozent*wert:*

5% Unkosten von 1290 Fr. Ausgaben.

Bei 100 Fr. Ausgaben ——— 5 Fr. Unkosten

Bei 1290 Fr. Ausgaben $\frac{5 \text{ Fr.} \cdot 1290}{100}$

$= 5 \text{ Fr.} \cdot 12{,}9 =$ *64,5 Fr. Unkosten*

Dieselbe Rechnung mittels der naheliegenden *Verhältniszahl*, errechnet aus Vorder- und Hinterglied des Bedingungssatzes (100 : 5 = *20*), ergibt:

1290 Fr. : 20 = *64,5 Fr.*

b) Grundwert:

3,5% Rabatt belaufen sich auf 8,4 Fr. Rechnungsbetrag?

Bei 3,5 Fr. Rabatt ——— 100 Fr. Rechnungsbetrag

Bei 8,4 Fr. Rabatt $\frac{100 \text{ Fr.} \cdot 8{,}4}{3{,}5} = \frac{100 \text{ Fr.} \cdot 12}{5} =$ *240 Fr. R.*

Erschwerte Aufgabe: Bei 2% Skonto zahlt man noch 158 Fr. (Ganz bekannt sind % und Wert der Barzahlung!)

Wie hoch lautete die Rechnung und welches war der Skonto?

Bei 98 Fr. Barzahlung ——— 100 Fr. Rechnung

Bei 158 Fr. Barzahlung $\frac{100 \text{ Fr.} \cdot 158}{98} =$ *161,22 Fr. R.*

Wohl die häufigste Anwendung findet die Prozentrechnung in der *Zinsrechnung* und ihren drei ‚Umkehrungen', wobei sich zu den drei bisherigen als vierte Größe die *Zeit* gesellt; denn wer von x% Zins redet, versteht ihn für *ein Jahr*. Daher kommt einem der Jahreszins als Kreuzungsstelle von vier Wegen vor, die entweder zum Teil- oder mehrfachen Jahreszins, Kapital, Zinsfuß oder zur Zeit führen. Wer von einer Größe zur andern begehrt, hat zunächst diese Stelle zu passieren. Daher merkt der Schüler bald einmal, daß er zur Ermittlung einer dieser Werte zunächst den Jahreszins zu bestimmen hat und erst nachher auf das Ziel lossteuern kann.

Das Rechnen auf 100 lohnt sich ebenfalls für diese Sparte der Prozentrechnung. Greifen wir hiefür ein paar Möglichkeiten heraus, leichtern und schwierigern Grades!

a) Zinsfuß:

Von 1500 Fr. Schuld entrichtet jemand nach 5 Monaten 25 Fr. Zins.

Jahreszins $= \frac{25 \text{ Fr.} \cdot 12}{5} = 60$ Fr.

Von 1500 Fr. ——— 60 Fr. Jahreszins

Von 100 Fr. *60 Fr.* : 15 = 4 Fr. oder 4% *Jahreszins*

b) Zins (Prozent*wert*)

3% Sparzins von 780 Fr. in 2 Monaten?

Auf 100 Fr. Kapital ——— 3 Fr. Zins
Auf 780 Fr. Kapital = 3 Fr. · 7,8 = 23,4 Fr. Jahreszins
Zins in 2 Monaten = 23,4 Fr. : 6 = *3,9 Fr.*

Die Berechnung des Jahreszinses wird der Sekundarschüler bald in einem Satz erledigen; doch einleitend ersparen wir ihm die Mühe der zwei Sätze nicht. Der Schlaumeier merkt in diesem Beispiel mit der Zeit sicher die Kürzungsmöglichkeit beim Zinsfuß (3% : 6 = ½% für 2 Monate), oder er nimmt nur den Sechstel vom Kapital! (3% von 130 Fr.)

c) Kapital:

Aufgabe 1: Für ein Darlehen erlegt jemand à 4% nach 50 Tagen 6 Fr. Zins.

$$\text{Jahreszins} = \frac{6 \text{ Fr.} \cdot 36}{5} = 43{,}2 \text{ Fr.}$$

Für 4 Fr. Jahreszins ——— 100 Fr. Darlehen

$$\text{Für } 43{,}2 \text{ Fr. Jahreszins} \text{ ——— } \frac{100 \text{ Fr.} \cdot 43{,}2}{4} = \textit{1080 Fr. Darlehen}$$

Aufgabe 2: Ein zu 3% angelegtes Sparkapital wird nach 2½ Jahren mit 450 Fr. zurückbezahlt (allerdings ohne Zinseszins!). Einlage?

Jahreszins von 100 Fr. Kapital ——— 3 Fr.
Zins von 100 Fr. Kap. in 2½ J. = 3 Fr. · 2,5 = 7,5 Fr.

Auf 107,5 Fr. Kapital + Zins ——— 100 Fr. Einlage

$$\text{Auf } 450 \text{ Fr. Kapital} + \text{Zins} = \frac{100 \text{ Fr.} \cdot 450}{107{,}5} = \textit{418,6 Fr.}$$

Oder wünschen wir den Jahreszins:

Auf 107,5 Fr. Kapital + Zins ——— 3 Fr. Jahreszins

$$\text{Auf } 450 \text{ Fr. Kapital} + \text{Zins} = \frac{3 \text{ Fr.} \cdot 450}{107{,}5} = \textit{12,56 Fr.}$$

Zeit: Für 3000 Fr. Schuld begleicht man zu 3½% 72 Fr. Zins.
3½% Jahreszins von 3000 Fr. Kapital = 3,5 Fr. · 30 = 105 Fr.

Für 105 Fr. Zins ——— 360 Tage Zeit

$$\text{Für } 72 \text{ Fr. Zins} \text{ ——— } \frac{360 \text{ Tage} \cdot 72}{105} = \textit{247 Tage}$$

Die absichtlich einseitig eingekleideten Beispiele widerspiegeln keineswegs die Mannigfaltigkeit des Lebens, sondern haben lediglich die *Lösungswege* im Auge. Freilich ließen sich die meisten dieser Aufgaben als Vielsatz mit der sogenannten Stangenrechnung lösen. Erfahrungsgemäß bedient sich aber der Alltag selten dieser, dem geübten Rechner sicher vorteilhaftern Rechnungsweise. (Einfachere, kürzere Darstellung und Kürzungsmöglichkeiten.)

2. *Vom Kopfrechnen*

Obwohl die besondere Pflege des Kopfrechnens stark umstritten ist, können wir dessen namhafte Vorteile für das schriftliche Rechnen und die Bedürfnisse zahlreicher Berufe nicht bezweifeln. Wenn wir es nun bloß auf der Primarschulstufe betreiben, aber in der Sekundarschule als Stiefkind betrachten, klafft zwischen dem Leben und der Primarschule eine Lücke, die nur mit Mühe geschlossen werden kann. Meines Erachtens dürfen wir daher das mündliche Rechnen keineswegs vernachlässigen, sondern räumen ihm in unsern Rechenstunden wenigstens ein paar Minuten ein. Jeder erfahrene Lehrer weiß, daß es vorkommen kann, daß der geübte Kopfrechner keineswegs auch im Schriftlichen tüchtig ist.- Das mündliche Rechnen setzt eben für das Erfassen der Aufgaben und das Behalten der Zahlen ein wenig andere Seiten unseres Seelenlebens voraus.

Wie oft jammern unsere Schüler anfänglich, sie könnten gar nicht kopfrechnen! In der Regel stellt sich dann heraus, daß man nicht einmal die Aufgabe abgehört hat. So entpuppt sich meistens das vermeintliche Unvermögen als eine gewisse Bequemlichkeit, der ich jeweilen mit raschem Erfolg dadurch begegne, daß ich solche Schüler stehen lasse, bis sie wieder eine Aufgabe kennen. Freilich dürfen wir besonders anfänglich nicht überfordern. Am besten geht es, wenn man systematisch mit dem Aufbau der Rechnungsarten an seinen Zahlen beginnt, und zwar an *möglichst einfachen Beispielen.* So erhält auch der Schwache eine Chance; sein Selbstvertrauen wächst, und bald merkt er, daß auch ihm gangbare Wege offen stehen. Beim Diktat der Rechnungen begnüge man sich gewöhnlich mit einem einmaligen Hersagen und ohne Gedächtnishilfen an der Wandtafel oder im Heft. Das Kopfrechnen setzt viel Übung voraus. Dann erzielt man zuweilen verblüffende Resultate. Ein Geheimnis des raschen Rechnens liegt in der Aufdeckung kürzester Lösungsarten. So stützt sich das Gedächtnis gerne auf wenigstens eine runde Zahl. Um den Wenigerbegabten etwas zu helfen, wird man ein paar geeignete Aufgaben an die Tafel schreiben und Lösungen ausfindig machen lassen. Es ist erfreulich, welcher Wetteifer unter den Schülern sich einstellt. Jeder möchte etwas Neues bieten und wäre es auch auf nur allzu gesuchte Art, die dann die Gespanen gerne in vernünftige Bahnen lenken.

Besehen wir uns ein paar Beispiele!

946–285 = ? 946–300 = *646* (die Betonung des veränderten Hunderters erleichtert das Behalten; überhaupt fällt der *sinngemäßen Betonung* im Kopfrechnen mehr Bedeutung zu, als man gemeinhin glaubt) 646+15 = 661. Damit hat der Rechner die Sub-

traktion in ihrem schwierigsten Teil in die vollkommene Addition verwandelt und den Übergang von einem Hunderter in den andern umgangen. $374+1668=400+1668-26$ oder $374+1700-32$. Hier erfährt man, daß die Beherrschung des Zahlenraumes 1 bis 100 für größere Zahlen eine unschätzbare Stütze ist. Man tut daher gut daran, vorerst die Operationen in diesem Zahlenbereiche durchzuführen. – Etliche Rechenvorteile bieten auch die Multiplikationen, speziell dann, wenn man sich bewußt ist, daß sie sprungweise Additionen sind. Am unbeholfensten geht es auch im Mündlichen bei der Division, wo die Hauptschwierigkeit in der Unsicherheit im Zerlegen liegt. Darum befaßt man sich zunächst mit solchen Übungen, indem man einen Dividenden für dieselbe Zahl als Divisor *zerlegen* läßt: so etwa in 7er-Zahlen $248=210+35+3$; (Zerlegung in 70er- und 7er-Zahl!) $4193 = 3500+630+63$ oder $4200:7-(7:7)$ usw. Wer hierin gewandt ist, teilt auch gut.

Ein findiger Kopfrechner operiert gerne mit dem gewöhnlichen Bruch, weshalb dessen Kenntnis sich auch im mündlichen Rechnen auswirkt.

Mittels Kopfrechnen lassen sich verschiedene Rechenkapitel leicht einleiten und erklären. Doch glaube man ja nicht, man müsse alles und jedes in die Zwangsjacke des mündlichen Rechnens stecken. Zur Erprobung und Übung eignet sich das Schnellrechnen, wie es etwa Immel in seiner Aufgabensammlung bietet.

Wenn wir das Kopfrechnen didaktisch richtig aufbauen, stets üben und unsere Anforderungen nicht überspannen, gewinnen wir gewöhnlich jeden Schüler. Er wird damit wertvolle Kräfte seines Geistes betätigen, Gewinn ziehen für seine schriftlichen Aufgaben und nicht zuletzt sein berufliches Können.

«Angewandte Mathematik» auf der Sekundarschulstufe

O. Graber, Luzern

1. Ein Weg zur Berechnung von π

Bei der Umfang- und Flächenberechnung des Kreises tritt die berühmte Zahl π auf. Kein Lehrer wird dabei die Gelegenheit verpassen, etwas auf die Geschichte dieser Zahl einzugehen. Schwierigkeiten bereitet dann aber die Erklärung für unsere Schüler, wie man eigentlich den Wert 3,14159.. praktisch ermitteln kann. Die Anregung, π auf eine einfache Art angenähert mit den Schülern zu bestimmen, fand ich im Buche ‚Anschauliche Geometrie' von D. Hilbert und S. Cohn-Vossen.

Wir denken uns einen Kreis in einem ebenen quadratischen Punktgitter gezeichnet, wobei der Kreismittelpunkt mit einem Gitterpunkt zusammenfallen und der Radius r ganzzahlig sein soll (Abb. 1).

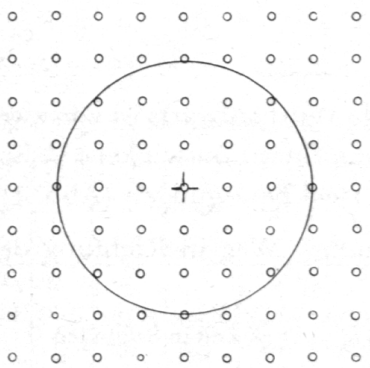

Abb. 1

Dieses quadratische Punktgitter besteht aus Quadrätchen mit der Seitenlänge 1 (z. B. cm) und dem Inhalt 1 (z. B. cm^2), sog. Einheitsquadraten.

Es gilt nun die Anzahl der Gitterpunkte zu bestimmen, die *in* der Kreisfläche liegen. Diese Anzahl ist abhängig vom Radius. Sie ist auch gleich der Fläche der Einheitsquadrate, deren linke untere Ecken z. B. auf der Kreisscheibe liegen. Wir bezeichnen sie hier (als Funktion des Radius) mit f(r).

In der Abbildung 2 entsprechen den 81 Gitterpunkten die 81 Einheitsquadrätchen, die zusammen die umrandete Fläche bilden. Diese Fläche unterscheidet sich von der Kreisfläche $r^2\pi$ höchstens um diejenigen (mitgerechneten oder fortgelassenen) Quadrate, die von der Kreisperipherie geschnitten werden.