Zeitschrift: Schweizer Schule
Herausgeber: Christlicher Lehrer- und Erzieherverein der Schweiz
Band: 48 (1961)
Heft: 12

Artikel: Gedanken zur Psychologie der Rechenfehler [Fortsetzung]
Autor: Schaffrath, Johannes Freidrich
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-532034

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Gedanken zur Psychologie der Rechenfehler*

Johannes Friedrich Schaffrath, Lübeck

g) Rechenfehler durch Aufmerksamkeitsmängel

Die wichtigste Grundbedingung einer natürlichen Aktivität in der geistigen Entwicklung ist die Aufmerksamkeit. Das Wesen der Aufmerksamkeit wird dadurch bestimmt, daß sie starken Schwankungen unterworfen ist, daß sie Stufen kennt, daß sie abhängig ist von der Person nach Reife und Verfassung sowie von der Umwelt durch Außeneinflüsse. Die kindliche Aufmerksamkeit ist noch äußerst labil, fluktuierend, stark abhängig von der Natur der äußeren Reize und der Gefühlslage. Während eine freie, unwillkürliche Aufmerksamkeit nur von Interessen abgelöst wird, schafft erst eine allmähliche Erziehung die willkürliche Aufmerksamkeit in ihren zwei Grundformen: mittlere Intensität der Aufmerksamkeit für längere Zeit und hohe Konzentration der Aufmerksamkeit für kürzere Zeit.

Unter Aufmerksamkeit ist psychologisch die Einengung oder Konzentration des Bewußtseins zu verstehen, wobei gewisse Bewußtseinsinhalte in den Blickpunkt rücken, während für andere eine Hemmung eintritt. Diese Erscheinung des Auswählens, die bereits als Enge des Bewußtseins genannt wurde, sollte man in diesem Zusammenhang besser als Enge der Aufmerksamkeit bezeichnen. Nun bedarf aber dabei eine Konzentration der Aufmerksamkeit aller Kräfte des Wollens. Die ‚Anstrengungsbereitschaft', wie Lersch es nennt, ist das innerste Element der willkürlichen Aufmerksamkeit. Während in der Herbartschen Psychologie die Aufmerksamkeit noch als ein Urteilsakt erscheint, erkannte *Wundt* bereits ihren volitionalen Charakter. Ph. Lersch spricht in seinem ‚Personellen Oberbau' daher nur von der ‚Willensartung', unter der die innere und äußere Willenshaltung, die Entschlußfähigkeit, die Willenskraft und die Anstrengungsbereitschaft zusammengefaßt werden. Die empirische Psychologie hat ebenfalls die Bedeutung des Willenfaktors für alle seelischen Grundprozesse herausgestellt. Das Gedächtnis bewahrt nicht von allein, das Behalten-Wollen ist eine Vorbedingung, und das Gelernte sitzt nur dann, wenn es in einer aktiven Zuwendung als Bewußtseinsinhalt gefaßt wird. Das aber geschieht in den Akten der Aufmerksamkeit. Aufmerksamkeit und Willen wachsen also zusammen. Bei fehlender Aufmerksamkeit muß daher an den Willen appelliert werden, dann wird nach Comenius die Aufmerksamkeit ‚das Licht des Lernens'.

Aufmerksamkeitsmängel sind, wie in jedem Unterricht, auch im Rechnen eine der großen Quellen für Fehler. Sie sind entwicklungsbedingt und können nur durch zwei Mittel bekämpft werden. Während, besonders in frühen Stadien, die Ausnutzung des Interesses als natürliche Aufmerksamkeit vom Lehrer angewendet werden kann, muß schon früh eine dann einsetzende Willensschulung das Kind zu bewußter, d.h. willkürlicher Aufmerksamkeit wecken und erziehen, in der Rechnen nicht nur mehr Spiel, sondern Arbeit bedeutet. Drohungen und Strafen gegen Unaufmerksamkeit sind dann schlechtere Mittel als das Bewußtmachen, daß die Unaufmerksamkeit aus mangelnden Willenskräften entsteht und Kennzeichen für einen haltlosen, willensschwachen Menschen sind, den man besser von der Unterrichtsstunde ausschließt, damit er die anderen nicht stört. Bei starken Umweltseinflüssen, die den Aufmerksamkeitsgrad beeinflussen, z.B. große Hitze in den Sommermonaten bei später Vormittagsstunde, wird kein vernünftiger Lehrer volle Aufmerksamkeit verlangen. Gelingt es, einer Klasse die inneren Zusammenhänge von Aufmerksamkeit und Willen klarzumachen, dann kann man mit dieser Klasse den Stoff von sonst zwei Stunden auch in einer erledigen. Das große Hauptziel in jeder Stunde bleibt daher zur Gewinnung und Erhaltung der rechten Aufmerksamkeit oder auch Disziplin die innerliche Vereinigung von Lehrer und Schüler um eine Sache, die durch Interesse oder geschickt zu weckende Willensbereitschaft erzielt wird. In solchem Rechenunterricht wird dann trotz trockenen Stoffes, mühevollen Erarbeitens von Neuem, gleichmäßigen Weitergehens oder trotz notwendigen Übens dennoch Frische und Lebendigkeit herrschen, weil die Anstrengungs-

* Vgl. I. Teil in Nr. 1 der ‚Schweizer Schule', 48. Jhg., 1961.

bereitschaft nicht nur aus fremden Zwangseinflüssen, sondern auch aus eigenen inneren Antrieben getragen wird. Neben einem besseren Lernen wird so auch ein Rückgang von Rechenfehlern aus Aufmerksamkeitsmängeln erzielt.

Es muß jedoch abschließend darauf hingewiesen werden, daß der im Rechenunterricht oft situationsbedingte Folgewille des Kindes, der aus einer Sollhandlung mit fremder Initiative hervorgeht, noch nicht die höchste Stufe ist. Erst der Eigenwille, auch initiativer Wille genannt, wird wertvoll, der z.B. bei freien häuslichen Arbeiten nicht mehr situationsbedingt, sondern situationsentsprechend reagiert aus allen freien Antrieben.

h) Noetisch bedingte Rechenfehler

Nach den bereits aufgezeigten Fehlerquellen bleiben als wesentliche Schülerrechenfehler noch die in der Schulpraxis meist als Denkfehler bezeichneten noetisch bedingten Rechenfehler. Dabei sei gleich am Anfang betont, daß die Auffassungen, ob das Rechnen mit reinen Zahlen nur assoziativ verlaufe oder Denkakten entspreche, sich noch heute gegenüberstehen. Als Denken wird allgemein die beziehende, zielstrebige Tätigkeit des Bewußtseins verstanden, bei der, an bewußten Inhalten anknüpfend, Urteile gefällt und Schlußfolgerungen gezogen werden. Ph. *Lersch* gliedert in seinem ‚Personellen Oberbau' neben der ‚Willensartung' nun den ‚Noetischen Habitus' in die Abstraktions- und Urteilsfähigkeit, in die Folgerichtigkeit und Ordnung sowie in die Selbständigkeit und Beweglichkeit des Denkens. In diesem Bereich liegen die wesentlichen Fehler an weiterführenden Schulen. Zwar erfordert auch das elementarste Rechnen Denkakte, die bei einer Mechanisierung später in ihrer Verknüpfung unbewußt durchgeführt werden können, als solche Dispositionen aber zur Verfügung stehen müssen. Daß die aufgezeigten Prozesse des noetischen Habitus wachsen, reifen und geschult werden müssen, versteht sich von selbst. Hier hat die Denkpsychologie versucht, Erkenntnisse zu gewinnen.

Als Fehler aus mangelnder Abstraktionsfähigkeit treten neben Fehlern aus der Bruch- und Verhältnisrechnung besonders Fehler bei relativen Zahlen, Klammerfehler, Rechenfehler der Potenz-, Wurzel- und Logarithmenrechnung sowie die bekannten Fehler um die Null auf. Dabei ist die enge Verbindung von Zahlenrechnen mit mathematischen Problemen eine weitere Erschwerung. Ein falsches Urteil im mathematischen Bereich einer Aufgabe läßt auch die Rechenoperationen falsch enden. Bei benannten Zahlen und eingekleideten Aufgaben ist daher die Urteilsfähigkeit stark mitbestimmend. Sehr entscheidend erscheint die Erziehung zur Folgerichtigkeit und Ordnung des Denkens, die das so häufig nur oberflächliche Stückwissen, das mechanisch eingesetzt wird, vertreiben muß. Fehler wie

die Gleichsetzung von a^3 mit $3a$,
die Berechnung von $x = 1$ aus $12x = 0$,

die Gleichsetzung von x^0 mit 0,
die falsche Kürzung von $\frac{3x^2}{3x^2}$ zu 0

oder bei Potenzen mit gebrochenen Exponenten die falsche Übertragung in die Wurzelrechnung und umgekehrt wie z.B.

$a^{5/3}$ in $\sqrt[5]{a^3}$ oder $\sqrt[6]{x^5}$ in $x^{6/5}$

entstehen zumeist aus mangelnder Folgerichtigkeit und Ordnung des Denkens, wenn sie nicht aus Gründen der Fehlerarten a bis g stammen. Der Schüler muß allerdings, um folgerichtig denken zu können, eine Kette von kontrollierenden Vorstellungen besitzen, mit deren Hilfe er mehr oder weniger bewußt auf den richtigen Weg der Lösung findet.

Werden Normalverfahren, Formeln, Lösungswege zu schnell gegeben oder nur mechanisch ohne Regelbewußtsein angewandt, dann fehlen in der Kette der notwendigen Vorstellungen Glieder, und es kommt zu Fehlleistungen. Eine solche ‚Rechenkette' von Vorstellungen zu schaffen, ist die wichtigste Aufgabe des Rechenunterrichtes. Sie wird erst durch gründliches Erarbeiten, reichliches Üben und Anwenden in immer neuen Beziehungen gefestigt. Der Lehrer, der um diese Dinge weiß, wird auch in der Oberstufe bei neuem Stoff immer wieder von wenigen, ganz sicheren elementaren Gliedern der schon gelegten Rechenkette ausgehen, um schadhafte oder gerissene Glieder aufzuspüren und neu zu schmieden, denn nicht ein mechanisches Üben einer Rechenoperation, sondern ihr Ausbau in weiteren Beziehungen, Verhältnissen und von allen Seiten beleuchtet schafft erst eine interessierte Mitarbeit, indem er den Schülern die notwendige Übersicht und Gesamtschau vermittelt. Wie oft tritt viel später so ein ‚Aha-Erlebnis' auf, wird dem Schüler plötzlich klar, was vorher unverständlich geblieben war. Nur auf diesem Wege kann bei Schülern eine Selbständigkeit

des Denkens im Rechnen erzielt werden. Die Art und Gründlichkeit der jeweiligen Denkerziehung beeinflußt entscheidend die Denkleistung einer Klasse. Die Entwicklung der Denkfähigkeit und Denkhaltung, die den Schüler zu echter Einsicht und zum Verständnis der dargebotenen Bildungsstoffe bringen, müssen vor einem großen Stoffwissen das primäre Ziel bleiben. Es stimmt heute zuweilen skeptisch, daß der Erfolg der schulischen Rechenarbeit bei großer Stoffülle im Hinblick auf die Entwicklung intellektueller Kräfte doch noch zu gering erscheint. In diesem Zusammenhang muß auch die Frage des Gedächtnisses gesehen werden. Die alten Ansichten, eine Formel sei nur zu lernen, Lehrsätze müßten auswendig gekonnt werden, bei Nichtwissen 20mal abschreiben, trifft man immer noch vereinzelt an. Das Gedächtnis wurde früher als eine Art Vorratskammer gesehen, aus der alles Aufbewahrte jederzeit zu reproduzieren sei. Heute weiß man, daß jede Erinnerungsvorstellung eine subjektive Umgestaltung und freie Kombination von Eindrücken unserer Wahrnehmungen darstellt. Nachhaltiger als das mechanische Einprägen von isolierten Elementen wirken daher Auffassungen von Beziehungen und damit die Herstellung von Komplexbildungen. Das aber wird durch einen immer wieder rückgreifenden Unterrichtsstil erreicht. Natürlich gehören von seiten des Schülers Willenskräfte zum Mitdenken und Mittun dazu, vor allem Konzentration. Hier bremst nun wieder das leidige Übel der Konzentrationsschwäche mit ihren mannigfachen Ursachen.

Diese zu bekämpfen ist jedoch besser, als die alte Gedächtnisschulung wieder einzuführen, wie das teilweise versucht wird. Nur eine bewußte Selbsterziehung und gewonnene Selbständigkeit des Schülers hilft hier weiter. Es wird ein hohes Maß von Geduld vom Rechenlehrer zwar verlangt, wenn er immer wieder gegen die Konzentrationsschwäche und gegen das weitere Übel unserer Zeit, die Bequemlichkeit im Denken, angehen muß. Hier steht er nahezu allein im Kampf. Wie oft fließt das Denken mancher Schüler und Schülerinnen im trägen Strom des Zeitgeistes mit, akustisch leicht überplätschert von Schlagermusik, unter dem optischen Eindruck von Reklamebildern und einer Vielzahl von Illustrierten, geprägt durch bequeme Denkschablonen, die heute fertig frei Haus geliefert werden. Erscheint da der Lehrer nicht zuweilen mittelalterlich? Nur ein Heruntersteigen vom hohen Roß, ein Vermeiden von spöttischem Besserwissen, ein menschliches Helfenwollen, ein ehrliches Mitsuchen und Mitringen des Lehrers wird die Eigenkräfte des Schülers anspornen und zu eigener Denktätigkeit aufrufen können, nachdem er die Beziehungen von Denken und Anschauung, Denken und emotionalen Kräften, Denken und Willen mit den Schülern geklärt hat. Mit einer größeren Selbständigkeit des Schülers wird schließlich auch eine größere Beweglichkeit des Denkens erzielt. Diese sehr individuelle Beweglichkeit kann von einem normalen psychischen Tempo auch abweichen. Eine starke geistige Langsamkeit wird als ‚Bradyphrenie' bezeichnet. Die Symptome der Bradyphrenie treten um so häufiger auf, je weniger eine Denkschulung die Schüler selbständig gemacht hat. Nicht zu verwechseln ist hier eine geistige Langsamkeit mit dem ‚Haften oder Kleben' an einzelnen Inhalten, der Stagnation. Auch kann eine langsame Aufgabenlösung durchaus durch vorsichtiges Rechnen mit steter Bereitschaft zur Selbstkritik bei besonders schwierigen Aufgaben hervorgerufen werden. Immer wieder ist zu erkennen, daß es allgemeine Rezepte nicht gibt, sondern daß die individuellen Voraussetzungen jedes Schülers entscheidend sind.

Abschließend wird mit Recht die Frage erhoben werden müssen, ob alles Rechnen einen Denkakt darstellt und wo in weiterführenden Schulen bei der Rechenkette angesetzt werden kann. Der Verfasser ist der Meinung, daß nach den ersten sechs Jahren Schulzeit mit normalem Rechenunterricht, für den eine zahlreiche einschlägige Literatur vorhanden ist, die Schüler bei reinen Zahlenaufgaben mit ganzen, einfach gebrochenen und zweistelligen Dezimalzahlen in den vier Grundrechnungsarten sich sicher bewegen müssen. Dabei wird mindestens im schriftlichen Rechnen ein bewußtes Denken nicht mehr notwendig sein, sondern die Aufgabe muß ‚wie im Schlaf' gelöst werden können. Diese Rechentechnik oder Rechenfertigkeit muß also zum Können geworden sein, das nahezu mechanisch und automatisch arbeitet, weil sich ein Regelbewußtsein gebildet hat in der Art, daß nicht mehr ein Denken an die Regel, sondern ein Denken in der Regel stattfindet. Als Musterbeispiel sind die Punktrechnungsarten in der Bruchrechnung geeignet. Bei Aufgaben wie $\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{9}$ und $\frac{6}{11} : \frac{3}{5}$ werden automatisch die früher einmal gewonnenen Regeln eingesetzt: «Zähler mal Zähler und Nenner mal Nenner» sowie «teile durch einen Bruch, indem du mit dem Kehrwert malnimmst». Wer das

nicht kann, mag durchaus ein guter Denker sein, ein guter Rechner ist er nicht.

i) Durch Überforderung bedingte Rechenfehler

Neben den reinen Schülerfehlern sind aber auch Fehlerquellen zu nennen, die durch Überforderung des Schülers, d.h. der Überschreitung seiner natürlichen psychophysiologischen Leistungsfähigkeit verursacht werden durch Nichtbeachtung der Entwicklungsgesetze. Aber auch bei Kenntnis der alters-, zeit- und stoffbedingten Leistungsgrenzen im Rechenunterricht ist der Unterschied von Forderung und Überforderung noch fließend. Das didaktische und methodische Geschick oder Ungeschick eines Lehrers kann die festgelegten Leistungsgrenzen sehr verschieben. Wenn ein Lehrer seine Schüler überzeugen und begeistern kann für sein Fach, dann wird er zuweilen Forderungen an sie stellen können oder von ihnen erhalten, die bei einem anderen Lehrer bereits eine Überforderung darstellen. Für diese Tatsache sprechen Fälle, in denen Schüler bei Lehrerwechsel sich trotz gleichbleibender oder sogar steigernder Anforderung in ihren Leistungen auffällig verbessern oder auch verschlechtern. Für Volks-, Mittel- und Oberschulen sind nun Normal- oder Durchschnittsforderungen als Richtlinien aufgestellt, an die man sich halten kann. Was aber nicht immer enthalten ist in diesen Richtlinien, das sind die psychologischen Momente, die in den drei Begriffen Verfrühung, Überstürzung und Stoffülle zusammengefaßt werden.

Unter Verfrühung sind alle Maßnahmen zu verstehen, bei denen Stoff und Methode der geistigen Fassungskraft und dem Entwicklungsstadium des Schülers noch nicht angepaßt sind. Man sollte aber im Rechen- und Mathematikunterricht sehr vorsichtig mit diesem Begriff umgehen, denn genaugenommen wird dieser Unterricht oft an der Grenze der Verfrühung lavieren und an die Kinder Forderungen stellen müssen. Rechen- und Mathematikunterricht sind nun einmal kein Spielbetrieb und kein Zeitvertreib, sondern verlangen Leistungen, Arbeit und Erkenntnisse, auch wenn das Kind sie nicht will. Hier muß dem Schüler etwas zugemutet werden; daß z.B. der zu lange betriebene Spielbetrieb im Rechnen mancher Volksschulen in den vergangenen Jahren ein Irrweg war, hat sich wohl deutlich in den Rechnungsleistungen einiger Übergangsprüfungen gezeigt. Und wenn die Erziehung ‚vom Kinde aus' jede Verfrühung als ‚tödlichen Reif' auf die Kinderseelen bezeichnet, nun, der Mathematiklehrer muß diesen ‚tödlichen Reif' fein dosiert herabrieseln lassen, nicht aus Unverstand oder Bosheit, sondern aus Pflicht- und Verantwortungsgefühl.

Schlimmer sieht es im Rechenunterricht mit der Überstürzung aus. Hier sind die Vorwürfe eines zu kurzen Verweilens auf der Stufe der Anschauung, eines zu schnellen Abstrahierens in zu großen Abstraktionsschritten auf einmal, von zuwenig Beziehung zum wirklichen Leben durch vorstellendes Rechnen, von nicht genügender Beachtung der Lernprozesse und von zu schneller Mechanisierung zuweilen berechtigt, denn diese Vergehen spuken trotz *Klein*, *Kuehnel* und *Wittmann* noch immer durch unseren heutigen Rechenunterricht. Wenn dann noch eine zu große Stoffülle dazukommt, die bewältigt werden soll, wenn die angewandten Aufgaben hinter den reinen mathematisch-rechnerischen Problemen vernachlässigt werden, wenn die Lehrerinitiative aus dem Willen, alles doch noch zu schaffen, die Eigentätigkeit der Kinder zu stark drosselt, dann bewegt sich der Unterricht bald in solchen Sphären, in denen der Großteil der heutigen Schüler und Schülerinnen zum Straucheln kommt. Schüler mögen aus Interesse vielleicht noch eine Weile folgen können, bei Mädchen aber bewirkt eine zu straffe Führung ohne ständige Rückversicherungen bei den Schülerinnen bald, daß der Unterricht nur noch an den Ohren vorbeirauscht.

Im allgemeinen kann aber wohl festgestellt werden, daß es heute ein großer Ausnahmefall ist, wenn ein Rechenlehrer die Leistungs- und Belastungsfähigkeit seiner Schüler überfordert. Wenn dennoch immer wieder von Überforderungen der heutigen Schuljugend gesprochen wird, dann liegen die Gründe nicht selten in außerschulischen Faktoren, die das Kräftepotential belasten. Starke Reizüberflutungen, das Fehlen familiärer Fundamente, das Gehetztsein von heute, die Jagd nach Vergnügungen bedingen eher eine Überforderung als die Ansprüche des Rechenunterrichtes, abgesehen von ständig zu vielen Hausaufgaben, was selten vorkommt, oder aber Unbegabung des Kindes, weil es nur auf Wunsch der Eltern die höhere Schule besucht, was häufig vorkommt. Fehler aus Überforderung erscheinen meist wie Fehler aus Aufmerksamkeitsmängeln. Sie werden jedoch gekennzeichnet durch ungesteuerte und zerfahrene Fehlhandlungen, auffallende Schwankungen der Leistungskurve, elementare und kind-

hafte Verhaltensweisen mit starken affektiven Entladungen, die bei Mädchen bis zu Weinkrämpfen ausarten können.

k) Durch die Lehrerpersönlichkeit verursachte Fehler

Wie stark die Lehrerpersönlichkeit durch Unkenntnis der psychophysischen Entwicklung der Jugend, ihrer intellektuellen Reifung und Willensschulung Fehlhaltungen verursachen kann, wird aus den vorherigen Abschnitten bereits herausleuchten. Neben den Verständnisschwierigkeiten, die durch die Art der Fachkenntnisse, durch die Form der Unterrichtsmethode und durch die menschliche Haltung des Lehrers bedingt sind, kann besonders seine Ausdrucksweise eine Fehlerquelle werden. Auch die sprachliche Gestaltung des Rechenunterrichtes ist eine erziehliche Aufgabe, die in bestimmten Schritten vorzugehen hat, denn sonst wird der Schüler den Lehrerworten nur seinen Sinn beimessen. Gerade für Mädchen sind abstrakte Regelfassungen oft eine schwierige Sache. Bei der Behandlung von Gleichungen fragte den Verfasser eine 17jährige Schülerin zum Beispiel, wieso denn 10 und 10 gleich 10 sei. Auf die erstaunte Gegenfrage, wer das behauptet hätte, kam die Antwort: «Ja, Sie haben gesagt, Gleiches zu Gleichem addiert, ergibt Gleiches.» Hier war also wohl schlecht erklärt, daß wenn $a = b$ ist, auch $a + c = b + c$ sein muß.

Man sollte auch eine größere Trennung der ‚bürgerlichen und kaufmännischen Rechnungsarten' von der Mathematik vornehmen. Diese Rechnungsarten können sehr lebensnah von der Rechenseite her erfaßt werden ohne die Strenge der mathematischen Formulierungen. Hier ist eine Vielzahl anregender Lösungsmöglichkeiten gegeben, die nicht ausgeschöpft werden, wenn der Rechenlehrer nur ein bestimmtes Normalverfahren bietet und verlangt.

Eine nicht geringe Reihe von Rechenfehlern an Volks- und Mittelschulen sind nach Meinung des Verfassers auf die Tatsache zurückzuführen, daß gerade entscheidende Schuljahre für das Rechnen nicht immer von Rechenlehrern gegeben werden, sondern von anderen dazu bestimmten Lehrkräften. An den Oberschulen wird wohl stets ein Fachlehrer dafür vorhanden sein. Die Meinung, ‚das bißchen Rechnen kann jeder geben', hat in der Bruchrechnung und Algebra zum Beispiel oft lang nachwirkende Fehlhaltungen zur Folge, die vom Fachlehrer dann schwer auszumerzen sind. Besonders schlimm wirken sich unsachgemäße Einführungen, ungenügendes Kopfrechnen in den ersten sechs Jahren, fehlende Planung und Ordnung, mangelnde Übersicht und ungenaue Ausdrucksweise aus. Der Rechen- und Elementarmathematiklehrer wird heute mehr denn je Fachlehrer sein müssen, der nicht nur Stoffbehandler, sondern Stoffgestalter sein kann.

l) Sonstige Rechenfehler

Man könnte neben den reinen Schülerfehlern und den durch die Lehrerpersönlichkeit bedingten Fehlhaltungen sicher auch noch Fehlerarten finden, die durch den Lehrstoff begünstigt werden. So erscheinen dem Verfasser die an Mittelschulen oft reichlich gebotenen ‚Rechenvorteile' mannigfachster Art zuweilen ebenfalls als Fehlerquelle. Wenn diese Rechenvorteile nämlich nicht vom Schüler gefunden oder nach Erkenntnis übernommen werden, sind sie für bestimmte Schülertypen nur eine Erschwernis im Rechnen.

Rechenvorteile, Normalverfahren und Lösungsschemata dürfen nie Selbstzweck werden, sondern müssen sich einordnen in das große Ziel, die Schüler zum Selbstdenken und zum kritischen Auswählen der besten Methode für sich selbst oder für die vorliegende Aufgabe zu bringen. Dabei muß der Schüler Entwicklungslinien sehen und darf nicht nur mechanisch das zuletzt gelernte Normalverfahren anwenden. Eine solche Entwicklungslinie ist für den Rechenunterricht die Verbindung Dreisatz – Formel – Gleichung. Zuerst muß der einfache wie erweiterte Dreisatz gründlich erarbeitet werden mit den drei Grundformen: gerades Verhältnis, umgekehrtes Verhältnis und veränderte Annahme. Aus dem Bruchansatz gleicher Dreisatzaufgaben wird nach genügend viel Beispielen unter Verwendung von Buchstabenzahlen leicht eine Formel gefunden, z. B. für die Prozentrechnung $Pw = \frac{G \cdot p}{100}$ oder für die Zinsrechnung $z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100}$, deren Verwandtschaft sofort von den Schülern bei entsprechender Einführung erfaßt wird. Eine Formel muß also als die Vereinfachung eines Dreisatzes erlebt werden. Der nächste Schritt ist dann die Erkenntnis, daß die Formel als Rechenvorschrift im Grunde nichts anderes als eine Gleichung und vielleicht als solche durch Proportionen noch leichter zu finden ist. Dreisatzrechnung, Formelanwendung und Gleichungslehre sollten so als zusammenhängende Höherentwicklung

und Vereinfachung des Denkers erlebt werden. Der Verfasser hat stets die Erfahrung gemacht, daß die gewonnene Erkenntnis dieser Zusammenhänge Schülerinnen anspornt, denkend zu erfassen, was von Dreisatz, Formel oder Gleichung günstiger anzuwenden sei. Manche wählen auch nur eine Art davon als Hauptmethode und nehmen die anderen Möglichkeiten als Probe. Dadurch wird das mechanische Rechnen überwunden durch ein Regelbewußtsein, das eine Überlegung am Anfang verlangt, dann aber nach der Aufstellung den Dreisatz, die Formel oder die Gleichung fast unbewußt durchrechnen läßt. Auf diese Weise werden auch die Fehler vermieden, die noch nicht genannt, auch nicht weiter zu erklären sind, weil sie aus Gedankenlosigkeit begangen werden. Und in Klassen ohne bewußte Denk- und Willensschulung ist die Gedankenlosigkeit eine nicht geringe Fehlerquelle.

3. Rechenmängel, Rechenschwierigkeiten und Rechenbegabung

a) Aus den aufgezeigten Fehlerarten war zu erkennen, daß manche Fehler mehrere Ursachen haben konnten. So ist es auch nicht verwunderlich, wenn die verschiedenen psychologischen Richtungen für die Erklärung von Rechenfehlern verschiedene Gründe anführten. Dabei kam es zwischen Assoziations-, Willens-, Denk-, Determinations- und Tiefenpsychologie teilweise sogar zu Widersprüchen, was vielleicht bei den Mathematiklehrern die Abneigung gegen die Psychologie noch verstärkte. Die Mehrdeutigkeiten und Widersprüche haben aber nicht bewiesen, daß die Psychologie unbrauchbar ist, sondern sie zeigten nur, wie schwierig und vielfältig verwurzelt die Frage nach den Rechenfehlern liegt. Faßt man nun Fehler als Abweichungen vom Richtigen auf infolge Versagen des Denkens, des Gedächtnisses, der Aufmerksamkeit und Konzentration, der Anstrengungsbereitschaft oder anderer Quellen, die einzeln oder zusammen gegen den Willen des Urhebers sich auswirken, dann sollte man besser von Rechenmängeln und Rechenschwierigkeiten sprechen, auch vom Irrtum, wenn Unkenntnis von wesentlichen Seiten einer Tatsache oder eines Sachverhaltes vorliegt.

b) Auch die Elementenpsychologie ist den Weg der Gesamtschau bereits gegangen und hat in der Gestalt-, Ganzheits- und Strukturpsychologie ihren Niederschlag gefunden. Psychologie und Pädagogik sind dabei längst eine Einheit geworden, die als ‚Pädagogische Psychologie' die Aufgabe erhielt, eine Erhellung, Pflege, Stärkung und Heilung aller seelischen Kräfte der in der pädagogischen Situation ihr begegnenden Menschen zu betreiben. Daher wäre es rückständig, wollte man als Rechenlehrer eine fertige Psychologie der Rechenfehler erwarten mit festen Diagnosen und Heilmitteldosierungen. Eine solche allgemeingültige Psychologie der Rechenfehler wird es nie geben. Es wäre daher besser, von einer pädagogischen Psychologie der Rechenmängel und Rechenschwierigkeiten zu sprechen, die jeder Lehrer für sich selbst aufstellen muß, da sein Charakteraufbau und seine Schulsituation nicht allgemein erfaßt werden können. Und wenn die wissenschaftliche Psychologie auch keine Sammlung bewährter Rezepte oder Systeme unfehlbarer Anweisungen geben kann, so deckt sie doch Entwicklungslinien und typische Zusammenhänge auf, deren Beachtung den eigenen Blick schulen und vertiefen hilft in der Besinnung über die eigene Schularbeit.

c) Eine gute Analyse z. B. der mathematischen Denkleistungen innerhalb der Totalstruktur der Schülerpersönlichkeit mit ihren psychischen Abläufen und Gefahrenpunkten des Versagens gibt K. *Strunz* in seinem Werk ‚Pädagogische Psychologie des mathematischen Denkens'.

In den vorangegangenen Abschnitten wurde bereits auf das Schema des Charakteraufbaues nach Ph. *Lersch* hingewiesen. Auch die Frage der Rechenschwäche und Rechenbegabung läßt sich aus diesem Aufbau verdeutlichen. Wie sehr alle Schichten den Erfolg im Rechenunterricht bestimmen, wurde bereits herausgestellt. Die Frage der Rechenschwäche oder Rechenbegabung ist dann nur noch eine Frage der Akzentuierung der Schichten, ihrer Integration oder Dissoziation, allgemein der ‚Tektonik des Charakters'. Alle Typenlehren oder Dispositionen können sehr gut von dieser Tektonik des Charakters aus gesehen und gedeutet werden.

Abschließend sei in diesem Zusammenhang nur noch festgestellt, daß die Forderungen, die die Schule an die Rechenbegabung und Rechentechnik eines Schülers stellt, von jedem normalen Schüler befriedigend erfüllt werden können. Erst die Verbindung mit weiteren mathematischen Problemen wirft die Frage einer mathematischen Begabung auf. Das sonst mehr zweckgebundene Rechnen wächst mit reinen mathematischen Problemen zusammen dann

über die Rechentechnik hinaus in eine zweckfreie geistige Konstruktion ohne Nützlichkeitsgefühle, um von dort aus einen Blick in den Tempel der Mathematik werfen zu können. Über die Vorhalle zum Tempel kommen leider nur wenige hinaus. Doch schon die Vorhalle zu erreichen, ist ein lohnendes, schönes Ziel, das der Schüler allerdings nur an Hand eines begeisterten, von der Mathematik besessenen Lehrers erreichen wird.

4. Behandlung und Verhütung von Rechenfehlern

a) Schon im Verlaufe der Fehlerartenbetrachtungen wurden Hinweise zur Behandlung von Rechenfehlern gegeben. Es erübrigt sich, die Grundthesen zur Behebung von Rechenmängeln und Rechenschwierigkeiten als möglicher Quelle von Rechenfehlern noch einmal zusammenzufassen, wenn die Erkenntnis gewonnen ist, daß Fehler immer vorkommen werden und als Begleiterscheinungen eines geistigen Wachstums nicht Ärger, Verdruß oder Resignation beim Schüler hervorrufen dürfen, sondern der Ansporn sein müssen, noch besser, noch klarer und noch genauer im Arbeiten und Denken zu werden. Die rechte erziehliche Behandlung der Rechenmängel ist daher für den Mathematiklehrer eine wichtige Aufgabe, der er sich nicht entziehen darf. Ausgezeichnete Möglichkeiten bieten sich hier für den Methodiker und psychologisch vorgehenden Praktiker! In welchem anderen Unterricht kann wohl besser ein Weg aufgezeigt werden vom Einfachen zum Komplizierten, von der Anschauung bis zur höchsten Abstraktion, vom unruhig verschwommenen Wunschdenken bis zur klaren logischen Denkform, von der unsachlichen Meinung bis zur sachlichen Äußerung, von der oberflächlichen Sicht bis zur tiefschürfenden Betrachtung, von der Weitschweifigkeit bis zur höchsten Konzentration, von der Ungewißheit verwirrender Möglichkeiten bis zur ästhetischen Freude an einer richtigen knappen Lösung?

Wer von den Mathematiklehrern nicht nur Stoffübermittler ist, sondern diese aufgezeigten erziehlichen Momente erkennt und die rechte Ausbildung und Entwicklung der ihm anvertrauten Schüler fördern will, der wird nicht nur die üblichen Fehlerbesprechungen nach Klassenarbeiten durchführen, die erfahrungsgemäß nicht auf fruchtbaren Boden fallen, wenn sie routinemäßig abgehalten werden. Der Schüler soll ja nicht nur verbessern oder die richtige Aufgabe vom Nachbarn abschreiben, er muß den Fehler auch beurteilen können, ihn unter Umständen sogar selber erst suchen. Die Technik der Fehlerbearbeitung muß stets das Ziel haben, daß die Schüler zur Einsicht ihrer Rechenmängel kommen. Die Aufhellung dieser persönlichen Mängel ist die wichtigste Vorbedingung zur Verhütung weiterer Rechenfehler. Das Denken und Planen des Lehrers in dafür geeigneten Unterrichtssituationen ist daher oft besser als ein Denken und Planen in Unterrichtslektionen. Das Behaltenswerte wird in immer wieder neuen Gewändern erscheinen müssen, und für sich wiederholende Fehler sollte man prägnante Ausdrücke schaffen. Nur so werden die notwendigen Erkenntnisse durch Selbsterziehung und das Verständnis für die inneren Zusammenhänge, für die Schlußweisen gelegt, besonders wenn dabei die Stärkung der Anstrengungsbereitschaft, der Leistungsfreude und des Selbstvertrauens nicht vergessen wird.

b) Ausgezeichnet erscheinen Sonderarbeiten als Leistungsteste, die von Zeit zu Zeit in Längsschnitten die Fähigkeiten und Kenntnisse der Schüler überprüfen und aufgetretene Lücken dem Schüler wie Lehrer nachweisen. Beide können von solchen Leistungstesten, die nicht den Schrecken von Klassenarbeiten haben, besonders wenn man sie durch die Schüler selbst nachsehen läßt, wertvolle Anregungen erhalten. Als Beispiele solcher Rechenteste sei für einen Diagnosetest der Literaturhinweis Nr. 6, für das Lösen angewandter mathematischer Aufgaben der Hinweis Nr. 9 gegeben.

Aber auch kleinere Sonderteste helfen viel. Der Verfasser führt z. B. in den beiden ersten Klassen der Mittelschule gern einmal ein ‚Still- und Störrechnen' durch, um den Kindern zu zeigen, wie entscheidend Wille und Konzentration sind bei der Lösung von Aufgaben. Drei gleich schwere Rechenaufgaben werden in einer bestimmten Zeit verlangt: die erste Aufgabe mit Störung durch Reden des Lehrers ohne vorherige Ankündigung, die zweite Aufgabe bei großer Stille, die dritte Aufgabe wieder mit Störung durch Reden des Lehrers, aber nun sollen die Kinder versuchen ‚abzuschalten'. Zwei Ergebnisse solcher Teste seien angeführt:

M 5	1. 27,85 DM · 36	2. 58,72 DM · 63
	3. 76,28 DM · 35	
M 6	1. 5,643 km · 675	2. 4,876 km · 645
	3. 3,789 km · 467	

Zeit: je 1 Minute.

Aufgabenart	Aufgaben in M5			Aufgaben in M6		
	nicht fertig	falsch	richtig	nicht fertig	falsch	richtig
1. Störrechnen ohne Ankündigung	5	11	16	17	14	5
2. Stillrechnen	0	8	24	0	10	26
3. Störrechnen mit Konzentration	3	10	19	1	10	25

Das Ergebnis spricht für sich. Die Kinder erkennen hier ohne große Ermahnungen des Lehrers, worauf es ankommt. Sachliche Hinweise auf die Arbeitsweise auch bei Hausaufgaben, z.B. das Radio auszuschalten oder bei nicht abzustellenden Störungen sich zu konzentrieren wie bei der dritten Aufgabe, genügen vollauf, wenn sie nicht sogar von den Kindern selbst gebracht werden. Der Gewinn solcher psychologischen Testarbeiten bei kürzestem Zeitverbrauch (das Still- und Störrechnen zum Beispiel benötigt mit Aussprache etwa 10 Minuten) ist die kleine Mühe wert, die vielleicht vom Lehrer aufzubringen ist. Zur Stärkung der Rechenleistungen wird der Rechenlehrer sowieso immer der treibende Motor bleiben müssen.

c) Dem Rechen- und Mathematikunterricht wird heute mit Recht erhöhte Bedeutung beigemessen. Leider ist auch damit die Gefahr der Überbewertung der materialen und formalen Seite des Unterrichtes besonders groß. Immer mehr bricht sich jedoch daneben die Erkenntnis Bahn, daß die Frage nach dem Menschen, nach seiner Erziehung und Bildung das wichtigste Problem unserer Zeit ist. Vergessen wir daher nicht die dritte Seite des Rechenunterrichtes, indem wir die erziehlichen und ethischen Momente verkümmern lassen. Rechnen lernen kann jeder, Rechnen verstehen lehren ist Aufgabe des Fachlehrers, am und durch Rechnen Erfahrungen und Einsichten gewinnen, Denkkräfte und Urteilsfähigkeit entwickeln ist die pädagogische Aufgabe des Rechenlehrers als Erzieher. Die geistigen Grundlagen schon des elementaren Rechenunterrichtes wurzeln nicht nur in der Mathematik, sondern auch in der Psychologie und Philosophie. Kein Stoff und keine Methode kann erzeugen, was in der natürlichen Entwicklung der Reifung nicht anwachsen will. Heißt da Psychologie nicht, zunächst einmal die pädagogische Wirklichkeit sehen, wie sie ist? Soll man in ausgetretenen Pfaden wandeln ohne den Mut zu Neuem? Darf nur ‚der Meister die Form zerbrechen', die besonders an höheren Schulen zuweilen noch immer eine entwicklungstreue Erziehungsarbeit verhindert? Nun, der Anfänger soll gar keine Form zerbrechen, sondern eine Form finden, und zwar eine solche, die nach den heutigen Einsichten neben fachlicher Wissenschaftlichkeit auch stärker psychologische und pädagogische Erkenntnisse berücksichtigt.

Wo aber der Mathematiklehrer diese Aufgabe spürt und aus seiner ausgewogenen Persönlichkeit eines gereiften Wesens heraus das Verhältnis zum Schüler findet, das E. *Spranger* mit «emporbildendem Verstehen» bezeichnete, da wird er Helfer, Erzieher und Vorbild sein können. Solche Lehrer liebt man nicht, aber man bringt ihnen Achtung und Verehrung entgegen, und das ist gerade die Atmosphäre, in der ohne Disziplinschwierigkeiten der Erfolg des Rechen- und Mathematikunterrichtes gedeiht. Wer Fachmann und geborener Erzieher ist, und solche Vorbilder haben durch ihre Menschlichkeit, ihr Verstehen, ihre Ausgeglichenheit und bescheidene Überlegenheit oft mehr erreicht, als was im Stoff gebunden lag, der wird zur rechten Zeit das Rechte tun. Wenn für einige Suchende aber durch diese Gedanken zur Psychologie der Rechenfehler Anregungen gegeben werden konnten, zu einer eigenen pädagogischen Psychologie der Rechenmängel und Rechenschwierigkeiten vorzustoßen, dann haben diese Ausführungen ihren Sinn erfüllt.

Literatur

Werke:

1. E. Fettweis: Methodik für den Rechenunterricht, Paderborn 1949
2. A. Kruckenberg: Die Welt der Zahl im Unterricht, Hannover 1955
3. P. Lersch: Aufbau der Person, München 1951
4. K. Strunz: Pädagogische Psychologie des mathematischen Denkens, Heidelberg 1953

Aufsätze aus der Monatsschrift ‚Schule und Psychologie', München:

5. 1954, 5, W. Horney: Schule und Lehrerpsychologe
6. 1955, 4, A. Krüger: Die Entwicklung eines Tests zur Diagnose von Rechenschwierigkeiten in der Grundschule
7. 1955, 4, A. Busemann: Stagnation am psychischen Ablauf
8. 1955, 5, A. Busemann: Das zu langsam denkende Kind
9. 1955, 10, W. Neuhaus: Über das Lösen angewandter mathematischer Aufgaben
10. 1956, 7, G. A. Brand: Die Überforderung in der Schule und ihre Folgen